

ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

В. В. АРНОЛЬД

ПРОФЕССОР

ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ и ИНСТИТУТА ГРАЖДАНСКИХ ИНЖЕНЕРОВ

1184

ОСНОВЫ УЧЕНИЯ О МАШИНАХ

(НАЧАЛА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ)

ПОСТАНОВЛЕНИЕМ
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УЧЕНОГО СОВЕТА

от 12 декабря 1924 г.

ДОПУЩЕНО В КАЧЕСТВЕ РУКОВОДСТВА ДЛЯ
ВЫСШИХ ТЕХНИЧЕСКИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

с 282 ЧЕРТЕЖАМИ

ИЗДАНИЕ 2-е ДОПОЛНЕННОЕ

КУБУЧ
ЛЕНИНГРАД
1925

621
A 821

В. В. АРНОЛЬД

ПРОФЕССОР ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
ИНСТИТУТА ГРАЖДАНСКИХ ИНЖЕНЕРОВ

343
II

ПР-1951

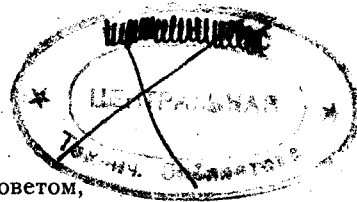
ПР 1958

11111 (11111)
8/32

ОСНОВЫ УЧЕНИЯ О МАШИНАХ

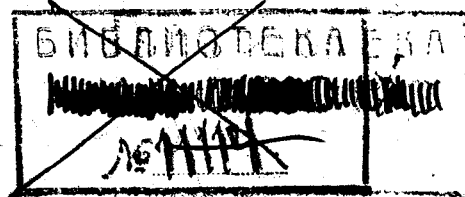
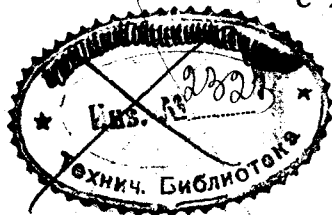
ДОПУЩЕНО

Государственным Ученым Советом,
как пособие для Высших Технических Учебных Заведений



26319

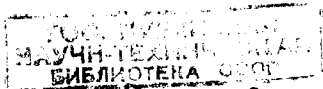
с 282 чертежами в тексте



6026

ЛЕНИНГРАД.

1925 г.



2593 $\frac{3}{63}$

316
3387

... изучение материала, здесь сообщаемого, дает студенту много поводов для повышения своего технического развития, для углубления и расширения технического мышления и для выявления зачатков самостоятельного технического творчества...

Из отзыва о книге проф. В. В. Арнольда „Основы учения о машинах“ в рецензии профессора П. К. ХУДЯКОВА.

О Г Л А В Л Е Н И Е.

Литература	Стан. X
Предисловие	1
Введение. Место машиноведения среди других научных дисциплин. Теоретическая механика.—Прикладная механика.—Вопросы статического равновесия и строительная механика.—Вопросы динамического равновесия и практическая механика	2—4

Отдел I. Общие условия движения и работы машин.

Г л а в а I.

§ 1. Машина и механизм. Преобразование энергии и преобразование движения.—Цели машины и цели механизма.—Исследование машины с точки зрения статики и динамики и задачи кинетики машин.—Исследование механизма с точки зрения кинематики и задача кинематики механизмов.—Исследование машинной конструкции с точки зрения прочности частей и устойчивости целого и задачи расчета деталей машины.—Общие типы машин: машины-двигатели или моторы, машины трансформаторы и машины-орудия или рабочие машины.—Части машины: приемник, исполнительный орган или орудие, передача или трансмиссия, регулирующий аппарат, фундамент или станина.—Главный механизм машины	5—13

Г л а в а II.

§ 2. Источники работы машины и ее мощность. Законы преобразования энергии (принципы Майера-Гельмгольца и Карно-Клаузиуса).—Роль двигателя в использовании запасов энергии естественных сил природы.—Первичные и вторичные источники работы двигателей.—Потенциальная химическая энергия топлива, взрывчатых веществ и пищи (живые и тепловые двигатели).—Кинетическая энергия движущихся масс воздуха и воды (ветряные и гидравлические двигатели).—Мощность машины и ее единицы (лошадиная сила или паровая лошадь).—Установление основных принципов механики и пути прогресса технического машиностроения	13—19

Г л а в а III.

§ 3. Уравнение движения машины. Силы, действующие на машину: движущая сила, сила полезного сопротивления, силы вредных сопротивлений, силы веса, силы инерции и частичные или молекулярные силы.—Элементарная работа сил, действующих на машину.—Общее уравнение движения машины, как следствие закона сохранения энергии.—Роль работы веса и работы сил инерции.—Период пуска, период равномерного движения и период остановки машины.—Невозможность вечного двигателя	19—30

Глава IV.

Стран.

§ 4. Коэффициент полезного действия. Неизбежность потерь в процессе работы машины.—Идеальная и действительная машина.—Отношение величины движущей силы к величине полезного сопротивления.—Машина, как мультипликатор силы.—Отношение величин линейных перемещений крайних элементов машины.—Передаточное число.—Механизм, как мультипликатор скорости.. 30—35

Глава V. Баланс энергии и коэффициент полезного действия в силовых установках

Ст. 1. Тепловые установки.

§ 5. Тепловой и хозяйственный баланс тепловых установок. Типы тепловых двигателей: поршневая паровая машина, паровая турбина и двигатель внутреннего сгорания.—Общий коэффициент полезного действия тепловой установки в целом.—Тепловая энергия и теплотворная способность топлива.—Потери энергии в тепловой установке.—Коэффициент полезного действия котла или газогенератора.—Тепловой коэффициент полезного действия механизма тепловой машины.—Себестоимость полезной лошадиной силы в час на рабочем валу и влияние на нее полезной нагрузки машины..... 36—42

§ 6. Баланс энергии в паровой поршневой машине. Процессы, происходящие в паровом котле.—Котлы цилиндрические, батарейные, с жаровыми трубами, с дымогарными трубками и водотрубные.—Экономайзеры и перегреватели.—Коэффициент полезного действия и тепловой баланс парового котла.—Процессы, происходящие в цилиндре паровой машины.—Цилиндр и поршень.—Несовершенство парового цикла в цилиндре.—Диаграмма идеального цикла Рэнкина.—Диаграмма укороченного цикла Майера.—Действительная диаграмма.—Начальная конденсация пара.—Обогревание цилиндра.—Перегрев пара.—Принцип многократного расширения.—Машина компаунд и машина тандем.—Коэффициент полезного действия и тепловой баланс паровой машины.—Кривошипный механизм.—Механический коэффициент полезного действия и баланс работы механизма паровой машины.—Общий коэффициент полезного действия и общий баланс энергии паросиловой поршневой установки в целом..... 42—51

§ 7. Баланс энергии в паровой турбине. Кинетическая энергия струи движущегося пара.—Ротативный двигатель.—Колесо Бранка и шар Герона.—Активный и реактивный принцип действия турбин.—Коническое сопло Лаваля.—Скорость истечения пара.—Наивыгоднейшая скорость вращения турбины.—Ступени давления Парсонса.—Радиальные и осевые турбины.—Полные и частичные турбины.—Турбина Кольба.—Процессы, происходящие в турбинном диске.—Тепловой коэффициент полезного действия турбинного механизма.—Общий коэффициент полезного действия и общий баланс энергии паросиловой турбинной установки в целом..... 51—57

§ 8. Баланс энергии в двигателях внутреннего сгорания. Принцип действия двигателей внутреннего сгорания.—Газообразное горючее.—Жидкое горючее (карбюрация).—Твердое топливо (газогенераторный процесс).—Медленное и мгновенное горение (цикл Дизеля и цикл Отто).—Четырехтактный и двухтактный процесс.—Рабочий такт.—Воспламенение.—Схема конструкции двигателя внутреннего сгорания.—Тепловой баланс двигателей внутреннего сгорания.—Себестоимость лошадиной силы в час.—Область применения двигателей внутреннего сгорания..... 58—67

Ст. 2. Гидравлические установки.

§ 9. Потери энергии и коэффициент полезного действия в гидравлических установках. Напор и скорость истечения.—Расход воды.—Теоретическая мощность источника гидравлической энергии.—Водяное колесо и водяная турбина.—Гидравлическая установка с водяным колесом.—Типы колес.—Гидравлическая установка с водяной турбиной.—Турбины радиальные и осевые.—Турбины полные и частичные.—Турбины открытые и закрытые.—Турбины с избытком и с недостатком давления.—Струйная турбина Пельтона.—Потери энергии и коэффициент полезного действия гидравлических двигателей ... 67—72

Г л а в а VI.

Стран.

- § 10. Измерение мощности силовых установок. Индикаторная мощность.—Полезная или эффективная мощность.—Мощность вращающегося вала.—Определение полезной мощности при помощи нажима Прони, веревочного тормоза и динамо-машины.—Определение индикаторной мощности поршневых машин при помощи индикатора.—Индикатор и принцип его действия.—Определение индикаторной мощности турбин.—Механический коэффициент полезного действия силовой установки, как отношение полезной и индикаторной мощностей.. 72—80

Г л а в а VII.

- § 11. Самоторможение машин. Обратный ход машины.—Роль вредных сопротивлений при обратном ходе.—Признаки самоторможения.—Коэффициент полезного действия самотормозящих машин.—Условия самоторможения..... 80—83

Г л а в а VIII.

- § 12. Регулирование хода машин. Преимущества равномерного движения машины.—Роль ударов.—Наивыгоднейшая скорость.—Кинематические и динамические причины неравномерности движения машин.—Регулировка вращения рабочего вала.—Тангенциальная движущая сила.—Поддержание постоянства угловой скорости за один оборот.—Поддержание постоянства числа оборотов в минуту.—Маховые колеса и их характеристика.—Модераторы.—Регуляторы.—Центробежный регулятор Уатта..... 84—94

Отдел II. Кинематика механизмов.

Г л а в а I.

- § 13. Цели и методы изучения механизмов. Машина и механизм.—Анализ и синтез механизма.—Принужденное движение частей механизма.—Траектория, скорость и ускорение отдельных частей механизма.—Три основных вопроса теории механизмов: как движутся отдельные части механизма, почему отдельные части механизма движутся определенным образом и успешно ли выполняет механизм свое назначение.—Теория центроид.—Теория кинематических цепей.—Отношение линейных перемещений крайних элементов механизма и передаточное число..... 95—100

Г л а в а II. Теория центроид.

- § 14. Плоский механизм..... 100—101

- § 15. Центр перемещений (плоское движение плоской фигуры через ряд данных положений). Теорема Шаля.—Центр перемещений.—Механизмы вращающейся доски ломберного стола.—Неподвижный многоугольник центров перемещений.—Плоское движение плоской фигуры через ряд данных положений, как перекачивание подвижного многоугольника по неподвижному многоугольнику центров перемещений..... 101—105

- § 16. Мгновенный центр (непрерывное плоское движение плоской фигуры). Неподвижная центроида или полюдия.—Подвижная центроида или серполюдия.—Мгновенный центр.—Мгновенный радиус.—Теорема Пуансо.—Построение центроид по заданным траекториям двух точек.—Построение траектории по заданным центроидам.—Центроиды в относительном движении двух плоских систем..... 105—109

- § 17. Круги Кардана, как центроиды плоского эллиптического и антиэллиптического движения. Большой круг Кардана.—Малый круг Кардана.—Крестовый эллипсограф.—Овальный патрон Леонардо-да-Винчи.—Муфта Ольдгэма.—Катящиеся круговые рычаги..... 109—116

- § 18. Мгновенная скорость (закон взаимного катания центроид).... 116—119

§ 19. Мгновенный центр в относительном движении. Абсолютное и относительное движение звеньев механизма.—Общее число мгновенных центров в относительных движениях звеньев механизма.—Теорема Арнольда и Кеннеди о трех полюсах.—Построение мгновенных центров звеньев шарнирного четырехсторонника.—Построение мгновенных центров кривошипного механизма 119—125.

§ 20. Радиальные скорости точек плоского механизма. Построение радиальных скоростей точек данного механизма.—Свойства радиальных скоростей.—Построение одновременных мгновенных скоростей точек кривошипного механизма.—Построение одновременных мгновенных скоростей точек шарнирного пятисторонника 126—129.

§ 21. Мгновенное ускорение. Касательное (тангенциальное) и нормальное (центростремительное) ускорение.—Кривая тангенциальных ускорений.—Ускорения точек плоской системы, вращающейся около подвижного центра.—Ускорение Кориолиса.—Мгновенная скорость катания центроид.—Мгновенное ускорение и мгновенный центр ускорений точек плоской системы.—Круг Лагира или окружность перегибов.—Круг Бресса или окружность перемен 129—136.

§ 22. Общая картина скоростей и ускорений точек плоского механизма 137—138.

Г л а в а III. Теория кинематических цепей.

§ 23. Кинематический анализ механизма. Степени свободы движения отдельных частей механизма.—Ограничение свободы движения отдельных частей механизма присутствием соседних частей.—Кинематическая пара.—Разложение механизма на ряд кинематических пар 138—142.

§ 24. Классификация и свойства кинематических пар. Классификация пар по степени ограничения относительной подвижности элементов; пары тройкой подвижности, пары двойкой подвижности, пары одиночной подвижности или пары принужденного движения (определенные пары).—Классификация пар по характеру взаимного соприкосновения элементов; пары высшие и пары низшие.—Форма элементов пар: огибающая и облекающая формы.—Обратимость пар.—Низшие определенные пары: пары призматическая, вращательная и винтовая.—Классификация пар по характеру замыкания; пары с самостоятельным замыканием, пары с силовым замыканием.—Пары с жидким, гибким и упругим элементами 143—153.

§ 25. Кинематическая цепь. Открытые и замкнутые цепи.—Эквивалентность пары и цепи.—Замена пары высшей подвижности цепью пар низшей подвижности.—Замена высшей пары цепью низших пар 153—156.

§ 26. Механизм, как замкнутая определенная цепь, поставленная на одно из своих звеньев 157—160.

§ 27. Трехзвенные плоские цепи с низшими парами. Клиновый пресс.—Дифференциальный винт Прони.—Параллельные тиски 160—162.

§ 28. Четырехзвенная плоская цепь механизма шарнирного четырехсторонника. Звенья шарнирного четырехсторонника.—Шатун.—Кривошпы и колебатели.—Теорема Грасгофа.—Прямила и инверсоры 162—167.

§ 29. Видоизменения механизма шарнирного четырехсторонника и преобразование его в другие четырехзвенные механизмы. Различные конструкции, осуществляющие вращательную пару.—Шарнирное соединение.—Круговое кулисное соединение (круговая кулиса и ползун).—Преобразование шарнирного соединения при помощи расширения цапф.—Соединение круговой шайбой и хомутом.—Эксцентрикное соединение.—Преобразование кулисного соединения при помощи выпрямления круговой щели.—Механизм кривошип-шатун-ползун и механизм кривошип-ползун-ползун, как видоизменения механизма шарнирного четырехсторонника 167—171.

§ 30. Четырехзвенные плоские цепи кривошипно-шатунного и кривошипно-кулисного механизмов. Механизм кривошип-шатун-ползун.—Механизм обыкновенной поршневой машины или поршневого насоса.—Механизм с качающимся цилиндром.—Механизм с вращающимся цилиндром.—Механизм насоса-маятника.—Механизм кривошип-ползун-ползун.—Механизм колебателя.—Механизм крестового эллипсографа.—Механизм овального патрона.—Механизм муфты Ольдгэма 171—178.

§ 31. Главнейшие плоские цепи с высшими парами. Трехзвенная цепь с парой касания.—Трехзвенная цепь зацепления.—Механизм зубчатой передачи между двумя валами.—Эпициклический механизм.—Четырехзвенная цепь с одним жидким звеном.—Механизм гидравлического пресса 178—180

Глава IV. Классификация и кинематическое исследование элементарных механизмов.

Ст. 1. Системы классификации механизмов.

§ 32. Классификация Рело (по характеру кинематической цепи).—Классификация Лангца и Бетанкура (по роду движения ведущего и ведомого звеньев механизма).—Классификация Виллиса и Бура (по характеру соприкосновения звеньев и отношению, одновременных скоростей ведущего и ведомого звеньев) 180—183

Ст. 2. Механизмы с непосредственным соприкосновением главных звеньев.

§ 33. Клиновый пресс 184—185

§ 34. Фрикционная передача. Колеса трения (пара катания).—Отношение угловых перемещений крайних элементов (передаточное число).—Отношение линейных перемещений крайних элементов.—Цилиндрические, лобовые, конические и гиперболоидальные колеса трения.—Прокатные вальки.—Антифрикционные ролики 185—190

§ 35. Зубчатая передача. А) Типы зубчатой передачи. Цилиндрические, конические и гиперболоидальные колеса.—Внешнее и внутреннее зацепление.—Начальные окружности.—Шаг, модуль и элементы профиля зубчатых колес.—Передаточное число.—Шестерня и зубчатое колесо.—Коробка скоростей.—Колеса с косыми зубцами (спиральные и шевронные зубчатые колеса).—Колеса с неполным числом зубцов.—Счетное колесо Кавендиша.—Шестерня и зубчатая рейка.—Зубчатая колеблющаяся рейка.—Некруглые (эллиптические) зубчатые колеса.—Вращающиеся поршни коловратных насосов. В) Профилирование зубцов. Теорема Виллиса.—Кривая зацепления.—Длина дуги зацепления.—Циклоидальный профиль (колеса Камуса).—Эвольвентный профиль (колеса Эйлера).—Обертывающий профиль (цевочное зацепление, колеса Гриссона).—Сравнение различных профилей 190—209

§ 36. Винтовая передача. Элементы винтовой передачи.—Направление, ход, шаг и угол подъема винтовой линии.—Винтовая нарезка.—Винты с треугольной, прямоугольной и криволинейной нарезкой.—Однооборотный и многооборотный винт.—Винт и гайка.—Простейшие винтовые механизмы (винтовая пара с одним закрепленным элементом): микрометрический винт, винтовой подъем (домкрат), винтовой пресс, дреель.—Сложные винтовые механизмы (трехзвенная цепь, включающая винтовую пару): дифференциальный винт, вагонная стяжка, параллельные тиски. Отношение линейных перемещений крайних элементов винтовой передачи. 209—216

§ 37. Червячная передача. Бесконечный винт или червяк.—Зубчатое винтовое колесо.—Шаг винта, шаг колеса и число оборотов червяка.—Передаточное число червячной передачи.—Червяк и зубчатая рейка. 216—219

§ 38. Кулачковая передача. Поступательно движущиеся кулаки.—Вращающиеся кулаки (эксцентрики).—Круговой эксцентрик в колеблющейся рамке.—Фигуры равной ширины.—Сердцевидный (кордоидальный) эксцентрик.—Равноостронный дуговой треугольный эксцентрик (эксцентрик Вольфа).—Качающиеся кулаки.—Клапанный механизм Лангца. 219—224

Ст. 3. Механизмы с жесткой связью между главными звеньями.

§ 39. Серии зубчатых колес. Рядовое соединение.—Соединение с шестернями.—Паразитные колеса.—Изменение направления вращения и изменение передаточного числа.—Возвратный ряд.—Двойной перебор.—Коробка скоростей.—Счетчик оборотов Вульстена 224—231

§ 40. Эпициклические механизмы. Формула Виллиса.—Эпициклический механизм Баррета.—Дифференциал 231—234

§ 41. Муфта Ольдгэма 234—235

§ 42. Шарнир Гука 235—237

§ 43. Шарнирно-рычажные механизмы (коленчатые рычаги) 237

§ 44. Храповые зацепы. — Храповик и собачка. — Храповой зацеп, как механизм, препятствующий обратному ходу машины. — Храповой зацеп, как механизм, преобразующий колебательное движение во вращательное. — Трещотки. — Подъемная кремальерка 237—239

§ 45. Кривошипные механизмы. Кривошипно-шатунный механизм. — Кривошипно-кулисный механизм. — Кривошипный механизм с качающимся (машина Кавэ) и вращающимся (двигатель Гном) цилиндром. — Кривошипный механизм с вращающейся кулисой (механизм Витворта) 239—243

§ 46. Прямилы и инверсоры (направляющие прямолинейного движения). Приближенные и точные прямилы. — Шарнирный четырехсторонник, как приближенное прямоило. — Лемнискоиды или кривые с длинным перегибом. — Простое прямоило Уатта. — Сложное прямоило (параллелограмм) Уатта. — Прямоило Ивенса. — Инверсия кривой, центр и коэффициент инвертирования. — Инверсор Поселье-Липкина. — Катящийся круговой рычаг, как точное прямоило. — Значение и область применения прямил 244—250

Ст. 4. Механизмы с гибкою связью между главными звеньями.

§ 47. Блоки, полиспасты и тали 250—252

§ 48. Гибкая передача. Передаточное число. — Открытая, перекрестная и полуперекрестная передача. — Набегающая и сбегающая ветви. — Цепная, ленточная, ременная, канатная и канатно-проволочная передача. — Натяжные ролики. — Шкивы, блоки и звездочки при гибкой передаче. — Рабочий и холостой шкивы. — Ступенчатые шкивы и передача с переменным передаточным числом 252—257

§ 49. Ворот. Ворот и кабестан. — Дифференциальный ворот 458—259

Отдел III. Кинетика простых машин.

Глава I.

§ 50. Задачи динамического исследования равномерного движения простых машин 260—262

Глава II. Вредные сопротивления в машинах.

§ 51. Два вида трения 262—263

§ 52. Законы трения скольжения твердых тел. Трение в призматической паре (наклонная плоскость). — Трение во вращательной паре (подшипник). — Влияние смазки. — Угол трения и коэффициент трения 263—271

§ 53. Законы трения катания твердых тел. Передвижение грузов на катках и на колесах 272—274

§ 54. Закон трения гибкого тела о неподвижный цилиндр. — Формула Эйлера. — Ленточный тормаз 274—276

§ 55. Жесткость гибких тел (канатов и цепей) 276—279

§ 56. Законы трения жидких тел о твердые и сопротивление среды 279—281

Глава III. Динамика равномерного движения простых машин.

§ 57. Клин и наклонная плоскость 281—289

§ 58. Рычаг 289—292

§ 59. Блоковый подъем 292—294

§ 60. Винт и домкрат 295—303

§ 61. Зубчатые колеса 303—309

§ 62. Гибкая передача 309—321

Глава IV. Динамика неравномерного движения машин.

Стран.

§ 63. Силы инерции в машинах. Закон инерции.—Касательные и центробежные силы инерции.—Вредное влияние сил инерции.—Деформации и удары.—Условия уравнивания сил инерции.—Приемы устранения вредного влияния сил инерции.—Противовесы 322—333

§ 64. Критическая скорость и резонанс. Принужденное и свободное колебания частей машины.—Критическая угловая скорость и критическое число оборотов в минуту.—Устойчивость машины на фундаменте.... 333—335

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Общие основы элементарного расчета главнейших деталей машин.

§ 65. Расчет валов. Цапфы и шейки.—Цилиндрическая сплошная цапфа.—Цилиндрическая полая цапфа.—Шаровая цапфа.—Сплошная пята.—Кольцевая пята.—Легкие и тяжелые валы.—Кручение и изгиб вала.—Критическая скорость и критическое число оборотов 336—343

§ 66. Общий ход расчета элементов гибкой передачи. Ременная и канатная передача.—Скорость на окружности ведущего шкива.—Диаметры шкивов.—Размеры ремня и каната 344—352

ЛИТЕРАТУРА.

Приводимый ниже список главнейших работ в области машиноведения совершенно не претендует на исчерпывающую полноту: иностранная и русская литература предмета, взятого в широком смысле практической механики, громадна и постоянно пополняется новыми отдельными изданиями и работами в периодической прессе. В дальнейшем имеется в виду дать лишь общие указания тем, кто пожелал бы ознакомиться с основными классическими работами по изучаемому предмету или углубить свои знания путем ознакомления с отдельными работами, посвященными специальным вопросам, затрагиваемым в настоящей книге, в виду ее ограниченной задачи, лишь частично.

Новейшие издания, относящиеся к последнему десятилетию, отмечены звездочкой (*).

I. Работы, излагающие историю развития и критику общих принципов механики вообще и прикладной механики в частности.

1. E. Mach. Die Mechanik in ihrer Entwicklung. 1883.

Есть русский перевод: Эрнест Мах. Механика. Историко-критический очерк ее развития. 1909. Книга эта содержит сжатое, но чрезвычайно ясное изложение постепенного развития основных принципов статики и динамики с глубоким критическим подходом и оценкою значения этих принципов с теоретической и практической точки зрения.

2. E. Mach. Die Geschichte und die Wurzel des Satzes der Erhaltung der Arbeit. 1872.

Есть русский перевод: Эрнест Мах. Принцип сохранения работы.

3. E. Dühring. Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik. 1873.

4. Rühlmann. Vorträge über die Geschichte der technischen Mechanik. 1885.

Очень полное изложение с целым рядом интересных примеров и приложений.

Из более новых работ на эту тему можно указать:

5. P. Duhem. L'évolution de la mécanique. 1903.

6. Wilh. Keck. Vorträge über Mechanik. 1896.

7. A. Föppl. Vorlesungen über technische Mechanik. 1900.

8. H. Lorentz. Technische Mechanik.

Есть русский перевод: Ганс Лоренц. Техническая механика неизменяемой системы. 1909.

9. Кирпичев, В. А. Беседы о механике. 1907.

Очень ценная книга, просто и ясно излагающая главнейшие из основных принципов механики и выясняющая область их практического применения.

II. Работы, систематически излагающие общие теоретические основы машиноведения.

10. Reuleaux. Theoretische Kinematik. Т I—II. 1875—1900.

Классическая работа в области кинематики механизмов, положившая начало целой школе. Школа эта, изучая механизм, как особую кинематическую „машинную систему“ и развивая глубокие и оригинальные взгляды Рело на методы кинематического анализа и синтеза механизмов, сыграла в свое время очень большую роль, поставив кинематику механизмов на действительно научный фундамент. Однако следует оговорить, что существенным недостатком этой школы является чрезмерный отрыв кинематической стороны механизма от динамической стороны происходящих в машине процессов к явному и несомненному ущербу последней весьма важной области.

11. Grashof. Theoretische Maschinenlehre.
12. Rühlmann. Allgemeine Maschinenlehre. 1888.
13. Redtenbacher. Maschinenbau.
14. Bour. Cours de mécanique et machines.
15. Burmester. Lehrbuch der Kinematik. 1887.
16. Weisbach. Ingenieur—und Maschinen-Mechanik (bearb. von Hermann).

Из более новых работ на эту тему можно указать:

17. Stephan. Die technische Mechanik des Maschineningenieurs. 1921 (*).
18. Grübler. Getriebelehre. 1921 (*).
19. J. Perry. Applied Mechanics (Есть немецкий перевод).
20. Mieses. Dynamische Probleme der Maschinenlehre.

Из книг русских авторов по этому отделу упомянем:

21. Зернов, Д. С. Прикладная механика. 1924 (*).
22. Евневич И. А. Прикладная механика. 1902.
23. Левенсон, Л. Б. Кинематика механизмов. 1923 (*).
24. Левенсон, Л. Б. Общая теория машин. 1923 (*).
25. Радциг, А. А. Прикладная механика. 1923 (*).
26. Рузский, Д. П. Кинематика машин. 1924 (*).
27. Рузский, Д. П. Общая теория машин. 1924 (*).
28. Делоне, Н. Б. Лекции по практической механике. 1901.
29. Мерцалов, Н. И. Прикладная механика. 1903.
30. Мерцалов, Н. И. Динамика механизмов. 1914.
31. Рязанцев, А. В. Прикладная механика. 1911.
32. Страхов П. С. Практическая механика. 1903.
33. Тяпкин, Н. Д. Прикладная механика. 1902.
34. Янковский, П. К. Прикладная механика. Курс простых машин и передаточных механизмов. 1896.
35. Янковский, П. К. Кинематика механизмов. 1900.
36. Фроловский, Н. А. Теория механизмов и вредных сопротивлений. 1908.
37. Липшиц, Я. А. Курс машиноведения. 1909.
38. Вирениус, Н. А. Работа машин, трение и краткий обзор механизмов. 1913.

III. Работы справочного и общего характера.

А.

39. Freytag. Hilfsbuch für der Maschinenbau. 1919.
Есть русский перевод: Фрейтаг. Справочная книга по машиностроению. 1906.
40. Förster. Taschenbuch für Bauingenieure. 1921.
41. Dubbel. Taschenbuch für Maschinenbau. 1921.

Б.

42. Н. Weihe. Maschinenkunde. 1923 (*).
Очень краткое изложение начал машиноведения для инженеров-строителей.
43. G. v. Hanffstengel. Technisches Denken und Schaffen. 1920 (*).
Есть русский перевод: Ганфштенгель. Техническое мышление и творчество. 1923. Книга, изложенная очень популярно, представляет собою общее введение в технику и ее методы.
44. Daul. Das Perpetuum mobile. 1900.
45. Грамберг. Технические измерения при исследовании машин (подл. на немецком языке). 1907.
46. Чарновский. Организация промышленных предприятий. 1920 (*). Изложение способов использования энергии в заводской обстановке.

IV. Работы, излагающие способы расчета частей и деталей машин.

47. Bach. Die Maschinenelemente (11-ое издание). 1913. Основная и классическая работа по деталям машин.
48. Riedler. Maschinenzichnen. 1919 (*).
49. Lindner. Maschinenelemente. 1910.
50. Krause. Maschinenelemente. 1922 (*).
51. Grove. Konstruktionslehre der einfachen Maschinenteile. 1906.

52. Volk. Einzelkonstruktionen aus der Maschinenbau. 1913.
53. Landien. Maschinenelemente. 1907.
54. Karl Kahle. Maschinenelemente in Fragen und Antwort 1922 (*).
55. Schunke. Maschinenelemente.
56. Möser. Maschinenteile.
57. Pohligh. Maschinenteile.
58. Pohlhausen. Maschinenelemente.
59. Фатер, Р. Элементы машин. 1924.
60. Берлов, М. Н. Детали машин.
61. Барт. Детали машин.
62. Худяков, П. К. и Сидоров, А. И. Детали машин. 1907—1911.
63. Грдина, Я. И. Детали машин. 1905.
64. Боборыкин И. И. Детали машин. 1912.
65. Холмогоров, И. М. Детали машин, их конструкция и расчет. 1913.
66. Кирпичев, В. Л. Детали машин.
67. Сидоров, А. И. Задачи по деталям машин. 1909.
68. Межеричер. Машиностроительное черчение. 1923.
69. Шиббель. Зубчатые колеса. 1913.
70. Лукин, М. Г. Муфты сцепные и упругие.

V. Некоторые работы, посвященные специальным вопросам машиноведения.

А) Регулирование и измерение работы машин.

71. Tolle. Die Regulierung der Kraftmaschinen. 1909.
Есть русский перевод: Толле. Регулирование двигателей. 1910.
72. Kölsch. Gleichgang und Massenkräfte. 1911.
73. Flather. Dynamometers and the Measurement of Power. 1900.
74. Dalbi, W. E. The balacing of engines. 1906.
75. Жуковский, Н. Е. Теория регулирования хода машин.
76. Рерих, К. Э. Теория регулирования машин.
77. Шуберт. Теория уравнивания сил инерции. 1902.
78. Крылов, А. Н. Учебник теории корабля.
79. Фандерфлит, А. П. Определение мощности машин по углу кручения вала. 1901
80. Левенсон, Л. Б. Современные американские паровые машины (*).
81. Ассур, Л. В. и Рерих, К. Э. Графические методы определения момента инерции маховика.
82. Грамберг. Технические измерения. 1907.

Б) Вредные сопротивления.

83. Stäckel. Elementare Dynamik (Encykl. d. math. Wiss. IV).
84. Петров, Н. П. Описание и результаты опытов над трением жидкостей и машины (Изв. СПб. Проект Техн. Инстит. 1883).
85. Бахметьев, Б. А. О трении в машинах. 1912.
86. Рерих, К. Э. К вопросу о гидродинамической теории трения в подшипниках.
87. Хольде. Испытание и рациональный выбор смазочного масла. 1915.

В) Отдельные вопросы кинематики и графостатики механизмов.

88. Jellineck. Die Transmissionen. 1912.
89. Hermann. Zur graphischen Statik der Maschinengetriebe. 1879.
90. Страхов, П. С. Механизмы и трансмиссии.
91. Пио-Ульский, Г. Н. Кинематика шатунного механизма.
92. Кирпичев, В. Л. Построение картины скоростей и ускорений для плоского механизма.
93. Кирпичев, В. Л. Основы графической статики. 1914.
94. Ассур, Л. В. Картины скоростей и ускорений точек плоского механизма.

VI. Работы, посвященные вопросам о силовых двигателях.

А) Выбор двигателя.

95. Барт, Ф. Выбор двигателя. 1914.
96. Иоссе, И. Современные силовые установки. 1909.

- 97. Беловидов, Б. Выбор машинных двигателей. 1916.
- 98. Сергиевский, Н. Г. Стоимость и оценка машин. 1907.
- 99. Фармаковский, В. В. Машиноведение.

Б) Теплотехника.

- 100. Birven. Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie. 1905.
 - 101. Röttinger. Die Thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen. 1905.
 - 102. Schüle. Leitfaden der technischen Wärmemechanik. 1922 (*).
 - 103. Schüle. Technische Thermodynamik. 1923 (*).
- Есть русский перевод: Шюле. Техническая термодинамика.
- 104. Брандт, А. А. Основания термодинамики. Ч. I и II. 1924.

В) Паросиловые установки.

- 105. Dubbel. Kolbendampfmaschinen und Dampfturbinen. 1923 (*).
- 106. Pohlhausen. Die Dampfmaschinen. 1912.
- 107. Spalckhaver und Schneiders. Die Dampfkessel. 1923 (*).
- 108. Freytag. Die ortsfesten Kolbendampfmaschinen. 1911.
- 109. Schlippe. Die Dampfkessel und ihr Betrieb. 1913.
- 110. Tetzner. Die Dampfkessel. 1923 (*).
- 111. Stodola. Die Dampf- und Gasturbinen. 1922 (*).
- 112. Eyermann. Die Dampfturbinen. 1906.
- 113. Stumpf. Die Gleichstrom-Dampfmaschine. 1922 (*).
- 114. John Perry. Die Dampfmaschine. 1909.

Г) Двигатели внутреннего сгорания.

- 115. Dubbel. Großgasmaschinen. 1910.
- 116. Löffler und Riedler. Ölmaschinen. 1922 (*).
- 117. Güldner. Das Entwerfen und Berechnen der Verbrennungskraftmaschinen und Kraftgas-Anlagen. 1914.
- 118. Schöttler. Die Gasmaschine. 1909.
- 119. Грибов, И. В. Двигатели внутреннего сгорания.

Д) Гидросиловые установки.

- 120. Camerer. Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen. 1914.
- 121. Escher. Die Theorie der Wasserturbinen. 1921 (*).
- 122. Pfarr. Turbinen für Wasserkraftbetrieb. 1921 (*).
- 123. Reichel, E. Über Wasserkraftmaschinen. Ein Vortrag für Bauingenieure. 1914.
- 124. Thomann. Die Wasserturbinen und Turbinenpumpen. 1921 (*).
- 125. Quantz. Wasserkraftmaschinen. 1922 (*).
- 126. Mises K. Theorie der Wasserräder. 1908.

VII. Работы, посвященные некоторым классам рабочих машин.

А) Насосы.

- 127. Bethmann. Die Pumpen. 1912.
- 128. Budau. Vorlesungen über Pumpenbau. 1921 (*).
- 129. Berg. Die Kolbenpumpen. 1921 (*).
- 130. Hartmann und Knoke. Die Pumpen. Bearbeitet von H. Berg. 1906.
- 131. Neumann. Die Zentrifugalpumpen. 1922.

Б) Подъемные и транспортирующие машины.

- 132. Aumund. Hebe- und Förderanlagen. 1916.
- 133. Bessel. Hebemaschinen. 1911.
- 134. Bethmann. Aufzugbau. 1913.
- 135. Ernst. Hebezeuge. 1903.
- 136. v. Hanffstengel, J. Förderung von Massengütern. 1921 (*).

XIV

137. Michenfelder. Kran- und Transportanlagen. 1912.
138. Wettich. Hebezeuge. 1913 (*).
139. Dub. Der Kranbau. 1921 (*).
140. Klein. Vorlesungen über Hebezeuge. 1921.
141. Broughton. Electric Cranes. 1911.
142. Broughton. The electrical handling of materials 1923 (IV) (*).
143. Pacoret. Appareils de levage et de manutention. 1912.
144. Zimmer. The mechanical handling of materials.
145. Bühle. Massentransport.
146. Buckley. The mechanical appliances in railroad practice.
147. Романов, А. Д. Подъемные машины. 1901.
148. Самусь, А. Курс подъемных машин.
149. Кифер, Л. Г. Грузоподъемные машины. 1910.
150. Ляхницкий, В. Е. Оборудование торговых портов.

Примечание. Электромоторы и динамо-машины относятся к курсу электротехники, а не общего машиноведения, а потому литература по этим вопросам в настоящий перечень не входит.

...Der Naturforscher hat mit der Beantwortung irgend einer einzelnen Frage keine Eile. Der Techniker dagegen steht unter dem Zwange der Nothwendigkeit...

Aug. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik, I B.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Машина, в широком смысле этого слова, играет в условиях современной жизни столь исключительную по своему значению роль, что машинная установка, по справедливости, должна быть признана не только основой современной техники, но, до известной степени, основой всей современной материальной культуры: поэтому отчетливое представление о назначении и устройстве важнейших машин и ясное понимание происходящих в них процессов являются в настоящее время обязательными для всякого техника любой специальности.

Однако, подход к изучению машинной установки для техников различных специальностей должен быть существенно различным. В зависимости от тех целей, с которыми мы приступаем к изучению машины, можно, вообще говоря, наметить двоякий подход ко всякой машинной установке:

1. Подход заказчика машины и потребителя результатов ее работы, выбирающего наиболее подходящий для его целей тип машины и оценивающего результаты ее работы с точки зрения достижения наименьшей себестоимости полезного продукта, получаемого от машины и возможно большей ее производительности.

2. Подход конструктора машины, составляющего по данному ему заказу конструктивный проект машины, с учетом целесообразности и прочности всех ее отдельных элементов, и осуществляющего эту конструкцию при постройке машины на заводе.

В то время, как в роли заказчика машины при современных условиях приходится выступать весьма широкому кругу потребителей продуктов ее работы, роль конструктора естественно должна быть предоставлена определенному кругу специалистов заводского машиностроения.

Однако, и заказчик машины может подходить к машине с двоякой точки зрения: действительно, наиболее важный для заказчика вопрос о себестоимости единицы полезной работы, получаемой от машины, зависит, помимо строительной стоимости самой машины и цены потребляемой ею энергии, от двух существенно различных обстоятельств:

1) от механических достоинств или недостатков рассматриваемой конструкции, характеризующихся значениями коэффициента полезного действия, коэффициента преобразования силы, передаточного числа и ряда других механических измерителей, оценивающих результаты работы данной машины, и

2) от эксплуатационных удобств или затруднений, связанных с работой рассматриваемой машины и зависящих от характера износа отдельных частей машины, возможности их поломки и замены, удобства и стоимости обслуживания и ремонта и ряда других обстоятельств, характеризующих условия эксплуатации данной машины.

Настоящая книга ставит себе своей основною целью задачу служить пособием при изучении общего курса Машиноведения, освещающего преимущественно механическую сторону машинных установок, рассматриваемую с точки зрения заказчика и потребителя продукта работы машины; эта цель накладывает на настоящее пособие особый характер: заказчику машины и потребителю ее работы достаточно иметь правильное, но общее представление

о процессах, происходящих в главнейших машинах, и о роли и назначении наиболее употребительных механизмов; его дело будет заключаться не в расчете, конструировании и постройке машин, но в сравнительной оценке достоинств и недостатков различных машин и в рациональном выборе наиболее подходящей для данных условий машины.

Таким образом, основной задачей предлагаемой книги, излагающей начала прикладной механики, является задача установления у изучающего правильного технического мышления в понятиях и образах практической механики и развития самостоятельной технической критики в этой области. В силу изложенного, в предлагаемой работе уделено сравнительно много внимания вопросам и понятиям принципиального и общего характера (каковы, например, понятия о коэффициенте полезного действия машинной установки, баланса энергии в силовых установках, ценности и стоимости работы, себестоимости полезной лошадиной силы, передаточном числе трансмиссий, кинематическом составе механизма и т. п.) и сравнительно мало места расчетам отдельных конструктивных деталей.

Вся предлагаемая работа разделена на три Отдела.

В первом Отделе рассматриваются общие цели и условия работы всякой машины, взятые под углом зрения закона сохранения энергии (уравнение движения машины, коэффициент полезного действия, самоторможение, регулирование и т. п.); конечной целью изучения поставлен коэффициент полезного действия. Эта часть, имея самостоятельное значение, может отчасти служить введением в дальнейшие специальные дисциплины (тепловая механика и т. п.).

Во втором Отделе изучается кинематика механизмов; конечной целью изучения поставлено передаточное число. Приведенные в этой части многочисленные примеры приучают, с одной стороны, отыскивать сходство и общие черты в разных и различие в родственных друг другу механизмах, а с другой — освещать любой механизм с разных точек зрения (теория центроид, теория кинематических цепей Релло, принцип расширения цапф и т. п.).

В третьем Отделе рассматривается обшая динамика как равномерного, так и неравномерного движения машин, и выясняется та роль, которую играют в режиме машины силы инерции; конечной целью изучения является коэффициент преобразования силы.

Наконец, в приложении пришлось задеть немногие вопросы, относящиеся к расчету некоторых элементов машин.

План и ход изложения, объединяемый общей точкой зрения на предмет, а также неполное обычная обработка некоторых параграфов принадлежат мне; все отдельные части предлагаемой книги связаны общей идеей, вытекающей из определенных основных воззрений на машину, рассматриваемую с точки зрения закона сохранения энергии, и на механизм, рассматриваемый с точки зрения теории кинематических цепей.

В начале книги указан список трудов, имевшихся в моем распоряжении при моей работе.

В заключение считаю долгом выразить искреннюю благодарность ближайшему моему сотруднику по моей кафедре Е. Д. Герценштейну за его весьма существенные и важные для меня замечания по многим вопросам, задетым в издаваемой работе, а также П. В. Белову, Н. А. Шошину и П. Е. Свешникову, в значительной мере облегчившим мне своим участием труд по изданию настоящей работы.

А Р Н О Л Ъ Д.

ВВЕДЕНИЕ.

Место машиноведения среди других научных дисциплин.

Теоретическая механика. — Прикладная механика. — Вопросы статического равновесия и строительная механика. — Вопросы динамического равновесия и практическая механика.

Под именем механики разумеют, как известно, тот отдел теоретической и опытной физики, который занимается изучением вопросов о силах и о движении, вызванном этими силами. Если при этом объектами, на которые действуют силы, или движение которых мы рассматриваем, являются не вещественные тела окружающего нас реального мира, а создаваемые нами (в целях упрощения явления и облегчения выяснения основных законов механики) воображаемые материальные точки и системы таких точек, составляющие в совокупности абстрактное абсолютно-твердое тело, — то механика, изучающая такие объекты, носит название теоретической механики. Таким образом, теоретическая механика, основанная на классических трудах таких первоклассных ученых, как Галилей, Ньютон и Лагранж, имеет дело с несуществующими в действительности предметами и совершенно исключает из своего рассмотрения целый ряд таких свойств тел, которые неизбежно встречаются, в большей или меньшей мере, во всех реально существующих предметах действительного окружающего нас мира. Таковы свойства упругости твердых тел, частичного сцепления жидких тел, жесткости гибких тел, явление трения и т. п.; все эти свойства и явления теоретическая механика совершенно игнорирует. Поэтому, приложение строгих и точных выводов теоретической механики, наилучше выясняющей основные и общие законы движения в его отвлеченном виде, к изучению движений и взаимодействий необычайно сложных по структуре вещественных предметов реального мира требует существенных поправок и наличия приближенных и, во всяком случае существенно иных методов, чем точные методы теоретической механики. Та часть механики, которая изучает движения и взаимодействия реально существующих физических тел или предметов, приближающихся по своим свойствам к физическим телам, носит название прикладной механики; своим развитием прикладная механика обязана, преимущественно, работам инженеров и ученых техников, каковы Навье, Кориолис, Понселэ, Сен-Венан, Винклер, Грасгоф и друг.

Прикладная механика, в свою очередь, распадается на две крупные части. Первая часть ее имеет дело с такими предметами и сооружениями, которые сопротивляются действию внешних сил без заметных относительных

передвижений частей самого сооружения; эта часть прикладной механики носит название строительной механики и, — имея дело со случаем статического равновесия сил, действующих на сооружение, — занимается, главным образом, изучением устойчивости и прочности сооружений. Вторая часть прикладной механики имеет дело с такими предметами и конструкциями, которые способны, под влиянием внешних сил, придать в определенное движение, определенным образом меняя относительное положение своих отдельных частей; если при этом одна из частей такой конструкции (станина) остается неподвижной, а все остальные под действием внешних сил могут определенным образом передвигаться одна относительно другой, — то такая конструкция называется машиной. Эта часть прикладной механики носит название практической механики или учения о машинах и, — имея дело со случаем динамического равновесия сил, действующих на машину, — занимается, главным образом, изучением условий преобразования машинами работы и движения. Эта отрасль прикладной механики была подробно разработана трудами целого ряда ученых XIX века, среди которых на первом месте надо упомянуть имена Редтенбахера, Вейсбаха, Рело, Баха и Грасгофа.

Предметом предлагаемой работы является краткое изложение основ второй части прикладной механики, т. е. общих оснований учения о машинах.



Отдел I.

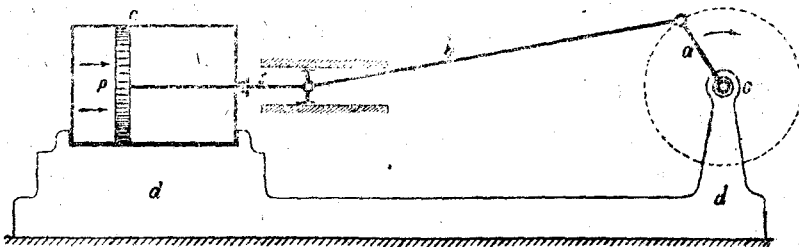
Общие условия движения и работы машин.

Глава I.

§ 1. Машина и механизм.

Преобразование энергии и преобразование движения. — Цели машины и цели механизма. — Исследование машины с точки зрения статики и динамики и задачи кинетики машин. — Исследование механизма с точки зрения кинематики механизмов и задача кинематики механизмов. — Исследование машинной конструкции с точки зрения прочности частей и устойчивости целого и задачи расчета деталей машины. — Общие типы машин: машины-двигатели или моторы, машины-трансформаторы и машины-орудия или рабочие машины. — Части машины: приемник, исполнительный орган или орудие, передача или трансмиссия, регулирующий аппарат, фундамент или станина. — Главный механизм машины.

Рассматривая любую машину, от самой простой до самой сложной, мы можем подметить, что при помощи ее мы достигаем двоякой цели: преобразования работы и преобразования движения.



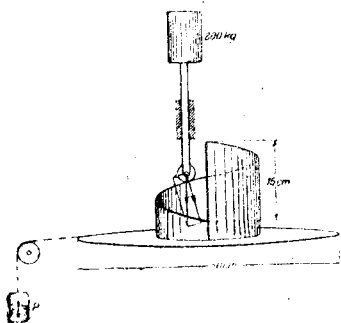
Черт. 2.

Возьмем, в виде примера, упрощенную схему известного механизма обыкновенной горизонтальной паровой машины (черт. 2): поршень ρ , скрепленный с поршневым штоком s идвигающийся под давлением пара в цилиндре c , передает при помощи шатуна b и кривошипа a вращение рабочему валу o ¹⁾. Вдумываясь в роль этой машины, мы видим, что „при помощи ее,

¹⁾ В этой схеме роль станины, т. е. неподвижной части машины, играет общий фундамент d , на котором неподвижно укреплены цилиндр c и подшипники вала o .

прежде всего, осуществляется преобразование работы расширяющегося в цилиндре с пара в механическую работу вращающегося вала σ ; кроме того, тою же машиною, попутно достигается преобразование прямолинейного колебательного движения поршня ρ в вращательное движение рабочего вала σ .

В виде другого примера возьмем упрощенную схему обыкновенного подъемного винта (черт. 3): поднимаемый груз при помощи снабженного роликом вертикального стержня, движущегося в особых направляющих, опирается на винтовую ход (винтовую нарезку), составляющую одно целое с горизонтальным диском (головка винта). Очевидно, что, вращая диск около вертикальной оси, мы можем заставить винтовую нарезку, вращаясь в определенном направлении, двигать вверх опирающийся на нее ролик со стержнем, т. е. приподнимать груз ¹⁾. И в этом примере мы легко можем заметить, что машиною, прежде всего, осуществляется преобразование работы силы, вращающей диск, в работу силы, поднимающей груз, но что попутно тою же машиною достигается преобразование вращательного движения диска (винта) в поступательное движение стержня (груза).



Черт. 3.

Машина, рассматриваемая исключительно с точки зрения осуществляемого ею преобразования движений безотносительно к силам, действующим на нее, т. е. машина, рассматриваемая исключительно с кинематической точки зрения, называется механизмом ²⁾.

Основной целью всякой машины является получение полезной работы; поэтому, преобразование работы является основной задачей всякой машины, а преобразование движений — задачей, осуществляемой попутно. В виду этого всякую машину можно рассматривать с кинематической точки зрения, т. е. назвать механизмом, но не всякий механизм заслуживает названия машины; так, мы можем говорить о механизме паровоза и механизме часов; но паровоз является машиной, так как цель его — преобразование работы расширяющегося под поршнем пара в работу вращательного движения ведущих осей, а часы останутся часовым механизмом, так как задача их чисто кинематическая, т. е. преобразование движения опускания гири (или развертывания пружины) во вращательное движение оси, на которую насажена стрелка, без всякой цели получения какой-либо полезной работы.

Эта двойственная роль всякой машины позволяет выделить из общего изложения начал практической механики две подготовительных части общего характера.

1-ую часть составляют основы учения о преобразовании, при помощи машин, работы и о взаимодействии сил в машинах; эта часть заключает в себе применение к машиноведению законов статики и динамики и может быть названа общими основаниями кинетики машин.

¹⁾ В этой схеме роль станины играет общий фундамент, на котором укреплены как неподвижные части, направляющие движение вертикального стержня, так и неподвижные части, служащие опорами (подшипниками) оси вращения диска и винтовой нарезки.

²⁾ Кинематикой (геометрией движения) называется, как известно, та часть теоретической механики, которая занимается рассмотрением движения независимо от сил, обуславливающих это движение; те же части теоретической механики, которые вводят в рассмотрение силы (статика и динамика), объединяются названием кинетики.

II-ую часть составляют основы учения о преобразовании, при помощи машин, движений; эта часть включает в себе применение к машиноведению законов кинематики и может быть названа общими основаниями кинематики механизмов.

Дальнейшие части практической механики посвящены специальному изучению условий работы машин различных типов и расчету входящих в них конструктивных частей. Более подробное рассмотрение конструкции различных машин показывает, что в состав каждой машины входят части двух родов: одни из них встречаются в самых разнообразных машинах и, играя всегда одну и ту же роль, имеют всегда одну и ту же конструкцию; таковы, например, болты, винты, клинья, заклепки и т. п.; другие части свойственны лишь определенному классу или типу машин. Для изучения конструктивных частей первого рода, т. е. для расчета конструктивных деталей, общих для самых разнообразных машин, возможно и полезно выделить их в отдельную группу общего характера, изучение которой составляет предмет III-ей части практической механики; эта часть включает в себе применение к машиноведению выводов строительной механики и может быть названа общими основаниями конструктивного расчета деталей машин.

В зависимости от различных точек зрения, с которых можно рассматривать машину, различные авторы дают различные определения понятию „машина“.

Стоя на точке зрения кинетики, машине можно дать следующее наиболее общее и полное определение, вполне отвечающее всем наиболее характерным свойствам машины:

„Машиною называется искусственно построенная система тел, из которых одно (станина) неподвижно, а прочие могут определенным образом передвигаться под влиянием приложенных к машине внешних сил; при этом движении происходит составляющее основную задачу машины преобразование одного вида энергии (работы приложенной к машине внешней движущей силы) в другой необходимый нам вид энергии (в полезную работу данной машины)“.

Необходимо отметить, что отличительным признаком машины, согласно этому определению, является непременно наличие в машине, по меньшей мере, двух частей: неподвижной (станина) и подвижной; в большинстве машин подвижных частей имеется, однако, не одна, а несколько. Отсутствие неподвижной части (станины) заставляет исключать данную конструкцию из числа машин: такие приспособления, состоящие из одной подвижной или одних подвижных частей (топор, ручной бурав, молоток, ножницы и т. п.) должны быть отнесены к категории инструментов или простых орудий, но не машин.

Переходя на точку зрения кинематики, т. е. рассматривая машину как механизм, без отношения к тем силам, которые на него действуют, можно, прежде всего, привести следующее определение машины, данное Ампером:

„Машина есть приспособление, при помощи которого можно изменять направление и скорость данного движения, т. е. превращать один вид движения в другой“.

Того же порядка определение машины дает Бур:

„Машина есть приспособление, устанавливающее определенное геометрическое отношение между одновременными скоростями и ускорениями двух тел“.

Этим определением подчеркивается так называемое принужденное движение отдельных частей машины: действительно, отдельные части машины должны быть связаны между собою таким образом, чтобы каждая точка по-

движной части во время движения машины описывала вполне определенную траекторию, причем данному положению одной подвижной части машины должно отвечать одно определенное положение всех остальных подвижных частей ее.

Наиболее удачное определение машины, как механизма, т. е. машины, рассматриваемой с кинематической точки зрения, дано Рело, который ввел в машиноведение весьма плодотворные понятия о кинематической паре и кинематической цепи. Кинематической парой, согласно Рело, называются две смежные части механизма, находящиеся во время движения в постоянном взаимном соприкосании; каждая из этих частей называется элементом данной пары (напр., винт и гайка, цилиндр и поршень и т. д.). Последовательное соединение нескольких кинематических пар, осуществленное таким образом, что второй элемент каждой предшествующей пары является в то же время первым элементом следующей пары, называется кинематической цепью; соединенные в одно целое два элемента смежных пар составляют звено цепи (напр., ряд стержней, последовательно соединенных между собой шарнирами). Если одно из звеньев замкнутой цепи сделано неподвижным, то говорят, что цепь поставлена на это звено; если замкнутая цепь, поставленная на одно из своих звеньев, обладает тем свойством, что данному положению одного подвижного звена отвечают определенные положения всех остальных подвижных звеньев, то данная цепь называется определенной кинематической цепью (или цепью принужденного движения). Основываясь на этих понятиях, Рело дал следующее определение машины, рассматриваемой как механизм:

„Машиною называется замкнутая определенная кинематическая цепь, поставленная на одно из своих звеньев“ ¹⁾.

Всякая машина предполагает существование вне ее некоторой движущей силы, которая и служит источником энергии, приводящей машину в действие: преобразование этой энергии в другой вид, более полезный для наших специальных целей, и служит целью машин. Так как всякая энергия, как известно, может быть измеряема единицами механической работы, то происходящий во всякой машине основной процесс сводится к преобразованию работы T_m , затрачиваемой на движение машины, в работу T_u , получаемую в виде полезного результата ее действия.

В этом процессе мы можем различать две стороны: количественную и качественную.

Количественная сторона процесса заключается в том, что во всякой без исключения машине, как это показывает опыт, далеко не вся затрачиваемая на нее работа T_m (работа движущей силы) превращается в полезную для нее работу T_u (полезная работа), но значительная часть ее тратится без пользы на преодоление работы побочных и вредных сопротивлений, неизбежно возникающих в процессе работы (трение и т. п.). Таким образом, T_u всегда меньше T_m , и очевидным мерилom полезности для нас протекающего в машине процесса преобразования энергии является отношение

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} < 1, \dots \dots \dots (1)$$

называемое коэффициентом полезного действия машины.

Качественная сторона процесса заключается в том, что всякая работа, как известно, измеряется произведением силы на путь, пройденный точ-

¹⁾ См. ниже, Отд. II. Это определение дает основание к наиболее рациональной кинематической классификации машин, соединяя различные с виду и по назначению, но тождественные по существу машины в одно семейство, объединяемое той кинематической цепью, из которой произошли все данные машины.

кой приложения силы по ее направлению, а потому количественно одна и та же работа может быть дана и получена в бесконечном разнообразии существенно различных видов: при той же величине произведения силы на путь, каждому из двух сомножителей можно придать любое значение при соответственном подборе значения другого.

Поэтому, качественная сторона процесса преобразования энергии, происходящего в машине, заключается в том, что работа T_m движущей силы F , данная в виде произведения Fs (где s есть величина линейного перемещения точки приложения силы F), преобразуется в полезную работу T_u , данную в виде произведения Qq (где Q есть величина силы, развиваемой машиной на ее исполнительном органе, т. е. силы полезного сопротивления, а q величина линейного перемещения точки приложения силы Q).

Таким образом, общий процесс преобразования работы T_m в работу T_u разлагается на два одновременных процесса: преобразование силы F , движущей машину, в полезную силу Q , развиваемую машиной, и преобразование перемещения s точки приложения движущей машину силы F в перемещение q точки приложения развиваемой машиной силы Q .

Мерилом успешности процесса преобразования силы может, очевидно, служить отношение k движущей силы F к полезному сопротивлению Q :

$$k = \frac{F}{Q} \dots\dots\dots (2)$$

Отношение k , характеризующее динамический эффект работы данной машины, могло бы быть названо коэффициентом преобразования силы. Легко видеть, что при $k < 1$, $F < Q$, т. е. в этом случае машина дает нам возможность сравнительно небольшой силой F преодолевать значительные сопротивления Q , или, другими словами, в этом случае машина является мультипликатором силы.

Мерилом характера процесса преобразования перемещений служит отношение m линейных перемещений s и q крайних элементов машины:

$$m = \frac{s}{q} \dots\dots\dots (3)$$

Отношение m , характеризующее кинематический эффект работы данного механизма, могло бы быть названо передаточным числом линейных перемещений крайних элементов машины ¹⁾. Нетрудно убедиться, что при $m < 1$, $s < q$, т. е. в этом случае перемещение (или скорость, так как скорость есть перемещение в минуту) той части машины, на которую действует движущая сила, меньше перемещения (или скорости) той ее части, на которой проявляется развиваемая машиной сила, или, другими словами, в этом случае машина является мультипликатором скорости.

Все три установленных выше коэффициента

$$\eta, k \text{ и } m,$$

характеризующие процессы преобразования машиною энергии, сил и скорости, взаимно связаны между собою простою связью; действительно, выше мы видели, что

$$\eta = \frac{T_u}{T_m}.$$

Но $T_u = Qq$ и $T_m = Fs$.

¹⁾ Если речь идет об угловых перемещениях, то отношение это принято называть прямо „передаточным числом“.

Поэтому

$$\eta = \frac{Q}{F} \cdot \frac{q}{s},$$

или, имея в виду, что $\frac{Q}{F} = \frac{1}{k}$ и $\frac{q}{s} = \frac{1}{m}$,

$$\eta = \frac{1}{km}$$

или:

$$\eta mk = 1 \dots \dots \dots (43)$$

Установленное нами равенство $\eta mk = 1$ должно быть признано одним из наиболее общих соотношений, характеризующих конечные результаты работы всякой машины в целом, а коэффициенты η , k и m наиболее общими характеристиками, дающими оценку успешности происходящих в машине процессов преобразования энергии, сил и перемещений, причем выяснение различных практических условий, влияющих на величину этих коэффициентов, и составляет основную задачу изложения общей теории машин (η), кинематики механизмов (m) и динамики машин (k).

Изучая различные типы машин и классифицируя их, с целью облегчения их изучения, по отдельным признакам в определенные группы, мы можем придать этой классификации двойное основание: мы можем соединять отдельные типы машин в определенные классы или по характеру той энергии, которая служит источником действия машины (по движущей силе) или по характеру той энергии, которая получается в результате действия машины (по объекту действия машины).

С этой точки зрения среди разнообразных типов машин можно выделить три основных группы, представляющие наибольший практический интерес:

1) машины, с помощью которых какой-либо вид энергии превращается в механическую работу; в этом случае механическая энергия получается, как продукт действия машины, т. е. в виде полезной и нужной нам работы машины;

2) машины, с помощью которых механическая энергия преобразуется в какой-либо другой вид энергии; в этом случае механическая энергия играет роль источника, приводящего машину в действие, т. е. дается нам в виде имеющейся в нашем распоряжении механической работы, подлежащей превращению в какой-либо другой, нужный для наших целей, вид энергии, и

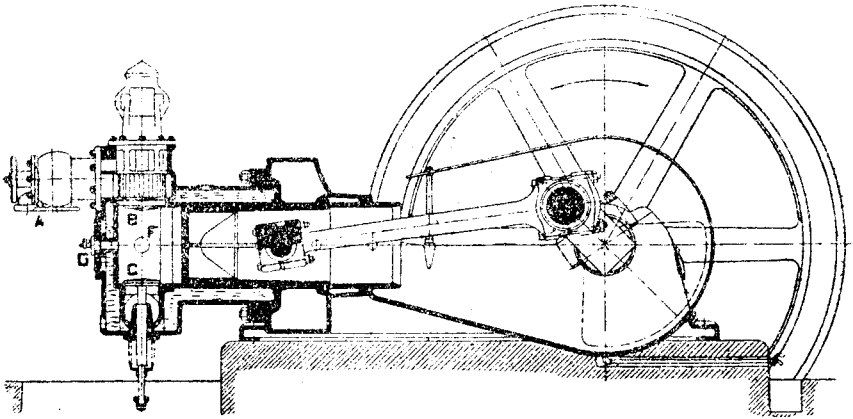
3) машины, с помощью которых один вид механической энергии (для нас менее ценный) преобразуется в другой вид той же механической энергии (более для наших целей пригодный); в этом случае механическая энергия играет роль и источника, и продукта действия машины.

Машины первой группы, т. е. машины, превращающие данную нам энергию (обычно энергию естественных сил природы или тепловую энергию топлива) в механическую (наиболее часто в энергию вращения рабочего вала машины), носят название машин-двигателей или моторов.

Изучая особенности различного рода машин-двигателей, очень удобно классифицировать их на категории, группируя двигатели по характеру той движущей силы, которая служит источником их работы. Поэтому подробное содержание этой части практической механики (машин-двигатели) составляет специальное изучение условий работы следующих типов двигателей, сгруппированных по источникам той энергии, которая приводит их в действие:

а) живые и ветряные двигатели;

б) гидравлические двигатели; в эту часть, основанную на общих началах гидростатики и гидродинамики, входит изложение теории действия водяных турбин и водяных колес, и

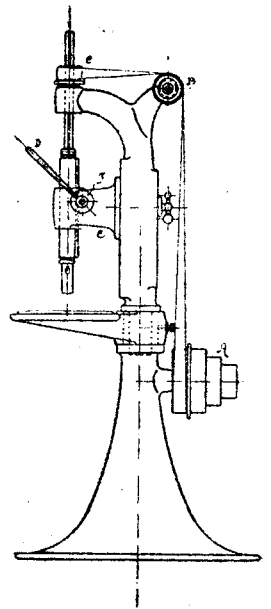


Черт. 4. Представляет собою пример машины-двигателя и изображает упрощенную схему конструкции двухтактного двигателя внутреннего сгорания типа Отто. См. ниже § 8.

в) тепловые двигатели; в эту часть, основанную на общих началах термодинамики, входит описание систем паровых котлов и изложение теории действия паровых машин, паровых турбин и двигателей внутреннего сгорания¹⁾.

Машины второй группы, т. е. машины, превращающие данную нам механическую энергию, (например, энергию вращения рабочего вала машины) в другой, нужный для наших целей вид, энергии, называется машинами-трансформаторами. Машины-трансформаторы пользуются обычно работою машины-двигателя и преобразуют ее в нужный нам вид энергии; к числу трансформаторов относятся, например, динамо-машины, преобразующие механическую энергию вращающегося вала (якоря) в электрическую энергию (тока в обмотке), насосы, превращающие механическую работу в кинетическую энергию движущейся или потенциальную энергию поднятой на известную высоту массы воды, компрессоры, преобразующие механическую работу в энергию сжатого, упругого газа и т. п.

Машины третьей группы, т. е. машины, преобразующие данный нам вид механической энергии (обычно энергию вращения вала) в другой вид механической работы (работа подъема груза, работа резки металла, работа механической обработки предмета и т. п.)—носят название машин-орудий или рабочих машин (станков). Машины-орудия пользуются обычно работою машины-двигателя и преобразуют ее в полезную механическую работу данного производства; таковы, например, строгальные и токарные станки, лесопильные машины, мукомольные мельницы, молоты, прессы, молотилки, подъемные машины и т. п.



Черт. 5. Представляет собою пример машины-орудия (рабочей машины) и изображает упрощенную схему конструкции быстросействующего сверлильного станка.

¹⁾ Электрические двигатели (электромоторы, преобразующие электрическую энергию в механическую) составляют, обычно, содержание специальных курсов электротехники, а не общей практической механики.

Выше было указано, что источником, приводящим в действие машину-трансформатор и машину-орудие, наиболее часто служит механическая энергия вращающегося (рабочего) вала: так как этот вид механической энергии в природе в чистом виде обычно не встречается, то эту энергию приходится получать искусственным образом, преобразуя энергию естественных сил природы (падение воды, давление ветра, тепловую энергию топлива) в механическую энергию вращающегося вала при помощи машины-двигателя. Таким образом, и машина-трансформатор, и машина-орудие требуют обычно наличия машины-двигателя, который иногда соединяется с трансформатором или станком в одно целое, образуя сложную машину, т. е. превращаясь в двигатель-трансформатор или в двигатель-станок; таковы, например, паро-динамо (соединение парового двигателя с динамо-машиной), паровая лебедка (соединение парового двигателя с подъемной машиной), паровоз, автомобиль, паровой молот и т. п.¹⁾

Перейдем теперь к рассмотрению отдельных частей, из которых состоит каждая машина.

Тела, входящие в состав системы, образующей машину, могут быть весьма разнообразны: части машины могут быть твердыми (металлы, дерево, камни), гибкими (веревки, ремни, цепи), жидкими (вода) и газообразными (воздух, пар, продукты горения и т. п.).

При самом поверхностном изучении машины мы можем отличить в большинстве машин следующие главнейшие части:

1) приемник, состоящий из совокупности тех частей машины, которые принимают на себя действие внешних сил, приводящих машину в движение (рукоятка ручного ворота, водяное колесо мельницы, поршень паровой машины и т. п.);

2) орудие или исполнительный механизм, непосредственно исполняющий ту полезную работу, для которой машина устроена (подъемный крюк ворота, жернов мельницы, резец станка и т. п.);

3) трансмиссию или передачу (привод), предназначенную для передачи движения от приемника к орудью (ременная передача мельницы, шатун с кривошипом паровой машины, зубчатые колеса и т. п.);

4) регулирующий аппарат, при помощи которого мы можем управлять движением машины (щит водяного колеса, тормаз, маховое колесо и т. п.); и

5) фундамент или неподвижную станину, служащий для поддержки и направления движущихся частей (каменная кладка, неподвижные балки, подшипники, подпятники и т. п.).

Эта классификация частей машины, принятая Понселэ и Кориолисом, носит весьма условный и приблизительный характер; подробное изучение показывает, что некоторые части многих машин нелегко поддаются определенному отнесению их к той или иной группе этой классификации; кроме того, даже приемник и орудие в тесном смысле этих слов (не говоря уже о регулирующих аппаратах) не составляют неизменной принадлежности каждой машины. В виде примера условного характера этой классификации можно привести нитку, изготавливаемую на прядильном станке; с одной стороны, она служит обрабатываемым материалом, но с другой, для того, чтобы скручиваться и вытягиваться, та же нитка должна выполнять ряд таких движений, для получения которых она должна входить в состав машины, а именно—служить частью передачи: таким образом, нитка на прядильном станке служит и обрабатываемым предметом (т. е. телом, посторонним машине), и частью машины, будучи одновременно и частью орудия, и частью передачи. Примером механизма, не имеющего приемника (в тесном смысле этого слова), можно сделать обыкновенные стенные часы, действующие при помощи тяжести гири, подвешенной

¹⁾ Если преобразование одного вида энергии в другой происходит без видимого движения частей аппарата, осуществляющего это преобразование (например, паровой свисток, электрическая лампа и т. п.), то данный аппарат не может быть назван машиной

к цепи: в общем случае приемником движущей силы, т. е. веса гири, служит цепь; но цепь эту можно сделать настолько тяжелой, что надобность в гире отпадет: тогда цепь, очевидно, перестанет быть приемником веса груза, а будет самым грузом, и вес ее без приемника будет действовать прямо на передачу.

Кроме этой системы были предложены некоторые другие, более совершенные, системы классификации главных частей машины; наиболее рациональная принадлежит Рело, работы которого в области машиноведения по справедливости считаются ныне классическими ¹⁾. Рело устанавливает следующую классификацию частей машины:

1) главный механизм, представляющий неперенную и главную часть всякой машины, при помощи которого машина осуществляет свою основную задачу (в паровой, например, машине главный механизм составляют цилиндр, поршень, поршневой шток, шатун, кривошип, вал и подшипники);

2) распределительный механизм, который обуславливает определенную последовательность повторных движений; к числу распределительных механизмов относится, например, механизм, подводящий пар в паровых машинах, последовательно, то под одну, то под другую сторону поршня (например, в паровой машине эксцентрик, эксцентриковая тяга и золотник); к этой же категории относятся приборы (питатели), обеспечивающие подачу машине необходимого материала (например, в паровой машине, насос, накачивающий воду в котел), и приборы, выводящие из машины обработанный материал;

3) регулирующий механизм, при помощи которого можно управлять движением машины и, в частности (тормаз), останавливать ее (в паровой, например, машине регулирующим механизмом служит задвижка, запирающая приток пара к цилиндру, и центробежный регулятор), и

4) трансмиссия или передача.

Главный механизм имеет место во всякой машине; остальные — могут в некоторых машинах и отсутствовать ²⁾.

Глава II.

§ 2. Источники работы машины и ее мощность.

Законы преобразования энергии (принципы Майера—Гельмгольца и Карно—Клаузиуса).—Роль двигателя в использовании запасов энергии естественных сил природы.—Первичные и вторичные источники работы двигателей.—Потенциальная химическая энергия топлива, взрывчатых веществ и пищи (живые и тепловые двигатели).—Кинетическая энергия движущихся масс воздуха и воды (ветряные и гидравлические двигатели).—Мощность машины и ее единицы (лошадиная сила или паровая лошадь).—Установление основных принципов механики и пути прогресса технического машиностроения.

Основною задачею всякой машины,—как это установлено выше,—является преобразование имеющегося в нашем распоряжении запаса определенного вида энергии в другой вид ее, более полезный для наших специальных целей. Энергией тела или системы,—как известно,—называется способность данного тела или данной системы производить некоторую механическую работу, причем эту энергию численно измеряют той механической рабо-

¹⁾ Reuleaux. Theoretische Kinematik. 1874—1900.

²⁾ Рело, который ввел в машиноведение новые понятия о кинематической паре и кинематической цепи, рассматривал машину, как сложный механизм, составляющий одно целое вместе с обрабатываемым материалом и с телом, дающим машине движущую силу: к этому взгляду мы вернемся во второй части нашего курса, т. е. при изложении общих оснований кинематики механизмов.

той, которую тело или система в данном их состоянии способны произвести; количества энергии различного вида, численно друг другу равные, т. е. соответствующие способности производить одинаковую механическую работу, называются эквивалентными друг другу, причем сама механическая работа, будучи единицей, при помощи которой измеряется количество энергии, является эквивалентной определенному количеству энергии каждого вида, т. е. представляет собою частный случай энергии. Согласно основному и универсальному закону природы, — принципу сохранения энергии или принципу Майера-Гельмгольца ¹⁾, — энергия не исчезает и не создается, но все формы энергии, будучи эквивалентны друг другу (и, в частности, работе), могут непрерывно переходить из одного вида в другой. В сущности, все явления окружающей нас природы заключаются, в главнейшей своей части, в непрерывных превращениях одного вида энергии в другой; однако, этот процесс, — согласно другому основному закону природы — принципу обесценения энергии или принципу Карно-Клаузиуса ²⁾, — в естественном его течении, имеет односторонний характер: в то время, как одни превращения происходят сами собою (и при том сполна), другие превращения могут происходить лишь при известных условиях (и притом частично); так, например, превращение механической работы в тепловую энергию может происходить само собою, и при том вся работа целиком может дать эквивалентное ей количество теплоты; наоборот, данный запас тепловой энергии может быть превращен в механическую работу лишь при создании определенных искусственных условий, и притом в механическую работу перейдет лишь часть данного нам запаса тепловой энергии, а другая часть этого запаса неизбежно перейдет в другие виды энергии, т. е. будет потеряна для работы. Таким образом, согласно принципу Карно-Клаузиуса, энергия, имеющаяся в мире, произвольно и постоянно стремится к переходу и постепенно переходит в равномерно-распределенную тепловую энергию; так как ценность энергии, с технической точки зрения, заключается в способности давать механическую работу, то переход механической энергии в равномерно-распределенную тепловую энергию равносильен технически-бесполезному рассеянию или обесценению (или вырождению) энергии; поэтому, согласно принципу Карно-Клаузиуса в формулировке В. Томсона (лорд Кельвин), энергия, имеющаяся в мире, стремится к рассеянию (*dissipation of energy*), или, согласно тому же принципу в формулировке Пфаундлера, имеющийся в мире запас энергии стремится к вырождению (*Entartung*).

Роль машины и заключается в том, чтобы, вводя в эти естественные процессы непрерывного преобразования различных видов энергии искусственные условия, направлять, при помощи созданных нами механизмов, эти процессы в желательную для наших специальных целей сторону, превращая, в результате работы машины, данный нам вид энергии, хотя бы в части его, в тот вид энергии, который нужен нам для наших целей.

Хотя техническая ценность всякого вида энергии и измеряется способностью давать механическую работу, т. е. наиболее ценным видом энергии и является с этой точки зрения именно энергия механическая, тем не менее в

¹⁾ Принцип сохранения энергии (первое начало термодинамики) составляющий один из главных фундаментов современной физики, выяснен и установлен трудами Robert Mayer'a (1842), Joule'n (1845) и Helmholtz'a (1847).

²⁾ Принцип обесценения энергии (второе начало термодинамики) впервые высказан Sadi Carnot (1824) и развит в современную нам форму Clausius'ом (1850) и W. Thomson'ом (Lord Kelvin, 1851). Весьма ценные обобщения выводов из этого принципа принадлежат Gibbs'y (1876), Boltzmann'y (1886) и Pfandler'y (1888).

частных случаях в технике никоим образом не исключается возможность потребности и необходимости превращения наличной механической энергии (например, в виде энергии вращения вала) или в какой-либо другой нужной нам в данном случае вид энергии (например, в электрическую энергию тока в динамо-машине), или в другую форму той же механической энергии (например, в работу подъема груза в подъемной машине). Выше было установлено: 1) что машины, в которых механическая работа является продуктом действия машины,—носят название машин-двигателей или моторов (I группа машин), 2) что машины, в которых механическая работа является источником действия машины,—называются машинами-трансформаторами (II группа машин) и 3) что машины, в которых механическая работа играет роль и источника, и продукта действия машины,—носят название машин-орудий (станков) или рабочих машин (III группа машин). Отсюда видно, что в машинах II и III группы роль источника работы играет именно механическая энергия; так как наиболее удобным для дальнейших преобразований видом механической энергии является работа вращения вала, а в этом виде механическая энергия в природе (в чистой его форме) не встречается, то,—как на это указано уже выше,—машины II и III группы для своего действия требуют обычно наличия машины I группы. Это соображение придает машине-двигателю особое значение и отводит ей основное и центральное место в учении о машинах: действительно, машина-двигатель не только извлекает из менее ценных видов энергии более ценный вид ее, т. е. создает механическую работу в наиболее удобной ее форме (вращение вала), но и сама служит наиболее удобным и необходимым источником действия других машин, т. е. машин-трансформаторов и машин-орудий. Что же служит источником действия самого двигателя? Источником действия машин-двигателей непосредственно служит энергия естественных сил самой природы; таким образом, машина-двигатель служит первым звеном той цепи, при помощи которой человеческий разум заставляет силы природы служить своим целям.

Рассмотрим теперь подробнее те виды энергии, которые мы можем встретить в готовом виде в окружающей нас природе. Изучение физических явлений, как известно, показывает, что в природе существуют два вида энергии:

- 1) явная энергия или энергия движения (кинетическая энергия), зависящая от скорости движения тела или его частиц,
- и 2) скрытая энергия или энергия положения (потенциальная энергия), зависящая от взаимного расположения нескольких тел или нескольких частиц одного и того же тела.

Кинетическая энергия элемента массы m , движущегося со скоростью v , измеряется, как известно, живою силою движения, т. е. произведением $\frac{mv^2}{2}$. К числу различных видов кинетической энергии относятся, между прочим, следующие:

- I, кинетическая энергия видимого движения тела,
- II, тепловая энергия, представляющая собою кинетическую энергию невидимых молекулярных движений частиц, из которых состоит тело,
- III, лучистая энергия, представляющая собою кинетическую энергию эфира, воспринимаемую нами в виде световых (видимых и невидимых) волн,
- и IV, электрическая энергия тока, представляющая собою особый вид кинетической энергии эфира, воспринимаемой нами в виде течения электрического тока.

Потенциальная энергия обуславливается наличием определенных сил взаимодействия между двумя массами, причем эти силы обычно являются некоторыми функциями расстояний между центрами масс. К числу различных видов потенциальной энергии относятся, среди других, следующие:

- V, потенциальная энергия совокупности тел, притягивающихся друг к другу по закону всемирного тяготения; в частном случае, потенциальная энергия приподнятого тела,
- VI, потенциальная энергия совокупности частиц, подверженных действию междучастичных сил; в частном случае, энергия упруго-измененного тела,

VII, химическая энергия тел, способных к взаимному химическому соединению в частном случае, энергия взрывчатых смесей и скрытая энергия топлива,

VIII, электростатическая энергия, представляющая собою потенциальную энергию деформированного эфира.

Все указанные здесь различные виды энергии могут быть, при известных условиях, более или менее часто встречены в природе или в виде явного наличия определенного количества кинетической энергии, измеряемого определенным значением живой силы, или в виде скрытого запаса известного количества потенциальной энергии. Однако, не все эти виды энергии с практической точки зрения являются одинаково пригодными для того, чтобы служить постоянным и надежным источником регулярной работы двигателя; действительно, часть этих форм энергии естественных сил природы встречается обычно лишь случайно и легко переходит в другие формы энергии, т. е. не обладает достаточной устойчивостью, а часть в естественном состоянии встречается в небольших сравнительно количествах и в исключительных условиях. Таковы, например, потенциальная энергия отдельного естественно приподнятого тела, естественно-упруго деформированного тела, естественного электростатического поля и т. п. Приподнятое отдельное тело под влиянием силы тяжести стремится упасть и, упав, расходует весь свой запас энергии, т. е. становится неспособным быть далее источником работы; естественно и упруго деформированное тело стремится под влиянием сил упругости восстановить и восстанавливает свою первоначальную форму, после чего лишается возможности производить какую-либо работу; электростатическое поле стремится „разрядиться“ и таким образом потерять свой характер возможного источника работы. Положим, упавшее тело можно опять поднять, восстановившее свой прежний вид упругое тело вновь деформировать и электростатическое поле вновь создать путем „заряжения“; но созданные таким образом запасы новой энергии будут уже искусственными и созданными человеческими силами, а естественными и, т. е. потребуют затраты извне определенной механической работы (опустившуюся гирию часового механизма надо опять поднять, развернувшуюся пружину опять сжать, электростатическое поле опять создать). Таким образом, целый ряд форм энергии, как-то: потенциальная энергия отдельных поднятых масс (сила тяжести), потенциальная энергия упруго-деформированных тел (сила упругости пружин), потенциальная и кинетическая энергия деформированного и движущегося эфира (электрические силы) и т. п., хотя иногда и встречаются в природе в естественном виде, но практически не могут служить основными источниками естественной энергии и, таким образом, должны быть отнесены к числу „вторичных“ источников энергии, так как для восстановления и поддержания этих форм энергии требуется постоянное присутствие и содействие основных и более надежных форм энергии, представляющих собою так называемые „первичные“ источники естественной энергии.

Первичными источниками естественной энергии, практически почти неисчерпаемыми, являются, преимущественно, следующих два вида:

1) потенциальная химическая энергия тел, способных к взаимному химическому соединению, т. е. скрытая энергия топлива, скрытая энергия взрывчатых смесей и скрытая энергия пищи людей и животных. Процесс освобождения скрытой энергии всех этих форм основан на химическом сродстве и состоит в химическом соединении элементов топлива, взрывчатых смесей и пищи (углерода и водорода) с кислородом воздуха, т. е. в горении или окислении; при этом процессе часть скрытой химической энергии переходит в явную кинетическую энергию молекулярных движений, т. е. в тепловую энергию, которая, в свою очередь, в дальнейшем может перейти в потенциальную и кинетическую энергию упруго-деформированных тел (упругость водяных паров, упругость нагретого воздуха, упругость взрывающейся или расширяющейся смеси газов, мускульная сила живых организмов и т. п.). Топливом в промышленности служат: дерево, солома, торф, каменный уголь (остаток древних растительных организмов), нефть и горючие газы, служащие продуктами перегонки твердых топлив; таким образом, все виды топлива имеют растительное происхождение. Пища может быть растительная и животная; но так как последняя представляет собою также растительную пищу, прошедшую через организм животного, то все виды пищи так же, как и топлива, имеют то же растительное происхождение. Так как земная растительность обязана своим развитием действию лучистой энергии солнца, то, в конечном счете, истинным источником химической энергии топлива, взрывчатых смесей и пищи служит лучистая энергия солнца.

2593 $\frac{3}{63}$

— 17 —

2) кинетическая энергия движущихся масс воздуха и воды (энергия ветра и гидравлическая энергия потоков и рек). Причиной возникновения ветра является, как известно, неравномерное распределение температур в массе атмосферы, а причиной течения рек — круговорот воды, испаряющейся с поверхности океанов и морей и падающей обратно на землю в виде атмосферных осадков; так как и неравномерное нагревание земной атмосферы, и парообразование имеют свою причину — нагревание земной поверхности солнечными лучами, то истинным источником атмосферной и гидравлической энергии является также лучистая энергия солнца.

Таким образом, единственным и общим первоначальным источником тех естественных форм энергии, которыми практически питаются все двигатели нашей промышленности, является не что иное, как лучистая энергия солнца ¹⁾.

Результатом работы двигателя является превращение части имеющегося в нашем распоряжении запаса естественной энергии в механическую энергию, т. е. получается некоторая полезная механическая работа, которая может быть или теоретически вычислена, или непосредственно измерена при помощи особых приборов. Работа измеряется, как известно, произведением силы на пройденный по ее направлению путь; за единицу силы обычно принимают вес 1 килограмма и за единицу длины — протяжение 1 метра; при этих условиях за единицу работы принимается работа, которую может совершить сила, равная 1 килограмму, при прохождении пути, равного 1 метру; эта единица работы называется килограмм-метром; подобным же образом получают понятные по их названиям единицы работы: пудо-фут, грамм-сантиметр и т. п. ²⁾.

Однако, процесс преобразования энергии в механическую работу может идти с различной скоростью: можно совершить определенное количество работы в большее или меньшее время. Способность двигателя исполнять определенное количество работы в единицу времени называется работоспособностью или мощностью двигателя (power). За единицу мощности можно было бы принять мощность двигателя, способного исполнять работу, равную 1 килограмм-метру в течение 1 секунды, т. е. принять за единицу мощности 1 кг-мт./сек.; однако, в технике, по практическим соображениям, применяется обычно другая, большая единица, называемая метрической лошадиной силой или француз-

1) Кроме лучистой энергии солнца, естественными источниками энергии могут служить: энергия морских приливов и отливов, объясняемая притяжением масс воды лунной (потенциальная энергия всемирного тяготения) и естественная энергия, содержащаяся в магнитном железнике (потенциальная магнитная энергия, по существу представляющая собой кинетическую энергию эфира, воспринимаемую нами в виде течения электрического тока). Применение энергии приливов и отливов, хотя и практикуемое в некоторых прибрежных местностях для движения водяных мельниц, — имеет чисто местное значение, а запас естественной магнитной энергии, повидимому, сравнительно незначителен; поэтому оба эти источника естественной энергии практически играют весьма малую роль.

2) Система килограмм-метр наиболее удобна для практики и легко переводится в систему пудо-фут: 1 кил.-м. = 0,2 пудо-фут.

При научных измерениях применяется так называемая абсолютная система или система с. г. в абсолютной системе за единицу силы принимают дину, т. е. такую силу, под действием которой масса в 1 грамм получает ускорение, равное 1 снт./сек.²; дина, как работа, равная 1 дине, умноженной на 1 сантиметр; за единицу длины принимают 1 сантиметр и за единицу работы, при данных условиях, принимают работу, которую может совершить сила, равная 1 дине, при прохождении пути, равного 1 сантиметру; эта единица работы называется эрг, а миллион эргов — мегаэрг. Нетрудно убедиться, что 1 мегаэрг = 10^6 эргов = 0,0102 кил.-мт.

ской паровой лошадию (cheval-vapeur), — равная 75 кгр.-метр./сек.¹⁾; от этой единицы немного отличается другая применяемая в технике единица мощности, установленная Уаттом и носящая название английской паровой лошади (horse-power) и равная 76,04 кгр.-метр./сек.²⁾. Эти единицы носят название лошадиной силы в виду того, что работоспособность здоровой и сильной лошади при кратковременной и очень напряженной работе может, при благоприятных условиях, достигнуть величины 75 кгр.-метр./сек.; при продолжительной, однако, работе работоспособность лошади значительно меньше.

Мощностью двигателя, выраженной в паровых лошадях, определяется так называемое „число сил“ данного двигателя: так, например, говорят о „пяти-сильном“ двигателе — это значит, что такой двигатель способен при определенных условиях производить по 75×5 кгр.-метр. работы в каждую секунду³⁾.

В древние, доисторические, времена единств. источником механической работы, направленной к улучшению условий жизни человека, была энергия мускульной силы людей и животных; при этом, — как пояснено выше, — потенциальная химическая энергия пищи преобразовывалась животным организмом частью в кинетическую энергию молекулярных движений, т. е. в тепловую энергию, частью, — в конечном счете, — в полезную механическую работу, развиваемую мускульными усилиями.

Однако, животный организм представляет собою машину весьма малой мощности: действительно, средняя работоспособность человека не более 10—12 кгр.-метр./сек., т. е. может быть принята приблизительно равной 0,14 лош. силы; средняя работоспособность здоровой лошади не превышает 60 кгр.-метр./сек., т. е. равняется приблизительно 0,8 лош. силы. Вместе с тем, под влиянием усталости организма, работоспособность людей и животных весьма быстро понижается, благодаря чему животный организм требует частых и продолжительных перерывов работы, т. е. является машиной весьма ненадежной; при этом наимыгоднейшие величины мускульных усилий и наимыгоднейшие величины скоростей перемещений, осуществляемых этими усилиями, сравнительно весьма незначительны: так, при непосредственном давлении мускульною силою одного человека, рабочее усилие не превышает, в среднем, 15 кгр. а средняя скорость — 0,8 мтр./сек.

Понятно поэтому, что попытки облегчить человеку эту мало продуктивную, но, тяжелую и часто изнурительную работу, низводящую, при некоторых условиях, человека на ступень выючного животного, делались с незапамятных времен, и что роль человека, как механического двигателя, сокращается с каждым днем: прогресс этой области техники и заключается в постепенной замене во всех отраслях промышленности силы человека силою машины⁴⁾. Освобождая, попутно, отдельного человека от тяжелого и изнурительного труда, машина, используя естественные запасы энергии в природе, безмерно увеличивает работоспособность всего человечества. Взяв, например, современную установку мощностью в 70.000 лош. сил (таковы, например, пароходные установки больших океанских пароходов), мы видим, что такие машины производят в 1 секунду работу в 75×70.000 кило-

грамм-метр.; нетрудно вычислить, что такую работу могут совершить $\frac{75 \times 70.000}{10}$ рабочих, т. е. свыше 500.000 людей, что при трехсменной работе потребует более, чем $1\frac{1}{2}$ -миллионную армию. Важно при этом отметить, что при помощи рабочей машины

$$1) CV = 75 \frac{\text{кгр. метр.}}{\text{сек.}} = 15 \frac{\text{пудо-фут.}}{\text{сек.}}$$

$$2) HP = 33000 \frac{\text{англ. фунт.-англ. фут.}}{\text{мин.}} = 15,21 \frac{\text{пудо-фут.}}{\text{сек.}} = 76,04 \frac{\text{кгр.-метр.}}{\text{сек.}}$$

3) В абсолютной системе с гс за единицу мощности принимается мощность машины, способной производить работу, равную 1 эргу в течение 1 секунды; единица мощности равная 10^7 эргов в 1 сек., носит название уатта; легко вычислить, что 1 уатт =

$$= 0,102 \text{ кгр.-метр. в сек.} = \frac{1}{736} \text{ метрич. паровой лошади.}$$

4) В некоторых, однако, случаях, работа человека может иметь несомненное преимущество перед работою машины; бесконечное разнообразие положений, которые может принимать человеческое тело, делает ручное производство почти незаменимым в случаях сложной работы, связанной с непрерывными изменениями в усилиях и скоростях движения; здесь, впрочем, на первый план выступает искусство рабочего, т. е. элемент интеллектуальной, а не мускульной работы.

столь высокую мощность двигателя оказывается возможным использовать по нашему желанию и сообразно с нашими целями двояко: или получая громадные значения рабочих усилий при небольшой сравнительно скорости движения орудия машины, или создавая исключительно высокую скорость исполнительного органа машины при небольших рабочих усилиях; эти значения усилий и скоростей без помощи машины оказываются совершенно недостижимыми¹⁾. Наконец,—что также имеет весьма важное значение,—сравнение стоимости содержания живых двигателей со стоимостью содержания машины показывает, что работа человека обходится во много раз дороже работы машины: так, например, работа в 75 килогр.-метр., произведенная в 1 секунду усилиями живых людей, обходится, примерно, в 12 раз дороже, чем та же работа, произведенная в то же время паровой машиною обычного типа.

Этот процесс постепенного раскрепощения человека от малопродуктивного, но тяжелого труда и неизбежного увеличения, при помощи машины, общей работоспособности человека шел вначале очень медленным путем, и истинный смысл истории этого пути должен быть для инженера чрезвычайно поучительным.

Дело в том, что первые практические шаги делались в машиностроении в то еще время, когда сами основные принципы механики, как науки, не только не были точно формулированы и установлены, но иногда даже неправильно поняты или совсем неизвестны. Сама история установления научных принципов механики тесно связана с этими первыми и неуверенными шагами в области практики; на ошибках первых практических шагов постепенно выяснялась ошибочность основных воззрений, и вызреывалась потребность в создании новой, более правильной, теории, могущей дать новые и более ценные результаты.

История установления и развития основных принципов статики (принцип рычага, принцип наклонной плоскости, принцип сложения сил, принцип возможных перемещений и т. п.) и основных принципов динамики (принцип Ньютона, закон сохранения энергии, закон площадей, принцип д'Аламбера, принцип виртуальных отклонений, законы движения центра инерции и т. п.), связанная с именами Архимеда, Леонардо-да-Винчи, Галилея, Паскаля, Гюйгенса, Ньютона, обоих Бернулли, Эйлера и ряда других математиков и ученых,—на каждом шагу, при внимательном изучении ее, подтверждает эту точку зрения. Всякий раз, как тяжелый и длительный процесс накопления научного материала приводит к научной формулировке основного закона, хотя бы в ограниченной пока сфере,—в этой области немедленно создавались условия, благоприятные к ускорительному прогрессу техники, и на фундаменте, медленно, но прочно укрепленном трудами нескольких поколений ученых, талантливый инженер мог с неожиданной быстротой возвести свое сооружение. Так, например, успехам паровой техники в значительной мере содействовало установление правильных и строго научных взглядов в области так называемой механической теории тепла или термодинамики; основные принципы термодинамики, установленные и развитые трудами Карно, Майера, Джоуля, Гельмгольца и Клаузиуса послужили тем надежным научным основанием, которое обеспечило паровому двигателю правильное и быстрое развитие.

Изучение этого процесса приводит к несомненному заключению, что в области машиностроения только тот инженер сможет внести свой действительный вклад в свое дело, который сумел обосновать свою работу на единственном надежном основании—научном мировоззрении точных наук.

Глава III.

§ 3. Уравнение движения машины.

Силы, действующие на машину: движущая сила, сила полезного сопротивления, силы вредных сопротивлений, силы веса, силы инерции.—Элементарная работа сил, действующих на машину.—Общее уравнение движения машины, как следствие закона сохранения энергии.—Роль работы веса и работы сил инерции.—Период пуска, период равномерного движения и период остановки машины.—Невозможность вечного двигателя.

На различные части машины, во время ее работы, действуют следующие силы:

1) движущая сила, приложенная к определенным точкам призмы; сила эта является причиной движения частей машины (мускульные усилия человека или животных, давление ветра или движущейся массы воды, давление частиц стремящегося расшириться пара или газа и т. п.).

¹⁾ Достаточно указать, что число оборотов рабочего вала паровой турбины Парсонса (при малых установках) достигает 18.000 в минуту.

Сумму работ всех движущих сил, т. е. работу (за определенный промежуток времени от t_0 до t) двигателя, служащего источником движения машины, мы будем обозначать буквою T_m (travail moteur); тогда элементарная работа всех движущих сил, т. е. работа двигателя, за бесконечно малый элемент (промежуток) времени dt (дифференциал времени), должна быть обозначена знаком dT_m (дифференциал работы);

2) сила полезного сопротивления, приложенная к определенным точкам исполнительного органа машины; преодоление этого сопротивления и составляет основную задачу машины, а потому это сопротивление и называется полезным (сопротивление материала, подвергаемого обработке, вес поднимаемого груза и т. п.).

Сумму работ всех полезных сопротивлений, т. е. полезную работу машины, за определенный промежуток времени от t_0 до t , мы будем обозначать буквою T_u (travail utile); элементарная работа всех полезных сопротивлений, т. е. полезная работа машины, за элемент времени dt , выразится знаком dT_u ;

3) силы вредных сопротивлений, приложенные к различным точкам машины. При движении частей машины неизбежно возникают силы, сопротивляющиеся и противодействующие этому движению; эти сопротивления должны быть преодолены, причем преодоление этих сопротивлений, хотя и должно быть неизбежно выполнено машиной, но не составляет ее основной задачи; поэтому эти сопротивления называются вредными (трение, жесткость гибких тел, сопротивление среды и т. п.).

Сумму работ всех вредных сопротивлений, за определенный промежуток времени от t_0 до t , и элементарную работу этих сопротивлений мы будем обозначать соответственно через T_R и dT_R ;

4) вес частей машины, действующий на все точки машины; при движении машины эта сила является попеременно то движущей силой (когда центр тяжести данной части машины опускается, и сила тяжести опускающейся части способна произвести некоторую работу), то вредным сопротивлением (когда центр тяжести данной части поднимается и для своего подъема требует затраты некоторой части работы движущей силы).

Работу поднятия центра тяжести машины на высоту H мы будем обозначать буквою T_H ; элементарная работа поднятия центра тяжести машины на высоту dH выразится через dT_H ;

5) силы инерции частей машины, сопротивляющиеся всякому изменению скорости движения этих частей; силы инерции, как и вес, являются, очевидно, попеременно, то силой движущей (когда скорость движения данной части убывает, и сила инерции, сопротивляясь этому убыванию, стремится это движение поддержать в прежнем состоянии, т. е. ускорить), то силой вредного сопротивления (когда скорость движения данной части возрастает, и сила инерции, сопротивляясь этому возрастанию, стремится это движение поддержать в прежнем состоянии, т. е. замедлить).

Сумму работ, производимых силами инерции всех частей машины за определенный промежуток времени от t_0 до t , и элементарную работу этих сил инерции мы будем обозначать, соответственно, через T_J и dT_J .

Найдем теперь выражения для элементарных работ, производимых каждой из этих сил в отдельности в течение бесконечно малого промежутка (элемента) времени dt . Работа T всякой силы P в течение элемента времени dt измеряется, как известно, произведением из величины силы P на элемент длины ds пути, проходимого точкой ее приложения в течение этого элемента времени, и на $\cos$ угла, составляемого направлением силы P и направлением элемента ds :

$$T = P \cdot ds \cdot \cos (P, ds).$$

Обозначая, поэтому, через F силу движущую, через Q —силу полезного сопротивления, через R —силу вредного сопротивления и через ds , dq и dr соответствующие этим силам элементы пути, проходимые точками приложения этих сил в течение элемента времени dt ,—мы получим следующие выражения для элементарных работ этих сил:

$$\text{для движущей силы} \dots\dots\dots F \cdot ds \cdot \cos (F, ds) \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{силы полезного сопротивления} \dots\dots\dots Q \cdot dq \cdot \cos (Q, dq) \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{силы вредного сопротивления} \dots\dots\dots R \cdot dr \cdot \cos (R, dr) \dots\dots\dots (7)$$

Как силы полезного сопротивления, так и силы вредного сопротивления, очевидно, стремятся противодействовать движущей силе, т. е. работа сил сопротивления, по самому смыслу вопроса, противоположна (т. е. обратна по знаку) работе движущей силы; считая, поэтому, элементарную работу $+F \cdot df \cdot \cos (F, df)$ движущей силы F —положительной, т. е. приписывая этой работе знак плюс, мы должны принять элементарные работы

$$Q \cdot dq \cdot \cos (Q, dq) \text{ и } R \cdot dr \cdot \cos (R, dr)$$

сил сопротивлений Q и R —отрицательными, т. е. приписать им знак минус.

Обозначая, далее, через m массу элементарной частицы машины, через g —ускорение силы тяжести (т. е. обозначая через mg —вес элементарной частицы) и через dh —вертикальный элемент пути (элементарное поднятие), проходимый элементарной частицей m в течение элемента времени dt ,—мы получим для элементарной работы силы тяжести одной элементарной частицы m выражение

$$mg \cdot dh \dots\dots\dots (8)$$

которому мы приписываем знак минус, потому что mg при поднятии массы m на высоту dh , очевидно, противодействует движущей силе, т. е. элементарная работа веса mg при поднятии массы m должна быть принята отрицательной.

Обозначая, наконец, через v —скорость элементарной частицы m , через J —силу инерции этой частицы и через du —элемент пути, проходимый ею в течение элемента времени dt ,—мы получим для элементарной работы силы инерции одной элементарной частицы m выражение:

$$-J \cdot du \cdot \cos (J, du),$$

которому мы приписываем также знак минус, потому что сила инерции, стремясь сохранить прежнюю скорость v движения частицы m , очевидно, противодействует движущей силе, стремящейся изменить эту скорость, т. е. элементарная работа силы инерции должна быть принята отрицательной. Последнее выражение можно видоизменить, заметив, что направление элемента пути du совпадает с направлением скорости v ¹⁾, т. е. что $J \cdot \cos (J, du) = J \cdot \cos (J, v)$, и что выражение $J \cdot \cos (J, v)$ представляет собою не что иное, как проекцию силы инерции J на направление скорости v . Из теоретической механики известно, что абсолютная величина проекции силы инерции на направление скорости

$J \cdot \cos (J, v) = m \cdot \frac{dv}{dt}$ ²⁾, а, потому выражение для элементарной работы силы инерции получит вид:

$$-m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot du \dots\dots\dots (9)$$

¹⁾ Так как и du , и v касательны к траектории точки m .

²⁾ Сила инерции, по определению, представляет собою вектор, равный по величине произведению из массы m на ускорение w и по направлению обратный направлению ускорения w , т. е. $J = -mw$. Но ускорение w , как известно из теоретической механики, может быть разложено на две составляющих: по касательной к траектории,

т. е. по направлению скорости—тангенциальное ускорение $w_t = \frac{dv}{dt}$ и по нормали к траектории—нормальное ускорение $w_n = \frac{v^2}{r}$, где r —радиус кривизны траектории. Поэтому и сила инерции $J = -mw$ может быть разложена на две составляющих: по направлению скорости $J_t = -mw_t = -m \cdot \frac{dv}{dt}$ (касательная сила инерции), и по направлению нормали к траектории $J_n = -mw_n = -\frac{mv^2}{r}$ (центробежная сила инерции).

Чтобы найти теперь элементарную работу всех движущих сил, действующих на машину, т. е. чтобы найти выражение для dT_m , надо, очевидно, взять сумму всех выражений вида $Fds \cos(F, ds)$, т. е. взять выражение

$$dT_m = \sum_1 Fds \cos(F, ds), \dots \dots \dots (5')$$

где знак $\sum_1$ представляет собою знак суммирования, распространенный на все движущие силы, т. е. на все те точки машины (собственно приемника), которые подвержены действию движущих сил. Точно также надо, очевидно, поступать для нахождения элементарной работы сил всех полезных и вредных сопротивлений, т. е. для нахождения выражений для dT_u и dT_r , для которых мы получим, соответственно, выражения:

для сил полезных сопротивлений:

$$dT_u = - \sum_2 Qdq \cos(Q, dq), \dots \dots \dots (6')$$

где знак $\sum_2$ представляет собою знак суммирования, распространенный на все силы полезных сопротивлений, т. е. на все те точки машины (собственно орудия), к которым приложены полезные сопротивления, и

для сил вредных сопротивлений:

$$dT_r = - \sum_3 Rdr \cos(R, dr), \dots \dots \dots (7')$$

где знак $\sum_3$ представляет собою знак суммирования, распространенный на все силы вредных сопротивлений, т. е. на все те точки машины, которые подвержены действию вредных сопротивлений (трения и сопротивления среды).

Наконец, для того, чтобы получить элементарную работу веса всей машины и элементарную работу сил инерции всей машины, т. е. выражения для dT_H и dT_J , надо, очевидно, взять сумму всех выражений вида

$$- mg dh$$

и

$$- m \frac{dv}{dt} du,$$

т. е. взять выражения:

для элементарной работы веса $dT_H = - \sum mg dh$ и для элементарной работы инерции $dT_J = - \sum m \frac{dv}{dt} du$, причем в обоих этих выражениях знак $\sum$ представляет собою знак суммирования, распространенный на все точки машины, так как все без исключения материальные точки обладают весом и инерцией.

Оба последние выражения могут быть легко представлены в более простой и удобной форме.

Действительно, останавливаясь пока на выражении элементарной работы dT_H веса машины и обозначая через H ординату центра тяжести всей машины, рассматриваемой в виде системы материальных точек m_i , и через h_i — различные ординаты отдельных материальных точек m_i , входящих в эту систему, — имеем, по самому определению центра тяжести, для определения H следующее равенство:

$$H = \frac{\sum m_i h_i}{\sum m_i}.$$

Отсюда

$$H \cdot \sum m_i = \sum m_i h_i$$

и

$$dH \cdot \sum m_i = \sum m_i h_i.$$

На основании этого равенства, а также принимая во внимание, что величина g есть величина постоянная для всех точек машины, приведенное, выше выражение для элементарной работы веса машины $-\sum mg dh$ можно представить в следующем виде:

$$\sum mg dh = g \cdot \sum m dh = g \cdot dH \cdot \sum m_i = P \cdot dH,$$

если буквою P мы обозначим вес всей машины, равный $g \cdot \sum m_i$.

Таким образом, элементарная работа веса машины может быть представлена в виде:

$$dT_H = - P dH, \dots \dots \dots (8')$$

где P есть вес ее, а dH — поднятие ее центра тяжести.

Переходя теперь к выражению элементарной работы сил инерции и замечая, что du представляет собою путь, проходимый точкою m в течение времени dt , т. е. что скорость

$$v = \frac{du}{dt}$$

и, следовательно,

$$du = v dt,$$

имеем:

$$\sum m \frac{dv}{dt} \cdot du = \sum m \frac{dv}{dt} \cdot v \cdot dt = \sum m v dv.$$

Но $v dv = \frac{1}{2} dv^2$, как легко убедиться непосредственным дифференцированием.

Поэтому

$$\sum m v dv = \frac{1}{2} d\sum m v^2 = d\sum \frac{mv^2}{2},$$

вследствие чего выражение для элементарной работы сил инерции машины примет вид:

$$dT_J = -d\sum \frac{mv^2}{2} \dots\dots\dots (9')^1$$

Результаты исследований, заключающихся в настоящем параграфе, могут быть формулированы в следующей форме:

- 1) элементарная работа двигателя dT_m положительна и равна

$$dT_m = \sum_1 F ds \cos (F, ds) \dots\dots\dots (5')$$

- 2) элементарные работы полезных и вредных сопротивлений отрицательны и соответственно равны

$$dT_u = - \sum_2 Q dq \cos (Q, dq) \dots\dots\dots (6')$$

$$dT_R = - \sum_3 R dr \cos (R, dr) \dots\dots\dots (7')$$

- 3) элементарные работы веса и сил инерции соответственно равны

$$dT_H = - P dH \dots\dots\dots (8')$$

$$dT_J = - \sum m v dv = - d\sum \frac{mv^2}{2} \dots\dots\dots (9').$$

Знак dT_H зависит от знака dH : при $dH > 0$, т. е. при поднятии центра тяжести, $dT_H < 0$, т. е. элементарная работа веса отрицательна (вес является сопротивлением), и при $dH < 0$, т. е. при опускании центра тяжести, $dT_H > 0$, т. е. элементарная работа веса положительна (вес является движущей силой).

Знак dT_J зависит от знака dv : при $dv > 0$, т. е. при увеличении скорости, $dT_J < 0$, т. е. элементарная работа сил инерции отрицательна (сила инерции является сопротивлением) и при $dv < 0$, т. е. при уменьшении скорости, $dT_J > 0$, т. е. элементарная работа сил инерции положительна (сила инерции является движущей силой).

Согласно закону сохранения энергии, как об этом было упомянуто выше, работа не создается и не исчезает, но один вид работы переходит в другой вид ее, количественно эквивалентный первому. С этой точки зрения в машине непрерывно происходит преобразование работы двигателя в эквивалентную ей количественно сумму работ полезных и вредных сопротивлений, сил веса и сил инерции, т. е. по закону сохранения энергии

¹⁾ Таким образом, оказывается, что элементарная работа сил инерции равна по величине и обратна по знаку приращению живой силы $\frac{mv^2}{2}$ машины.

для любого элементарного промежутка времени dt для всякой машины должно иметь место следующее равенство:

$$dT_m = dT_u + dT_R + dT_H + dT_I,$$

т. е.

$$dT_m - dT_u - dT_R - dT_H - dT_I = 0^1).$$

или, имея в виду, что абсолютная величина dT_H и dT_I определяется равенствами:

$$dT_H = PdH \text{ и } dT_I = d\Sigma \frac{mv^2}{2},$$

где P есть вес машины, dH —приращение ординаты ее центра тяжести и v —скорость, окончательно получим:

$$d\Sigma \frac{mv^2}{2} = dT_m - dT_u - dT_R - PdH \quad (10)$$

С наиболее общей точки зрения всякую машину можно рассматривать, как определенную систему связанных между собою материальных точек, подверженных действию различных внешних и внутренних сил. К некоторым из этих точек, как это подробно выяснено выше, приложены движущие силы, к другим—силы полезных сопротивлений, к третьим—силы вредных сопротивлений; ко всем без исключения точкам приложены силы тяжести (вес); кроме того, к тем точкам, которыми машина опирается на фундамент, очевидно, приложены опорные реакции. Все эти силы относятся к категории внешних сил. Однако, сверх сего между каждыми двумя точками нашей системы действуют определенные внутренние силы, присутствие которых объясняется тем, что все точки данной системы не могут двигаться совершенно независимо друг от друга, но составляют части одного тела или одного механизма, а следовательно точки эти несвободны и связаны определенными связями, соединяющими все точки в определенную систему; эти внутренние силы, называемые иначе силами связи данной системы, представляют собою частью молекулярные силы, зависящие от строения материи, частью силы, зависящие от конструкции механизма, подчиняющей движение одной части машины движению другой ее части.

Для того, чтобы составить общее уравнение движения машины, рассматривая ее, как систему связанных между собою материальных точек, подверженных действию различных внешних и внутренних сил, мы должны были бы, как это известно из теоретической механики, написать для каждой точки машины три уравнения вида:

$$\begin{aligned} mx'' &= \Sigma X \\ my'' &= \Sigma Y \\ mz'' &= \Sigma Z, \end{aligned}$$

где m представляет собою массу данной точки, x'' , y'' , z'' —проекции на три взаимно перпендикулярные оси ускорения w этой точки, а ΣX , ΣY , ΣZ —суммы проекций на те же оси всех сил, действующих на данную точку, считая в том числе и силы реакций, и силы связи²⁾.

Однако, составление таких уравнений сопряжено, очевидно, с непреодолимыми трудностями, так как число материальных точек, а следовательно и число сил связей, в нашей системе чрезвычайно велико, и, кроме того, силы связи представляют собою.

¹⁾ В этом и предыдущих равенствах элементарной работе dT_H и dT_I веса и сил инерции придан тот же знак, что и элементарной работе dT_u и dT_R полезных и вредных сопротивлений, т. е. предположено, что силы веса и инерции играют роль вредных сопротивлений; это и будет справедливо для dT_H при поднятии центра тяжести машины ($dH > 0$) и для dT_I при ускорении движения ее ($dv > 0$); в противном случае, т. е. при опускании центра тяжести машины ($dH < 0$) и при замедлении движения ее ($dv < 0$), выражения dT_H и dT_I , очевидно, переменяют свой знак, т. е. потеряют характер сопротивлений и получат значение дополнительного источника, помогающего движущей силе. Таким образом, в обоих этих равенствах под выражениями dT_H и dT_I необходимо подразумевать абсолютное значение элементарных работ веса и силы инерции.

²⁾ Силы инерции в выражениях ΣX , ΣY , ΣZ не входят, так как эти силы входят в левую часть этих уравнений: действительно, как известно, сила инерции $J = -mw$, где w есть ускорение, а потому проекции силы инерции на координатные оси соответственно равны $-mx''$, $-my''$ и $-mz''$, а эти именно выражения и входят в левую часть наших уравнений.

вообще говоря, силы, нам неизвестные. Поэтому приходится искать для составления уравнения движения машины другие пути, позволяющие разрешить задачу без введения в рассмотрение неизвестных нам и чрезвычайно сложных сил связи, т. е. допускающие исключение этих сил.

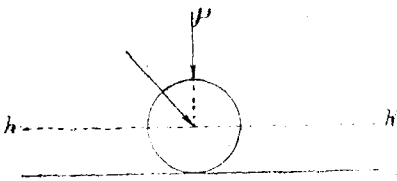
Этот путь заключается в применении к условиям движения машины двух основных законов динамики, а именно начала д'Аламбера и начала возможных перемещений.

Начало д'Аламбера, как известно, приводит все вопросы о движении (т. е. задачи динамики) к более простым вопросам о равновесии (т. е. к задачам статики); согласно этому началу все законы и уравнения движения системы можно получить из законов и уравнений равновесия, если в последние, кроме внешних сил, ввести еще силы инерции. Таким образом, согласно этому началу уравнения движения можно рассматривать, как уравнения динамического равновесия под влиянием внешних сил ($\sum X$, $\sum Y$, $\sum Z$) и сил инерции ($-mx''$, $-my''$, $-mz''$)¹). Отсюда следует, что для получения уравнения движения машины нужно, следуя началу д'Аламбера, написать условие равновесия всех сил, приложенных к машине, считая в числе этих сил и силы инерции.

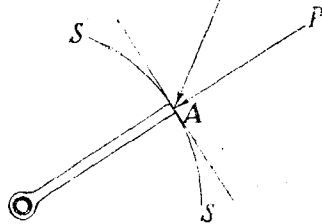
Остается только, — во избежание тех затруднений, на которые было указано выше, — написать такое условие равновесия, из которого были бы исключены неизвестные силы связи. Такое именно условие можно написать на основании другого основного закона динамики, — начала возможных перемещений. Это начало, как известно, заключается в следующем.

Если данная система материальных точек не свободна, но связана определенными связями, то перемещения этих точек не могут быть совершенно произвольными, но, очевидно, зависят от вида и характера этих связей: некоторые из этих перемещений, допускаемые конструкцией связи, будут возможны, другие же — неосуществимы благодаря противодействию этих связей; так, например, для центра свободного шара, катящегося по плоскости, возможными будут лишь перемещения, параллельные этой плоскости. Согласно началу возможных перемещений, достаточное и необходимое условие равновесия системы заключается в том, что сумма работ всех заданных сил для всяких возможных (т. е. дозволённых связями) перемещений из положения равновесия должна равняться нулю²).

Весьма важно отметить, что в это условие совершенно не входят ни силы реакций, ни силы связи, но требуется лишь, чтобы сумма работ внешних заданных сил равнялась нулю; в этом и заключается особое значение этого начала, так как, исключая силы реакций и связи, начало это выражает условие равновесия в простейшей форме и притом в той, которую мы ищем.



Черт. 6.



Черт. 7.

Соединяя начало д'Аламбера и начало возможных перемещений, мы должны, таким образом, написать сумму работ всех заданных сил, действующих на машину (т. е. сил движущих, сил полезных и вредных сопротивлений и сил веса), включить в число этих

¹) Начало д'Аламбера можно непосредственно вывести из приведенных выше основных уравнений движения $mx'' = \sum X$, $my'' = \sum Y$, $mz'' = \sum Z$: для этой цели достаточно представить эти уравнения в виде: $\sum X + (-mx'') = 0$, $\sum Y + (-my'') = 0$ и $\sum Z + (-mz'') = 0$ и принять во внимание, что выражения $-mx''$, $-my''$ и $-mz''$ представляют собою ничто иное, как проекции на координатные оси силы инерции $\vec{J} = -m\vec{w}$.

²) Доказательство этого основного начала динамики относится к курсу теоретической механики и не входит в задачи настоящего изложения; однако, в простейших случаях, это начало обладает характером почти очевидности.

сил и силу инерции и приравнять эту сумму нулю; полученное равенство и будет представлять собою уравнение движения машины.

Взяв, например, шар (черт. 6), лежащий на плоскости, легко увидеть, что все возможные перемещения его центра лежат в плоскости hh , параллельной основной плоскости; чтобы работа заданной силы P , действующей на шар, при этих перемещениях равнялась нулю (как того требует для наличия равновесия начало возможных перемещений), направление силы P должно быть перпендикулярно основной плоскости; равновесие шара на плоскости в этом случае очевидно, как, впрочем, очевидно и наличие движения шара на плоскости при наклонном положении силы P . В виде другого примера (черт. 7) можно привести кривошип OA , могущий вращаться около неподвижной точки O ; возможные перемещение точки A , очевидно, представляют собою дугу ss с центром в точке O ; чтобы работа заданной силы P , действующей на кривошип, при этих перемещениях равнялась нулю (как того требует для наличия равновесия начало возможных перемещений), направление силы P должно быть нормально к элементу дуги ss , т. е. совпадать с направлением кривошипа; равновесие кривошипа, под влиянием такой силы, очевидно, как очевидно отсутствие равновесия при всяком другом направлении силы P .

Взяв, на основании выводов предыдущего параграфа, сумму элементарных работ сил, действующих в машине, мы получим уравнение движения машины для бесконечно малого элемента времени dt в следующем виде, полученном нами ранее на основании закона сохранения энергии;

$$dT_m - dT_u - dT_R - PdH - d\Sigma \frac{mv^2}{2} = 0.$$

или:

$$d\Sigma \frac{mv^2}{2} = dT_m - dT_u - dT_R - PdH \dots \dots \dots (10).$$

Рассматривая это уравнение, мы можем заметить следующее:

$$1) \text{ если } dT_m > dT_u + dT_R + PdH,$$

т. е., если элементарная работа движущих сил больше элементарной работы всех сопротивлений,

$$\text{то } d\Sigma \frac{mv^2}{2} > 0,$$

т. е. живая сила $\frac{mv^2}{2}$, а, следовательно, и скорость v движения машины непрерывно возрастает;

$$2) \text{ если } dT_m = dT_u + dT_R + PdH,$$

т. е., если элементарная работа движущих сил равна элементарной работе всех сопротивлений,

$$\text{то } d\Sigma \frac{mv^2}{2} = 0,$$

т. е. живая сила $\frac{mv^2}{2}$, а, следовательно, и скорость v движения машины остается постоянной, или, другими словами, машина движется равномерно;

$$3) \text{ если } dT_m < dT_u + dT_R + PdH,$$

т. е., если элементарная работа движущих сил меньше элементарной работы всех сопротивлений,

$$\text{то } d\Sigma \frac{mv^2}{2} < 0,$$

т. е. живая сила $\frac{mv^2}{2}$, а, следовательно, и скорость v движения машины непрерывно убывает.

Изложенное приводит к заключению, что во время движения работа двигателя, прежде всего, тратится на преодоление работы сопротивлений (полезных и вредных), и только избыток ее над последней работой—идет на увеличение скорости движения частей машины; при равенстве работ двигателя и сопротивлений вся работа двигателя тратится на преодоление работы сопротивлений, и машина движется равномерно, что соответствует случаю так называемого стационарного действия машины; при недостатке работы двигателя по сравнению с работой сопротивлений, вся работа двигателя целиком тратится на преодоление работы сопротивления, и, сверх того, для той же цели тратится часть накопленной за предыдущее время живой силы движущихся частей машины, благодаря чему скорость движения этих частей при этих условиях убывает. Таким образом, органы машины как бы накапливают в себе, в виде живой силы, избыток работы двигателя над работой сопротивлений, чтобы впоследствии отдать этот запас энергии на преодоление сопротивлений тогда, когда будет ощущаться недостаток работы двигателя по сравнению с работой сопротивлений.

Уравнение (10) представляет собою дифференциальное уравнение движения машины, отнесенное к бесконечно малому промежутку времени dt ; чтобы получить уравнение движения машины, отнесенное к некоторому конечному промежутку времени $[t-t_0]$, необходимо, очевидно, проинтегрировать это уравнение в пределах от t_0 до t ; сделав это, получим:

$$\int_{t_0}^t dT_m - \int_{t_0}^t dT_u - \int_{t_0}^t dT_R - \rho \int_{H_0}^H dH - \int_{v_0}^v d\Sigma \frac{mv^2}{2} = 0,$$

т. е.

$$T_m - T_u - T_R - \rho[H - H_0] - \left[\Sigma \frac{mv^2}{2} - \Sigma \frac{mv_0^2}{2} \right] = 0^1).$$

Последнее уравнение можно представить в виде:

$$T_u = T_m - T_R - \rho[H - H_0] - \left[\Sigma \frac{mv^2}{2} - \Sigma \frac{mv_0^2}{2} \right], \dots \dots \dots (11)$$

где T_m , T_u и T_R представляют собою, соответственно, работы двигателя и полезных и вредных сопротивлений за промежуток времени от начального момента t_0 до момента t , H_0 —начальная ордината центра тяжести машины и v_0 —начальная скорость движения машины.

Вдумываясь в характер величин, входящих в правую часть этого равенства, мы сразу же можем подметить существенное различие между работою двигателя и вредных сопротивлений $[T_m$ и $T_R]$, с одной стороны, и работою веса и живой силы $\left[\rho [H - H_0] \text{ и } \left[\Sigma \frac{mv^2}{2} - \Sigma \frac{mv_0^2}{2} \right] \right]$ — с другой: в то время, как работа двигателя T_m и вредных сопротивлений T_R с течением времени, очевидно, неограниченно возрастает и, по прошествии достаточно большого промежутка времени может быть сделана больше любой величины,—работа силы тяжести $\rho [H - H_0]$ (рассматриваемой, как сила, сопротивляющаяся поднятию центра тяжести), может стать неограниченно большой лишь при неогра-

¹⁾ Это уравнение представляет собою так называемый интеграл живых сил и выражает, что приращение живой силы движения частей машины равняется избытку работы двигателя над работою сопротивлений.

ниченном увеличении H , т. е. при условии поднятия центра тяжести машины на неограниченно большую высоту, а живая сила $\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2}$ может сделаться неограниченно большой лишь при неограниченном увеличении v , т. е. при условии беспредельного возрастания скорости машины. А так как таких машин, при движении которых центр тяжести непрерывно поднимается, а скорость движения беспредельно возрастает, очевидно, нет и практически быть не может, то работа веса $P [H - H_0]$ и приращение живой силы движения $\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2}$ не могут выйти из определенного предела, т. е. не могут быть сделаны беспредельно большими, хотя бы машина и работала неограниченно долгое время. Практически это объясняется тем, что движения большинства органов машины представляют собою движения периодические (колебательное движение поршня, вращательное движение кривошипа и т. п.), т. е. такие, при которых центр тяжести каждого органа, по истечении определенного промежутка времени (период), возвращается в свое прежнее исходное положение и получает свою прежнюю скорость: в этот момент для каждой части машины $H = H_0$ и $v = v_0$, т. е. работа веса $P [H - H_0]$ и окончательное приращение живой силы $\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2}$ за каждый полный период равны, очевидно, нулю ¹⁾.

Поэтому, взяв достаточно большой промежуток времени $t - t_0$, мы можем пренебречь величинами $P [H - H_0]$ и $\left[\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2} \right]$ ²⁾ по сравнению с величинами T_m и T_u , т. е. мы можем представить уравнение (11) в виде:

$$T_u = T_m - T_R \dots \dots \dots (12)$$

Отсюда видно, что, при достаточно продолжительном действии машины, работа сил тяжести (работа веса) и работа сил инерции (приращение живой силы) не оказывают влияния на полезную работу T_u машины, которая, в конечном итоге, зависит исключительно от работы двигателя T_m и работы вредных сопротивлений T_R .

Практически работа веса $P [H - H_0]$ всегда настолько мала сравнительно с работой T_m , что величиной $P [H - H_0]$ без ущерба для дела можно пренебречь по сравнению с работой T_m почти всегда, т. е. не только при рассмотрении результатов работы машины за продолжительный промежуток времени, но и при рассмотрении работы машины за бесконечно малый промежуток времени; с другой стороны, работа сил инерции $\left[\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2} \right]$ при равномерном движении частей машины, т. е. при

¹⁾ В некоторых машинах есть такие части, центр тяжести которых во время действия машины непрерывно опускается (напр., центр тяжести гири часового механизма) или непрерывно поднимается (напр., центр тяжести грузовой цепи подъемной машины); однако, прежде всего, такое действие может быть лишь кратковременным, после чего поднявшуюся или опустившуюся часть механизма надо посторонней силой вернуть в исходное положение (поднять гирю часового механизма, размотать грузовую цепь и т. п.); затем, — и это самое главное, — работа веса таких частей, в сущности, не может быть включена в член $P (H - H_0)$, а является или частью работы движущей силы T_m (напр., работа веса опускающейся гири часового механизма), или частью работы сопротивлений T_u или T_R (напр., работа подъема грузовой цепи).

²⁾ Если промежуток времени $(t - t_0)$ содержит целое число периодов движения отдельных частей машины, то величины эти равны нулям; в противном случае они не превышают некоторого определенного предела.

$v = v_0$, очевидно, равна нулю для всякого промежутка времени, как достаточно большого, так и для бесконечно малого. Поэтому, равенство (12) представляет собою не только общее уравнение движения всякой машины за достаточно большой промежуток времени, но и приближенное уравнение равномерного движения машины за любой, хотя бы элементарный, промежуток времени, т. е. уравнение стационарного или установившегося движения машины. Отсюда мы можем сделать вывод, что при стационарном действии машины, т. е. при равномерном движении ее частей, $T_m = T_u + T_R$, т. е., что работа двигателя T_m за любой промежуток времени равна сумме работ $[T_u + T_R]$ полезных и вредных сопротивлений.

Применить равенство (12) к элементарному промежутку времени ускоренного $[v > v_0]$ или замедленного $[v < v_0]$ движения частей машины, разумеется, нельзя, так как работа сил инерции $\left[\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2} \right]$ для этого промежутка времени не равна нулю. Пренебрегая, попрежнему, в виду ее малости, работою веса $P [H - H_0]$, мы можем получить приближенное уравнение ускоренного или замедленного движения машины для любого промежутка времени из равенства (11) и представить это уравнение в виде:

$$T_m = T_u + T_R + \left[\sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_0^2}{2} \right] \dots \dots \dots (11')$$

Примером ускоренного движения машины служит первый период ее действия,—период пуска машины в ход; в течение этого периода движения скорость ее частей возрастает от 0 до v , где v есть скорость ее стационарного движения; при $v_0 = 0$ и $v = v$, уравнение (11) принимает вид:

$$T_m = T_u + T_R + \sum \frac{mv^2}{2} \dots \dots \dots (11'')$$

или

$$T_m > T_u + T_R,$$

т. е. в период пуска машины в ход работа двигателя T_m должна быть больше суммы работ $[T_u + T_R]$ полезных и вредных сопротивлений, причем избыток работы двигателя T_m идет на преодоление сил инерции, т. е. на сообщение частям машины живой силы $\sum \frac{mv^2}{2} > 0$.

Примером замедленного движения машины служит последний период ее действия,—период остановки машины; в начале этого периода двигатель выключается $[T_m = 0]$, причем в течение этого периода движения скорость ее частей убывает от v до 0, где v есть скорость ее стационарного движения; при $v_0 = v$, $v = 0$ и $T_m = 0$, уравнение (10) принимает вид:

$$0 = T_u + T_R - \sum \frac{mv^2}{2} \dots \dots \dots (11''')$$

или

$$\sum \frac{mv^2}{2} = T_u + T_R,$$

т. е. в период остановки машины работа $[T_u + T_R]$ полезных и вредных сопротивлений преодолевается за счет запаса накопленной в период пуска в ход живой силы $\sum \frac{mv^2}{2}$ движущихся частей машины, по исчерпанию какового запаса машина останавливается.

Установленное выше общее уравнение движения машины (для достаточно большого промежутка времени)

$$T_u = T_m - T_R$$

вполне определенно указывает на невозможность существования такой машины, которая могла бы неограниченно долго двигаться и совершать полезную работу без притока извне внешней энергии. Такая машина, называемая вечным двигателем, будучи раз приведена в движение некоторою внешнею силою, должна была бы непрерывно двигаться (*perpetuum mobile*) и по прекращении действия этой силы, черпая энергию для своего движения (и даже для производства некоторой полезной работы) из самой себя, т. е. из взаимного действия своих частей. Чтобы получить уравнение движения для такой машины, надо положить в уравнении (12) T_m , т. е. работу движущих сил, равной нулю; тогда уравнение (12) примет вид:

$$T_u = -T_R,$$

что, очевидно, невозможно, так как положительная величина T_u не может равняться отрицательной величине $-T_R$. Этим исчерпывающе доказывается невозможность существования вечного двигателя.

Громадное количество изобретателей, соблазненных надеждой построить машину, работающую без притока энергии извне, т. е. дающую даровую работу, пыталось осуществить на практике идею *perpetuum mobile*; история этих бесплодных попыток представляет особый интерес, так как она тесно связана с историей установления основных законов динамики. Невозможность осуществления вечного двигателя сознавалась передовыми исследователями уже давно: еще Леонардо-да Винчи (XV—XVI в.) доказывал неосуществимость *perpetuum mobile*; этой же точки зрения держался Кардан (XVI в.); Галилей, Гюйгенс и Лейбниц исходили в некоторых своих выводах из невозможности существования вечного двигателя, как из аксиомы, считая, что сведение какого-либо положения на *perpetuum mobile* есть доказательство (от противного) ошибочности этого положения (*reductio ad absurdum*). Первое строгое доказательство невозможности вечного двигателя, т. е. доказательство противоречия существования *perpetuum mobile* основным законам механики, принадлежит Лагире (XVII в.). Однако и до Лагира, и после него (и даже до сего времени) бесчисленное множество изобретателей предлагало и предлагает свои проекты вечного двигателя; для этой цели пытались использовать с одинаковым неуспехом и силы веса, и магнитные силы, и капиллярные силы, и т. п.; наконец, в XVIII в. Парижская академия наук постановила оставлять без ответа все заявления, касающиеся изобретения *perpetuum mobile*. Это, однако, не останавливает изобретателей. Абсолютная неподвижность их моделей, по словам проф. Кирпичева (Беседы о механике) „нисколько не смущает изобретателя, который объясняет ее самым маловажным обстоятельством и вполне уверен в будущем успехе“.

Глава IV.

§ 4. Коэффициент полезного действия.

Неизбежность потерь в процессе работы машины.—Идеальная и действительная машина.—Коэффициент полезного действия.—Отношение величины движущей силы к величине полезного сопротивления.—Машина, как мультипликатор силы.—Отношение величин линейных перемещений крайних элементов машины.—Передаточное число.—Механизм, как мультипликатор скорости.

Опыт показывает, что при движении всякой машины, как бы проста она ни была, возникновение вредных сопротивлений (трения в сочленениях частей, жесткости сгибаемых гибких тел, сопротивления среды и т. п.) представляет собою явление неизбежное, т. е., что величина работы вредных сопротивлений T_R в любой машине практически остается (по своему абсолютному

значению) величиной всегда большей нуля. Нетрудно видеть, что при этом условии, т. е. при $T_R > 0$, из равенства

$$T_u = T_m - T_R \dots\dots\dots (12)$$

непосредственно вытекает неравенство

$$T_n < T_m,$$

выражающее, что полезная работа (т. е. работа, даваемая машиной), всегда меньше работы двигателя (т. е. работы, затрачиваемой на машину), причем эта разница равняется работе вредных сопротивлений.

Так как основною целью всякой машины является получение возможно большего количества полезной работы, то при построении и эксплуатации машины необходимо стремиться, между прочим, к возможному уменьшению величины вредных сопротивлений, а, следовательно, и к уменьшению величины T_R ¹⁾. Однако, предельный случай $T_R = 0$, — как это упомянуто выше, практически неосуществим: последнее равенство можно считать соответствующим лишь теоретическому, т. е. идеальному, случаю так называемой идеальной машины, подразумевая под этим названием машину, работающую при отсутствии вредных сопротивлений.

Для идеальной машины, при

$$T_R = 0.$$

из равенства (12): $T_u = T_m - T_R$
непосредственно вытекает равенство:

$$T_u = T_m, \dots\dots\dots (13)$$

выражающее, что в идеальной машине полезная работа равна работе двигателя, или, другими словами, что вся затраченная на идеальную машину работа полностью возвращается машиной в виде ее полезной работы.

Сравним теперь между собою характер действия идеальной машины и соответствующей ее схеме действительной машины. Положим, что сила полезного сопротивления в обеих этих машинах одна и та же и равняется Q ; очевидно, что движущая сила при этом условии различна, так как в идеальной машине движущая сила F_0 должна преодолеть противодействие только силы полезного сопротивления Q , а в действительной машине движущая сила F преодолевает не только противодействие той же силы полезного сопротивления Q , но, кроме того, еще и противодействие силы вредных сопротивлений R . Очевидно, при этом, что

$$F_0 < F.$$

Положим, что путь, пройденной в определенный промежуток времени точкой приложения силы Q по ее направлению, равняется q ; тогда работа полезного сопротивления T_u за указанный промежуток времени выразится, как известно, равенством:

$$T_u = Q \cdot q.$$

Положим, что путь, пройденный в тот же промежуток времени точкой приложения движущей силы F_0 или F по ее направлению, равняется s ; тогда

¹⁾ Колеса трения, шариковые подшипники, смазочные масла и т. п.

работа двигателя T_m за тот же промежуток времени выразится равенством: для идеальной машины:

$$(T_m)_0 = F_0 s$$

и для действительной машины:

$$T_m = Fs.$$

При этих условиях для идеальной машины, на основании равенства,

$$T_u = T_m,$$

получаем:

$$Qq = F_0 s,$$

т. е.

$$\frac{F_0}{Q} = \frac{q}{s} \dots \dots \dots (14)$$

Это равенство показывает, что в идеальной машине движущая сила и полезное сопротивление обратно пропорциональны путям, пройденным по направлению их действия точками их приложения.

Отсюда непосредственно вытекает известное правило для идеальной машины:

то, что в идеальной машине выигрывается в силе, теряется в пути (т. е. в скорости) и наоборот.

Для действительной машины, на основании установленного выше неравенства

$$T_u < T_m,$$

получаем:

$$Qq < Fs \dots \dots \dots (15)$$

т. е. величина движущей силы F при той же величине полезного сопротивления Q и тех же значениях пройденных путей s и q оказывается, как это упомянуто выше, больше, чем величина движущей силы F_0 для идеальной машины. Это показывает, что в действительной машине, вместо приведенного выше правила, имеет место следующее:

то, что в действительной машине выигрывается в силе, меньше того, что теряется в пути (т. е. скорости), и наоборот: что выигрывается в пути (т. е. в скорости), меньше того, что теряется в силе.

Главное целью всякой машины, как об этом неоднократно упоминалось выше, является преобразование работы двигателя T_m в полезную работу данной машины T_u ; понятно, поэтому, что машина (с динамической точки зрения) должна считаться тем совершеннее, чем больше при том же значении T_m получается для этой машины значение T_u . Отношение

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} \dots \dots \dots (16)$$

как об этом было упомянуто выше, носит название коэффициента полезного действия или коэффициента полезной работы или отдачи машины (*Efficiency, Rendement, Wirkungsgrad*) и служит, таким образом, мерилom достоинства данной машины с точки зрения успешности

преобразования работы при помощи этой машины. На основании равенства (12) можно написать:

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{T_m - T_R}{T_m} = 1 - \frac{T_R}{T_m} \dots \dots \dots (17)$$

Из этого равенства непосредственно видно, что

1) для идеальной машины, т. е. при

$$T_R = 0, \eta = 1,$$

и 2) для действительной машины, т. е. при

$$T_R > 0, \eta < 1,$$

и что коэффициент полезного действия действительной машины, оставаясь всегда правильной дробью, тем ближе к единице, чем совершеннее данная машина.

Выше было установлено ¹⁾, что отношение $\frac{F}{Q}$ движущей силы F к полезному сопротивлению Q (служащее мерилom успешности преобразования данной машиною силы), называется коэффициентом k преобразования силы, а отношение $\frac{s}{q}$ линейных перемещений s и q крайних элементов механизма (определяющее характер процесса преобразования перемещений), носит название коэффициента m преобразования перемещений ²⁾.

Пользуясь, поэтому, равенствами

$$k = \frac{F}{Q} \dots \dots \dots (2)$$

и

$$m = \frac{s}{q} \dots \dots \dots (3)$$

и обозначая коэффициент преобразования силы для идеальной машины через

$$k_0 = \frac{F_0}{Q}, \dots \dots \dots (2')$$

мы ясно можем установить, что для идеальной машины

$$\frac{1}{k_0 m} = \frac{Q/F_0}{s/q} = \frac{Qq}{F_0 s} = \frac{T_u}{T_m} = 1, \dots \dots \dots (18)$$

¹⁾ См. § 1.

²⁾ В случае, если крайние элементы механизма находятся во вращательном движении, вместо отношения $m = \frac{s}{q}$ линейных перемещений вводят в рассмотрение отношение $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ угловых перемещений, т. е. отношение угловых скоростей, носящее название передаточного числа.

для действительной машины

$$\frac{1}{km} = \frac{Q/F}{s/q} = \frac{Qq}{Fs} = \frac{T_n}{T_m} = \eta < 1 \dots \dots \dots (19)$$

Деля почленно равенство (19) на равенство (18), имеем:

$$\eta = \frac{k_0/m}{k/m} = \frac{k_0}{k} = \frac{F_0/Q}{F/Q} = \frac{F_0}{F} \dots \dots \dots (20)$$

Отсюда следует, что для вычисления коэффициента полезного действия машины можно поступить двояко:

или разделить полезную работу T_u на работу двигателя T_m , как того требует равенство (16),

или разделить движущее усилие F_0 идеальной машины на движущее усилие F машины действительной, как того требует равенство (20).

Когда данная машина состоит из нескольких последовательно соединенных простых машин, то полезная работа, даваемая предыдущей простой машиной, играет роль работы двигателя в последующей, т. е.

$$(T_u)_1 = (T_m)_2; (T_u)_2 = (T_m)_3; \text{ и т. д. и } (T_u)_{n-1} = (T_m)_n.$$

Очевидно при этом, что коэффициенты полезного действия каждой из простых машин, входящих в состав данной машины, выражаются равенством:

$$\eta_1 = \frac{(T_u)_1}{(T_m)_1}, \eta_2 = \frac{(T_u)_2}{(T_m)_2} \text{ и т. д. } \dots \dots \dots \text{ и } \eta_n = \frac{(T_u)_n}{(T_m)_n}$$

и общий коэффициент полезного действия всей составной машины, рассматриваемой, как одно целое, равен

$$\eta = \frac{(T_u)_n}{(T_m)_1}.$$

Нетрудно, однако, простым сокращением убедиться, что

$$\begin{aligned} \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n &= \frac{(T_u)_1}{(T_m)_1} \cdot \frac{(T_u)_2}{(T_m)_2} \cdot \dots \cdot \frac{(T_u)_n}{(T_m)_n} = \\ &= \frac{(T_m)_2}{(T_m)_1} \cdot \frac{(T_m)_3}{(T_m)_2} \cdot \dots \cdot \frac{(T_m)_n}{(T_m)_{n-1}} \cdot \frac{(T_u)_n}{(T_m)_n} = \frac{(T_u)_n}{(T_m)_1} = \eta \end{aligned}$$

или

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n,$$

т. е. коэффициент полезного действия составной машины равняется произведению коэффициентов полезного действия всех простых машин, входящих в состав данной машины.

Коэффициенты полезного действия простейших машин, в большинстве случаев, весьма близки к единице, т. е. простые машины, с динамической точки зрения, являются совершеннейшими машинами; это объясняется тем, что простота устройства влечет за собою минимум вредных сопротивлений, т. е. приближает действительную машину к идеальной. Так, коэффициент полезного действия рычага (при больших плечах и малом радиусе оси вращения) может

достигать в некоторых случаях величины $\eta = 0,998$, коэффициент полезного действия блока — величины $\eta = 0,97$ и т. п.

По мере усложнения машины коэффициент ее полезного действия быстро падает: так, коэффициент полезного действия, составной подъемной машины, называемой лебедкой и состоящей из двух блоков, барабана для наматывания веревки и трех зубчатых передач, не превышает величины $\eta = (0,97)^2 \cdot (0,98) \cdot (0,96)^3 = 0,82$ ¹⁾, коэффициент полезного действия клинового пресса — величины $\eta = 0,67$ и т. п.

Все изложенное приводит к заключению, что всякая машина не только не может произвести больше работы, чем на нее затрачивается, но, в действительности, ни одна реально существующая машина не в состоянии дать работу, равную той, которая на нее затрачена, т. е. во всякой действующей машине обязательно и неизбежно происходит потеря работы.

Однако, этот совершенно правильный вывод никоим образом не может служить аргументом против пользы машины. Употребление машины не может иметь и вовсе не имеет цели ∇ увеличить количество имеющейся в нашем распоряжении энергии; цель машины заключается только в преобразовании данного нам вида энергии, хотя бы и со значительной потерей его количества, в другой более полезный нам вид энергии. В частном случае, преобразуя, с неизбежными потерями, один вид механической энергии в другой вид той же энергии, машина дает нам возможность, сообразно с нашими целями, произвольно изменять за счет другого любой из двух факторов этой работы, т. е. силу или путь, проходимый точкой ее приложения; таким образом, при помощи машины, мы можем получить часть данной нам работы, по нашему выбору, или в виде произведения очень больших сил на очень малые перемещения, или, обратно, в виде произведения малых сил на очень большие перемещения, т. е., другими словами, при помощи машины мы можем получать громадные значения сил и громадные значения скоростей, без машины совершенно недостижимые ²⁾.

Таким образом, не будучи мультипликатором энергии или работы и даже, обратно, создавая неизбежную потерю работы, машина с механической точки зрения безусловно может быть признана, смотря по роду ее устройства, или мультипликатором силы или мультипликатором скорости.

В сложных машинах, как, например, в гидравлических и тепловых двигателях, в которых движущими силами являются силы природы, и где происходит преобразование естественных запасов энергии в механическую работу, коэффициент полезного действия падает еще ниже: наилучшими в этом отношении являются гидравлические двигатели, в которых коэффициент полезного действия достигает иногда величины $\eta = 0,80$; впрочем, для этих двигателей коэффициент полезного действия падает в некоторых типах до величины $\eta = 0,30$; коэффициент полезного действия наиболее совершенных тепловых двигателей внутреннего сгорания (Дизеля) не превышает значения $\eta = 0,36$, а в лучших типах паровых машин не достигает значения $\eta = 0,18$ ³⁾.

К выяснению характера и причин столь значительных потерь энергии в главнейших типах силовых установок мы теперь и перейдем.

¹⁾ Здесь коэффициент полезного действия каждого блока принят $\eta = 0,97$, коэффициент полезного действия барабана $\eta = 0,98$ и коэффициент полезного действия каждой зубчатой передачи $\eta = 0,96$.

²⁾ Кроме того, как это было выяснено выше, машина имеет существенное значение с точки зрения точности и дешевизны работы.

³⁾ Здесь за работу двигателя принята механическая работа, эквивалентная тепловой энергии (в калориях) топлива, сжигаемого в топке.

Глава V.

Баланс энергии в силовых установках.

Статья I.

§ 5. Тепловой и хозяйственный баланс тепловых установок.

(Потери энергии и коэффициент полезного действия в тепловых установках).

Типы тепловых двигателей: паросиловая машина и двигатель внутреннего сгорания.—Общий коэффициент полезного действия тепловой установки в целом.—Тепловая энергия и тепло-творная способность топлива.—Потери энергии в тепловой установке.—Коэффициент полезного действия котла или газогенератора.—Тепловой коэффициент полезного действия тепловой машины. (Тепловой напор и его использование). Механический коэффициент полезного действия механизма тепловой машины.—Себестоимость полезной лошадиной силы в час на рабочем валу и влияние на нее полезной нагрузки машины.

Выше было указано, что одним из первичных источников естественной энергии, которым можно воспользоваться в промышленных целях для превращения части этой энергии в нужный нам вид механической работы, являются естественные запасы потенциальной химической энергии, скрытой в различных сортах так называемого топлива: при сжигании топлива, заключающаяся в нем потенциальная химическая энергия превращается в тепловую энергию, часть которой, при известных условиях, и может быть превращена в механическую работу. Этот искусственный процесс преобразования естественных запасов скрытой теплоты бросаемого в топку топлива в нужную нам механическую работу на валу двигателя осуществляется при помощи так называемой тепловой или термической установки, главнейшей частью которой является тепловой или термический двигатель.

Мы можем установить разделение тепловых установок, применяемых в современной промышленной технике, на два различных типа.

В первом из этих типов теплота сжигаемого топлива преобразуется в механическую работу при помощи упругости образующегося при нагревании воды в паровом котле водяного пара; к установкам этого типа, называемым вообще паросиловыми установками, относятся паровая поршневая машина (в которой упругость расширяющегося пара создает колебательное движение поршня в паровом цилиндре) и паровая турбина (в которой кинетическая энергия движущейся струи пара создает вращательное движение колеса турбины).

Во втором из этих типов теплота сжигаемого топлива превращается в механическую работу при помощи упругости расширяющихся продуктов горения или взрыва самого воспламеняемого топлива без посредства промежуточного тела—водяного пара. К этому типу тепловых установок относятся двигатели внутреннего горения.

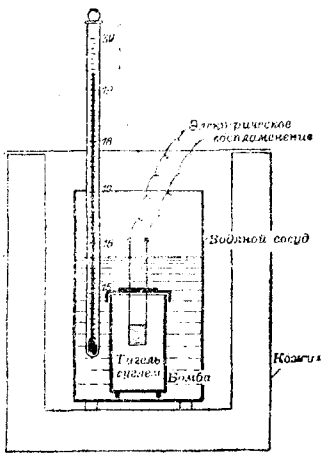
Прежде чем говорить о принципах работы, коэффициентах полезного действия и степени экономической выгоды применения каждого из этих типов двигателей в отдельности, необходимо указать на некоторые общие их свойства, вытекающие из сущности протекающих в них общих тепловых и механических процессов.

Называя, согласно изложенному выше, коэффициентом полезного действия всякой машины отношение $\eta = \frac{T_u}{T_m}$ количества полезной работы T_u , даваемой

машиной за определенный промежуток времени, к количеству движущей энергии T_m , полученной за тот же промежуток машиною извне, мы должны, прежде всего, принять во внимание, что во всяком тепловом двигателе полезная работа T_n является механической работой вращающегося вала двигателя, а движущая энергия T_m (для всей тепловой установки в целом) является тепловой энергией, освобождающейся при сгорании в топке определенного количества топлива.

Тепловая энергия, как известно, измеряется особыми единицами теплоты, называемыми калориями, причем одна калория (т. е. то количество теплоты, которое необходимо для нагревания 1 кгр. воды от 0° до $+1^\circ$ С при давлении одной атмосферы) по закону Джоуля эквивалентна 427 кгр.-метр. механической работы.

Таким образом, для определения общего коэффициента полезного действия всякой тепловой установки нам прежде всего надо знать, какое количество единиц теплоты, т. е. калорий, получается при совершенном и полном сгорании в топке весовой единицы применяемого в данной установке рода топлива. Количество калорий, выделяемых при полном и совершенном сгорании весовой единицы данного топлива, называется теплотворной способностью данного вида топлива. Различные виды топлива, применяемые в промышленной технике (дрова, уголь, нефть, бензин, газ и т. д.) обладают, в зависимости от своих качеств, весьма разнообразными теплотворными способностями. Для точного определения теплотворной способности данного топлива, берут небольшую пробу его (например, 1 грамм измельченного в порошок угля) и помещают эту пробу в особый тигель (черт. 8), подвешенный в сосуде, называемом бомбою и заполненном кислородом; бомба помещается в другом сосуде с водой, окруженном для изоляции от тепловых воздействий извне особым кожухом. Через тигель проходят электроды электрической цепи,



Черт. 8.

при замыкании которой уголь воспламеняется и полностью сгорает, соединяясь с кислородом бомбы и повышая температуру окружающей бомбу воды; измеряя термометром, погруженным в окружающий бомбу сосуд, повышение температуры воды, вычисляют количество теплоты, отданное сгоревшей пробой угля воде (учитывая при этом и теплоту, ушедшую на нагревание стенок бомбы и сосуда), а, следовательно, определяют теплотворную способность данного вида топлива. Оказывается, что наиболее высокой теплотворной способностью обладают высокие сорта жидкого топлива: бензин и нефть, применяемые в некоторых двигателях внутреннего сгорания; теплотворная способность 1 кгр. бензина или очень хорошей нефти может быть принята, примерно, в 10.000 калорий. Далее идут хорошие сорта твердого топлива: антрацит, употребляемый для выработки газа в газовых двигателях и высокие сорта каменного угля (кардиф), применяемого при паросиловых установках; теплотворная способность 1 кгр. антрацита и хороших углей может быть принята в 7000—8000 калорий. Теплотворная способность 1 кгр. брикетов из бурого угля не превышает 4800 калорий, торфа 3400 калорий и дров 3200 калорий. Теплотворную способность газообразного топлива относят обычно не к весовой единице, т. е. к 1 кгр., а к единице объема, т. е. к 1 куб. метру; теплотворная способность 1 куб. метра светильного газа, применяемого, как топливо, в некоторых газовых двигателях, в зависимости от его состава, колеблется в пределах 4500—6000 калорий.

Обозначая выраженную в калориях теплотворную способность 1 килограмма применяемого в тепловой установке топлива через W и выраженный в килограммах часовой расход топлива через Q , мы получим, что потребляемая машиной в течение 1 секунды тепловая энергия будет равна $\frac{WQ}{3600}$ калорий, а, следовательно, выраженное в лошадиных силах количество движущей энергии T_m , получаемой тепловой установкой в течение 1 секунды, будет равно

$$T_m = \frac{427 \cdot WQ}{75 \cdot 3600} \text{ лош. сил.}$$

Для вычисления коэффициента полезного действия тепловой машины остается только определить выраженное в лошадиных силах количество полезной механической работы T_u , получаемое на рабочем валу двигателя в течение 1 секунды.

При этих условиях коэффициент полезного действия тепловой установки в целом (общий коэффициент использования тепла) определяется в виде отношения

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{75 \cdot 3600 \cdot T_u}{427 \cdot W \cdot Q}$$

где полезная мощность на валу T_u выражена в лошадиных силах, теплотворная способность W в калориях на 1 кгр. и расход топлива Q в килограммах в час.

Оказывается, что в наилучших, с точки зрения использования тепла, современных установках (каковыми являются двигатели внутреннего сгорания Дизеля) коэффициент полезного действия η не превышает 0,35, составляя в паровой машине обычного типа лишь 0,10—0,15.

Сжигая, например, каждую секунду в топке котла обычной паровой машины 0,1 кгр. наилучшего угля, с теплотворной способностью 8000 калорий, мы легко можем вычислить, что поглощаемая паровой машиной каждую секунду движущая энергия будет равна $\frac{427 \cdot 8000 \cdot 0,1}{75} = \infty 4500$ лош. сил. Между тем,

измеряя полезную мощность T_u , развиваемую на валу этой машины, мы едва ли получим более 500 лош. сил: это значит, что в данном случае $4500 - 500 = 4000$ лош. сил, т. е. $\frac{8}{9}$ затрачиваемой на эту тепловую установку энергии теряется совершенно непроизводительно, т. е. без всякой пользы для целей, преследуемых машиной.

Эти столь значительные и трудно устранимые (а большею частью неустраняемые совсем) потери вызваны теми неизбежными утечками энергии, которые связаны с протекающими в тепловой установке процессами. По характеру этих потерь мы можем разделить их на три (неравноценных по величине) последовательные группы, соответствующие последовательным превращениям энергии сжигаемого топлива.

Первая группа потерь связана с утечками тепловой энергии в процессе превращения химической энергии сжигаемого топлива (в топке установки) в энергию давления на приемник механизма машины (в цилиндре поршневой машины или на лопатках турбины). Сюда относятся потери теплоты в самой топке, в котле и паропроводах паросиловых установок, потери при производстве в так называемых газогенераторах газа для газовых двигателей внутреннего

сгорания и т. п. Таким образом, из общего числа $\frac{WQ}{3600}$ калорий тепловой энергии, поглощенных в топке установки, до приемника механизма машины дойдет меньшее количество теплоты, а именно только $\eta_k \cdot \frac{WQ}{3600}$ калорий, где коэффициент $\eta_k < 1$ может быть назван коэффициентом полезного действия котла в паросиловых установках, или коэффициентом полезного действия газогенератора в газовых двигателях внутреннего сгорания.

Вторую (основную и наибольшую по численной величине группу) составляют потери тепловой энергии в тепловых процессах, протекающих в приемнике механизма машины (в рабочей полости цилиндра поршневой машины и в рабочем колесе турбины). Благодаря этим потерям, из числа $\eta_k \cdot \frac{WQ}{3600}$ калорий тепловой энергии, вступивших на приемник механизма, в нем будет использовано меньшее количество теплоты, а именно только $\eta_m \cdot \eta_k \cdot \frac{WQ}{3600}$ калорий, где коэффициент $\eta_m < 1$ может быть назван тепловым коэффициентом полезного действия машины.

Наконец, третью и, вообще говоря, самую незначительную по величине группу составляют потери механической энергии в механизме машины, в процессе передачи этой работы от приемника механизма (поршень цилиндра, колесо турбины) к рабочему валу двигателя. Таким образом, из общего количества механической работы, соответствующего использованному машиной $\eta_m \cdot \eta_k \cdot \frac{WQ}{3600}$ калорий тепловой энергии, до рабочего вала двигателя дойдет меньшее количество энергии, а именно количество механической работы, соответствующее только $\eta_m \cdot \eta_m \cdot \eta_k \cdot \frac{WQ}{3600}$ калориям, где коэффициент η_m может быть назван механическим коэффициентом полезного действия механизма машины.

Очевидно, что произведение трех коэффициентов $\eta_m \cdot \eta_m \cdot \eta_k$ и будет равняться установленному выше общему коэффициенту полезного действия η всей тепловой установки в целом.

Неизбежные потери первой группы, достигающие в паросиловых установках до 30% и в газогенераторных установках до 20% поглощаемой установкой теплоты, в значительной мере обуславливаются конструктивными особенностями парового котла или газогенератора; механические потери в трансмиссиях самого механизма, не превышающие 1—3% от поглощаемой всей установкой в целом энергии, также тесно связаны с конструкцией механизма. В силу этого о коэффициентах полезного действия η_k котлов и газогенераторов и η_m механизма, мы будем говорить при рассмотрении отдельных типов тепловых двигателей. Теперь же необходимо несколько подробнее остановиться на тепловом коэффициенте полезного действия η_m , т. е. рассмотреть причину неизбежности тепловых потерь в приемнике всякой тепловой машины, так как эта причина в большей своей части является общей для всех тепловых двигателей и играет в их общем тепловом балансе самую значительную роль.

Пусть количество и абсолютная температура свежего пара (в паросиловой установке) или продукта сгорания топлива (в двигателе внутреннего сгорания), вступающего в рабочую полость приемника в течение одной секунды (в рабочую полость цилиндра поршневой машины или на лопатки колеса турбины) будут,

соответственно, q килогр. и T_1^0 ; произведя определенную работу (продвинув поршень на один ход или повернув колесо турбины на определенный угол) в рабочей полости приемника, отработавший или мятый пар или отработавшие продукты горения уходят (в том же количестве в течение одной секунды) из рабочей полости в атмосферу или специальный холодильник; пусть абсолютная температура мятого пара или отработавшего продукта сгорания, выходящего из рабочей полости приемника, будет T_2^0 ¹⁾.

Обозначив через c выраженную в калориях теплоемкость пара или продуктов горения, легко усмотреть, что свежий пар или свежие продукты горения введут в рабочую полость cqT_1 калорий тепловой энергии, а мятый пар или отработавшие продукты горения выведут из машины cqT_2 калорий тепловой энергии; при этих условиях из общего числа cqT_1 введенных в рабочую полость единиц тепла в этой полости будет использовано $cqT_1 - cqT_2 = cq(T_1 - T_2)$ единиц тепла, а cqT_2 единиц тепла будет при этом процессе бесполезно потеряно для целей машины. Таким образом, коэффициент полезного действия этого процесса, т. е. тепловой коэффициент полезного действия η_m будет иметь вид:

$$\eta_m = \frac{cqT_1 - cqT_2}{cqT_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Разность абсолютных температур $T_1 - T_2$ входа (в рабочую полость приемника) и выхода (из этой полости) пара или продукта горения называется тепловым напором данной тепловой установки. Выражение $\eta_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

показывает, что тепловой коэффициент полезного действия тепловой машины пропорционален использованному в установке тепловому напору. Следовательно, для повышения теплового коэффициента полезного действия нужно стремиться увеличивать тепловой напор, т. е. подводить в рабочую полость приемника пар или газ при возможно высокой температуре T_1 и выводить из рабочей полости отработанные продукты при возможно низкой температуре T_2 .

Если бы нам удалось выпускать отработанные пар или продукты горения при $T_2 = 0$, т. е. при температуре $t = -273^\circ$, то тепловой коэффициент $\eta_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ равнялся бы единице, т. е. машина использовала бы в этом

случае всю подведенную к ней тепловую энергию без всяких потерь. Этого, разумеется, мы достичь не можем, а потому тепловой коэффициент η_m всегда < 1 .

Практически мы не можем добиться выпуска из рабочей полости отработанного пара не только при абсолютном нуле, т. е. при $t = -273^\circ \text{C}$, но даже и при нуле Цельсия, т. е. при $t = 0^\circ \text{C}$; в наилучших установках с отводом отработанных продуктов в холодильник, мы едва можем понизить температуру выпуска до 40°C , т. е. до $T_2 = 273^\circ + 40^\circ = 313^\circ$.

Таким образом, для повышения теплового напора нам остается стремиться возможно увеличивать T_1 , т. е. возможно повышать температуру пара или продукта горения, подводимого к приемнику машины; можно сказать, что с этой точки зрения для успешности теплового процесса тепловой машины важно не количество теплоты, подводимой к машине, а ее качество, зависящее от высоты ее температуры. Разумеется, мы не имеем способов сколько угодно увеличивать температуру T_1 ; при располагаемых нами практических разностях температур в самой совершенной тепловой машине (двигателе

¹⁾ T_1^0 и T_2^0 представляют собою значения абсолютных температур, т. е. температур по шкале с абсолютным нулем, равным -273^0C .

внутреннего сгорания) мы не можем повысить коэффициент η_m выше 1,3, а в лучших паросиловых установках выше 1,4.

Изложенное приводит нас к неизбежности во всякой тепловой установке громадной потери подведенного к машине тепла, вызываемой выпуском из машины отработавшего пара или газа при чрезвычайно далеких от абсолютного нуля температурах T_2 . Стремление во что бы то ни стало уменьшить это зло путем глубоких понижений температуры T_2 было бы, в конечном итоге, еще большим злом, так как потребовало бы или невероятного количества охлаждающей воды или же искусственного понижения ее температуры: средства эти по своей дороговизне совершенно несоизмеримы с достигаемым при их помощи улучшением процесса использования теплоты.

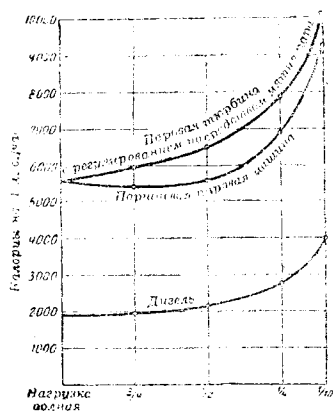
Таким образом, располагая практически сравнительно небольшими тепловыми напорами, могущими быть использованными в тепловой установке, современная техника, несмотря на упорное стремление раздвинуть температурные границы этого напора ¹⁾, должна, вообще говоря, мириться с неизбежностью наличия во всяком тепловом процессе очень высоких тепловых потерь, т. е. со сравнительно малым значением теплового коэффициента η_m , не превышающего в паросиловых установках, как это указывалось выше, 0,25.

Следует, впрочем, указать, что тепловым коэффициентом полезного действия η_m данной машины оценивается лишь успешность использования машиною подведенного к ней тепла, т. е. коэффициент этот является лишь теплотехнической характеристикой машины. Хотя оценка успешности теплоиспользования данной машины и входит в оценку ее экономической выгодности, тем не менее понятия эти никоим образом нельзя считать совпадающими. Единственным практически правильным методом оценки данной машины, как крупного фактора успеха промышленности, служит себестоимость полезной лошадиной силы, получаемой в час на валу данной машины.

При этой оценке степень использования подведенного к машине тепла весьма часто не играет решающей роли. Действительно, прежде всего, необходимо знать стоимость подведенной к машине тепловой единицы, так как машина, хотя и лучше использующая подведенную к ней теплоту, но требующая более дорогого топлива, может оказаться экономически менее выгодной; таким образом приходится учитывать не степень теплоиспользования данной машины, но стоимость того количества топлива (т. е. стоимость так называемого горючего), которое идет на полезную лошадиную силу на валу. Затем необходимо учесть, что расход на топливо составляет, обычно, лишь меньшую часть общих расходов, падающих на полезную лошадиную силу: кроме стоимости горючего, приходится учитывать как эксплуатационные расходы (зарплату машинистов и кочегаров, текущий ремонт и смазка), так и затрату на приобретение и установку машины и погашение (амортизацию) ее стоимости, включая и проценты на затраченный капитал. В среднем в паросиловой установке обычного среднего типа расход на топливо едва ли будет больше $\frac{1}{3}$ всех расходов на полезную лошадиную силу на валу. Наконец, необходимо учесть те условия, в которых работает тепловая установка или, как говорят, режим ее. Громадную роль играет при этом, будет ли машина работать при полной или при неполной нагрузке, т. е. будет ли машина во время своей работы использована пол-

¹⁾ В этом направлении, кроме повышения температуры T_1 и понижения температуры T_2 , заслуживает особого внимания попытка использовать теплоту отработавших продуктов (например, мягкого пара) для производства работы в другой машине.

ностью или нет: в последнем случае количество полученных машиною калорий или, что то же самое, стоимость потраченной энергии придется разложить на меньшее число полезных лошадиных сил на валу, т. е. удорожить себестоимость. Следует теперь же отметить, что в большинстве случаев машина работает под



Черт. 9.

полной нагрузкой лишь определенные часы суток (часы наибольшего потребления продукта, обслуживаемого машиной), остальное же время дня полезная нагрузка бывает почти всегда много меньше максимальной, что, разумеется, значительно повышает среднюю себестоимость полезной лошадиной силы на валу. Влияние падения нагрузки на расход теплоты на полезную лошадиную силу (черт. 9) настолько значителен, что в некоторых случаях (например, при двигателях внутреннего сгорания Дизеля) значительное падение полезной нагрузки (до $\frac{1}{10}$ максимальной) может вызвать увеличение

расхода теплоты на одну полезную лошадиную силу почти вдвое. Диаграмма ¹⁾, приведенная на черт. 9, указывает ход увеличения расхода тепла на лоша-

диную силу при падении полезной нагрузки последовательно до $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{10}$ первоначального ее значения для всех трех типов тепловых машин: паровой поршневой машины, паровой турбины и двигателя внутреннего сгорания (Дизеля).

Перейдем теперь к более подробному рассмотрению процессов, происходящих в тепловых установках различных типов.

§ 6. Баланс энергии в паровой поршневой машине.

Процессы, происходящие в паровом котле.—Котлы цилиндрические, батарейные, с жаровыми трубами, с дымогарными трубками и водотрубные.—Экономайзеры и перегреватели.—Коэффициент полезного действия и тепловой баланс парового котла.—Процессы, происходящие в цилиндре паровой машины.—Цилиндр и поршень.—Несовершенство парового цикла в цилиндре.—Диаграмма идеального цикла Рэнкина.—Диаграмма укороченного цикла Майера.—Действительная диаграмма.—Начальная конденсация пара.—Обогревание цилиндра.—Перегрев пара.—Принцип многократного расширения.—Машина компаунд и машина тандем.—Коэффициент полезного действия и тепловой баланс паровой машины.—Кривошипный механизм.—Механический коэффициент полезного действия и баланс работы механизма паровой машины.—Общий коэффициент полезного действия и общий баланс энергии паросиловой поршневой установки в целом.

В паровой поршневой машине мы имеем дело с процессом превращения затраченной на образование и нагревание пара теплоты в механическую работу колебательного движения поршня парового цилиндра; превращение это осуществляется благодаря давлению на поршень расширяющегося в рабочей полости цилиндра упруго-сжатого пара. Процесс этот происходит в центральной части машины, а именно в паровом цилиндре; таким образом, требуется, с одной стороны, получить и подвести к рабочей полости цилиндра водяной пар (т. е. иметь так называемый парогенератор), а с другой стороны—преобразовать прямолинейное колебательное движение поршня во вращательное

¹⁾ Диаграмма эта составлена для нормальных типов машин мощностью около 500 лошадиных сил.

движение рабочего вала (т. е. иметь так называемую трансмиссию). Первый процесс происходит в паровом котле и паропроводах, а последняя задача осуществляется при помощи механизма так называемой кривошипно-шатунной передачи.

Каждый из этих трех процессов сопряжен, как мы знаем, с рядом неизбежных потерь энергии вообще и тепловой энергии в частности. Рассмотрим эти потери в их последовательности в каждом из этих процессов.

Не останавливаясь на конструктивных подробностях устройства различных типов котлов и их арматуры, ограничимся указанием, что простейший цилиндрический котел представляет собою склепанный из железных листов цилиндр с железными днищами, окруженный в стационарных установках кирпичной обмуровкой, в которой устраивается топка с колосниковой решеткой (из чугунных брусков) для сжигания топлива и зольником (поддувалом) для притока в топку нужного для горения воздуха; под котлом для его нагревания проводятся дымоходы, по которым продукты горения уходят в боровы и затем в дымовую трубу.

Котел снабжается особым отверстием для выпуска питательной воды (при помощи инжекторов) и паровым колпаком, от которого отходит паропровод, отводящий пар в рабочую полость цилиндра. Простые цилиндрические котлы, пригодные только для низких давлений и имеющие сравнительно малую поверхность соприкосновения с продуктами горения (так называемую поверхность нагрева), в современной технике применяются очень редко. В целях повышения эффекта действия котла иногда применяют так называемые батарейные котлы, представляющие собою ряд цилиндрических котлов малого диаметра (подогревателей и кипятильников), соединенных вместе соединительными патрубками. Поверхность нагрева в этих котлах значительно больше. Наиболее часто применяют в настоящее время два следующие типа трубчатых котлов, дающих возможность получить очень большие поверхности нагрева: 1) котлы с жаровыми трубами или с дымогарными трубами и 2) водотрубные котлы.

В котлах с жаровыми трубами внутри цилиндрического котла проходит навстречу его достаточно широкая клепанная труба, в начале которой (в особой огневой коробке) устраивается топка с колосниковой решеткой; таким образом, в этом типе топка обычно устраивается внутри котла; иногда таких труб устраивается не одна (Корнвалийский котел), а две, расположенные параллельно (Ланкаширский котел). В котлах с дымогарными трубами (применяемыми, между прочим, на паровозах) вместо одной или двух жаровых труб применяется сеть мелких трубок сравнительно малого диаметра (число трубок достигает 300, диаметр 50—60 мм), пастно вставленных одним концом в отверстия задней стенки огневой коробки, а другим в отверстия стенки дымовой коробки. Эти трубки носят название дымогарных. В обеих этих системах продукты сгорания (горячие топочные газы) проходят внутри жаровых труб или дымогарных трубок, окруженных снаружи подогреваемой водою. В весьма распространенном типе водотрубных котлов, обратно, вода заключена в ряд трубок малого диаметра, обогреваемых продуктами горения снаружи.

Ознакомившись с общей схемой устройства парового котла, рассмотрим связанные с происходящими в нем процессами потери тепловой энергии (черт. 10)¹⁾.

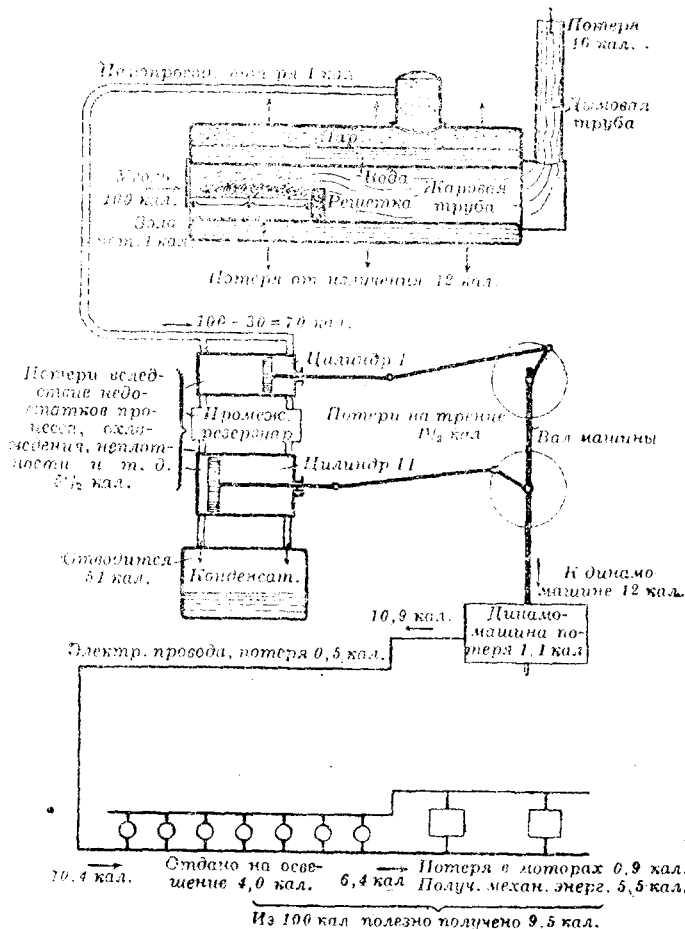
Положим, что в топку (на колосниковую решетку) котла введено определенное количество топлива (например, угля), обладающее теплотворной способностью в 100 калорий, которые и освобождаются при полном сгорании этого количества топлива.

В самом процессе сгорания немедленно возникают потери.

Часть теплоты (впрочем, весьма небольшая) окажется потерянной вместе с проваливающимися через колосниковую решетку мелкими раскаленными углями и вместе с падающей через решетку горячей золой. Эту потерю теплоты в остатках продуктов горения, в среднем, можно считать в 1% от поступившей в топку энергии, т. е. в 1 калорию.

Следующая, весьма значительная, часть теплоты будет потеряна вместе с уходящими в дымовую трубу горячими еще продуктами горения, так как топочные газы, имея в топке, в среднем, температуру около 1000°, вступают в дымовую трубу с температурой не менее 200°, т. е. уносят с собой некоторое количество заключающейся в них теплоты и часть находящихся в них в виде

сая не использованных частиц несгоревшего угля. Эту потерю тепла, уносимого отходящими газами, можно, в средних цифрах, принять в 16% от поступившего в топку тепла, т. е., примерно, в 16 калорий.



Черт. 10.

На основании изложенного мы можем подсчитать средний тепловой баланс обычного парового котла в следующем виде:

Получено:	Потеряно:
от сгорания в топке горючего 100 кал.	в остатках продуктов горения (зола) 1 кал.
	в отходящих через дымовую трубу газах 16 "
	в излучении обмуровки котла 12 "
	в паропроводе 1 "
	30 кал.
Подведено в рабочую полость цил. 70 "	
100 кал.	100 кал.

1) Чертеж 10 (взятый из книги Ганфштенгеля: Техническое мышление и творчество, 1922) представляет собою условную схему последовательных потерь энергии при использовании теплоты в паровой установке, но не схему самой установки.

Таким образом, коэффициент полезного действия η_k котла можно в обычных условиях принять равным $\eta_k = \frac{70}{100} = 0,7$.

Существует ряд приемов, позволяющих при известных условиях повысить установленный выше коэффициент полезного действия котла. К числу таких устройств относится, прежде всего, устройство так называемых экономайзеров или подогревателей питательной воды продуктами горения в топке. С целью понизить температуру топочных газов, уходящих в трубу, т. е. с целью уменьшения размеров главной тепловой утечки в парогенераторном процессе, в борове обмуровки, на пути отходящих газов, устанавливают особую батарею из гладких (экономайзер Грина) или, для увеличения поверхности нагрева, ребристых (экономайзер Каблицы) чугунных труб, через которые и прогоняют питательную воду перед ее поступлением в котел. Вода в экономайзере при этом нагревается (на $70^\circ - 100^\circ$), а отходящие газы охлаждаются, благодаря чему коэффициент полезного действия котла с экономайзером повышается, достигая в хороших установках значения $\eta_k = 0,8$. Та же цель осуществляется применением особых пароперегревателей, представляющих собою батареи мелких трубок, помещенные на ходу топочных газов (в том месте дымохода, где температура продуктов горения достаточно высока и во всяком случае не менее 700°); через эту батарею (поверхность нагрева которой составляет около $\frac{1}{4}$ поверхности нагрева котла) проходит перед поступлением в паропровод пар из котла, перегреваемый таким образом до $300^\circ - 400^\circ \text{C}$ за счет соответствующего охлаждения отходящих газов, благодаря чему коэффициент полезного действия котла с перегревателем несколько повышается, доходя до $0,75$ ¹⁾.

Перейдем теперь к рассмотрению процессов, происходящих в паровом цилиндре, к которому нам удалось во взятом нами примере подвести (из 100 калорий тепловой энергии, введенной в топку котла) 70 калорий.

Известно, что цилиндр паровой машины представляет обычно отлитый из чугуна полый цилиндр, внутри которого может поступательно двигаться (в направлении оси цилиндра) плотно прилегающий к стенкам цилиндра литой чугунный или прессованный стальной поршень, наглухо одетый на стальной поршневой шток, плотно входящий в так называемый сальник крышки цилиндра и соединенный при помощи шарнира (крейцкопфа) с кривошипной передачей на вал. В целях избежания утечки пара поршень плотно прижимается к внутренней цилиндрической поверхности цилиндра при помощи особых самопружинающих колец, а кольцевая полость сальника заполняется особой набивкой из пеньки или асбеста.

Возвратно-прямолинейное движение поршня вызывается, как известно, периодическим впуском в цилиндр свежего пара поочередно то под одну, то под другую сторону поршня, т. е. требует устройства надлежащего парораспределителя.

Не касаясь конструктивных деталей, напомним, что простейшее парораспределение достигается возвратно-прямолинейным движением так называемого золотника, автоматически открывающего и закрывающего в надлежащие моменты времени входные и выходные каналы, сообщающие любую из двух внутренних полостей цилиндра, лежащих по обе стороны поршня, то с паропроводом, подающим свежий пар из котла, то с атмосферой или холодильником, куда по использованию отводится отработавший пар. Движение свое золотник автоматически получает от рабочего вала машины при помощи так называемого эксцентрика и эксцентриковой тяги. Применяется иногда также крановое парораспределение (парораспределение Корлисса) при помощи четырех автоматически действующих кранов или клапанное парораспределение (парораспределение Лентца) при помощи четырех автоматически действующих клапанов.

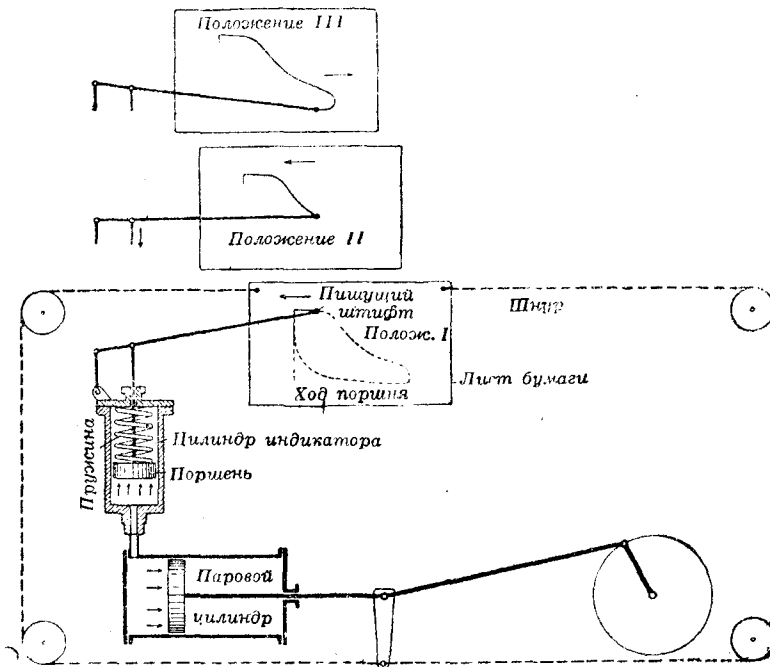
Выше было указано на неизбежность при осуществлении происходящего в цилиндре процесса очень большой тепловой потери, связанной с выпуском из цилиндра отработавшего пара, еще обладающего, при обычных температурах выпуска, очень значительными запасами тепла; при этом было установлено, что,

¹⁾ Основная цель применения перегревателя заключается в тех преимуществах, которые дает работа перегретого пара в цилиндре машины.

располагая обычным тепловым напором, мы даже при выпуске отработавшего пара в холодильник (конденсатор) не сможем использовать в цилиндре более 20%—25% подведенного к цилиндру тепла. Имея в виду, что из 100 калорий тепловой энергии нам удалось подвести к рабочей полости парового цилиндра лишь 70 калорий, мы должны будем признать, что около 75% этой энергии будет потеряно для полезной работы и отведено при выпуске отработавшего пара в конденсатор; таким образом, из 70 тепловых единиц по меньшей мере 51 калория будут потеряны в конденсаторе, и лишь 19 калорий могут пойти на работу движения поршня.

Однако, кроме основной потери, связанной с выпуском отработавшего пара в конденсатор, процесс, происходящий в паровом цилиндре, будет связан и с другими тепловыми потерями. Поэтому нам придется остановиться на этом процессе подробнее.

Процесс этот очень удобно изображается при помощи так называемой индикаторной диаграммы (черт. 11), дающей нам очень наглядную



Черт. 11.

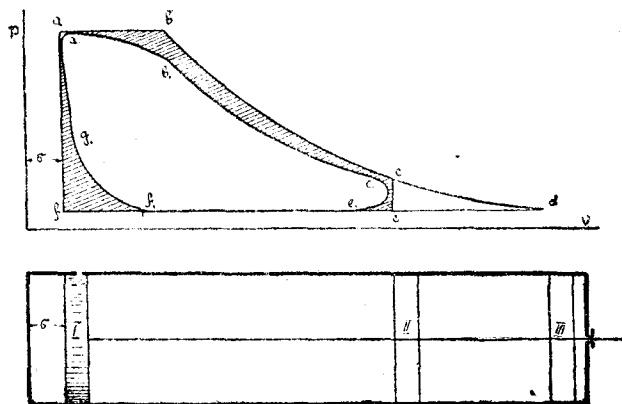
картину изменения давления под поршнем парового цилиндра в процессе работы машины¹⁾. Ординаты этой диаграммы изображают в условно ммасштабе давления пара p , абсциссы—объем v , занимаемый паром, пропорциональный пути, пройденному поршнем с начала хода, а площадь $p v$ —работу пара, затраченную на передвижение поршня. Известно, что при работе паровых машин по принципу Уатта, впуск в рабочую полость цилиндра свежего пара продолжается только в течение определенной части хода поршня (соответствующей так называемой степени наполнения цилиндра), после чего, в момент так называемой отсечки, впуск свежего пара прекращается (автоматическим закрытием паровпускного канала при помощи золотника), и остальную часть хода поршня пар работает

¹⁾ черт. 11 взят из книги Ганфштенгеля: Техническое мышление и творчество. 1922.

расширением. Поэтому, рассматривая изменение давления на рабочей стороне поршня, мы увидим (черт. 12), что теоретическая кривая давлений на участке ab , соответствующем периоду впуска свежего пара, должна представлять собой горизонтальную прямую ab (так как давление $p_1 = \text{const}$ остается все время равным начальному давлению), а на участке bd , соответствующем периоду постепенного падения давления от величины p_1 до величины p_2 при расширении пара после отсечки, — кривую bd , выражаемую уравнением $pv = \text{const}$ ¹⁾.

Когда поршень меняет направление движения, рабочая полость превращается путем соединения ее с конденсатором (или атмосферой) в нерабочую, причем в этой полости сразу же устанавливается давление p_0 , равное давлению в конденсаторе; это давление сохраняет свое значение в течение всего обратного хода поршня, выталкивающего мятый пар, почему теоретическая кривая давления на протяжении всего обратного хода будет горизонтальной прямой df (так как давление $p = \text{const}$ остается все время равным давлению в холодильнике p_0).

Очевидно, для полного использования всей работы, которую можно произвести при падении давления пара от величины начального давления p_1 до величины давления p_0 в конденсаторе, необходимо дать возможность данному объему пара расширяться до тех пор, пока давление (в конце расширения) p_2 не сделается



Черт. 12.

равным давлению в конденсаторе. Только тогда, при соединении в конце хода поршня рабочей полости (с давлением p_2) с холодильником (с давлением p_0) не произойдет мгновенного падения давления, т. е. бесполезной потери той упругости, которая еще имела у пара при давлении p_2 ; эта потеря, очевидно, равна разности $p_2 - p_0$ и при $p_2 = p_0$ обращается в нуль.

Такой процесс выражается диаграммой $abdf$, называемой диаграммой идеального цикла Рэнкина.

Однако, для доведения рабочего давления p_2 в конце хода поршня до давления p_0 в холодильнике пришлось бы доводить поршень до положения III (см. черт. 12), т. е. давать цилиндру несообразно большую длину, что значительно удорожило бы стоимость и повлекло за собою громоздкость машины. Поэтому цилиндр делают более коротким, доводя поршень лишь до положения II, т. е. обрывая процесс расширения пара на давлении $p_2 > p_0$ и сознательно теряя таким образом упругость $p_2 - p_0$; впрочем, потеря работы (выражаемая площадью cde) будет при этом практически очень невелика. Этот процесс, соответствующий укороченному расширению, выражается диаграммой $ab'ef$, называемой диаграммой укороченного цикла Мейера.

В действительности же и в эту диаграмму приходится ввести дополнительные поправки, еще более уменьшающие полезную работу пара: благодаря

¹⁾ В предположении, что расширение происходит адиабатически (т. е. без притока и без отдачи теплоты извне), а следовательно по закону $pv = \text{const}$.

обмену тепла между рабочей полостью и окружающей цилиндр атмосферой, кривая расширения bc в действительности идет ближе к оси абсцисс, и острые углы диаграммы Мейера в начале и в конце выпуска отработавшего пара закругляются, так как выпуск пара в действительности начинается несколько раньше прихода поршня в конечное положение (предварение выпуска) и прекращается раньше возвращения поршня в начальное положение (предварительное сжатие). При таких условиях истинный процесс будет выражаться криволинейной диаграммой $a_1 b_1 c_1 f_1 g_1$, т. е. будет сопряжен с дальнейшими и еще большими потерями.

Чрезвычайно важную роль среди этих потерь теплоты будет играть потеря, происходящая от начальной конденсации свежего пара, вступающего в цилиндр; насыщенный пар, имея в среднем температуру около $160^\circ - 200^\circ \text{C}$, встречается, входя в рабочую полость, сравнительно охлажденные стенки цилиндра, имеющие температуру, близкую к температуре холодильника, т. е. $60^\circ - 70^\circ \text{C}$; при этой встрече пар охлаждается и, конденсируясь в воду, частью осаждается в виде росы на стенках рабочей полости, очевидно, не принимая участия в работе расширения, при чем конденсационная вода во время выпуска отработанного пара поглощает теплоту стенок и бесполезно испаряется в холодильник. Потери части теплоты рабочего пара, вызванные начальной конденсацией, могут быть довольно значительны. Поэтому в современных паровых установках принимают ряд мер к уменьшению этих потерь.

Среди этих мер можно указать на применение так называемой паровой рубашки для обогрева цилиндра, при которой стенки цилиндра делаются полыми и обогреваются циркулирующей в полых областях струей пара, чем уменьшается охлаждение стенок цилиндра, а следовательно уменьшается и начальная конденсация пара.

Другим, весьма важным приемом борьбы с начальной конденсацией является применение перегретого пара: пар, нагретый выше температуры насыщения, приходя в соприкосновение с охлажденными стенками цилиндра, не конденсируется до тех пор, пока от него не будет отнята вся излишняя, находящаяся в нем, теплота сверх той теплоты, которая необходима для насыщения¹⁾. В настоящее время, благодаря работам Гирна и Шмидта, перегреватели пара (дающие пар при $T_1 = 300^\circ - 400^\circ \text{C}$) получили самое широкое применение в паросиловых установках.

Наконец, чрезвычайно полезным для уменьшения начальной конденсации является применение так называемого принципа многократного расширения, согласно которому процесс расширения пара проводят не в одном цилиндре, а последовательно в двух и даже более цилиндрах. Таким образом, как падение давления от p_1 до p_2 , так и падение температур от T_1 до T_2 , осуществляемое в простой машине в одном процессе и в одном цилиндре, разбивается в машине двойного расширения на два процесса, протекающие в двух цилиндрах: в первом цилиндре произойдет изменение давления от p_1 до p' и температуры от T_1 до T' , а во втором изменение давления от p' до p_2 и температуры от T' до T_2 . Потеря на начальную конденсацию, как известно из физики, пропорциональна квадрату разности крайних температур; поэтому, в машине простого расширения потеря на начальную конденсацию будет пропорциональна $(T_1 - T_2)^2$, а в машине двойного расширения пропорциональна $(T_1 - T')^2 + (T' - T_2)^2$.

Так как

$$(T_1 - T')^2 + (T' - T_2)^2 < (T_1 - T_2)^2,$$

¹⁾ Нетрудно, кроме того, видеть, что работа перегретым паром увеличивает величину теплового напора $T_1 - T_2$.

то потеря от начальной конденсации машины двойного расширения будет меньше, чем машины простого расширения. Введенный Горнблавеном и Вульфом принцип многократного расширения, дающий, кроме того, возможность удобно применять весьма малые степени общего наполнения цилиндров (т. е. экономно расходовать пар) получил ныне широкое распространение: судовые машины делают иногда даже четверного расширения. Если цилиндры машины помещены параллельно друг другу (рядом), причем кривошипы их, действующие на один и тот же рабочий вал, поставлены под углом 90° друг к другу, то машина носит название компаунд-машины; если те же цилиндры расположены последовательно друг за другом, причем поршни их имеют общий шток, действующий на один общий кривошип, то машина называется тандем-машиной.

Всеми перечисленными мерами (обогревание цилиндра, перегрев пара, применение многократного расширения) можно значительно уменьшить потери тепла от начальной конденсации, но устранить их совсем во всех случаях нельзя; сверх сего всегда остаются потери от несовершенства действительного цикла, значительно, как мы видели, уклоняющегося от идеального цикла Рэнкина.

Все эти потери в машине двойного расширения составят, в среднем, около 8% от той тепловой энергии, которая была введена в рабочую полость цилиндра из паропровода котла. Следовательно, считая, что к цилиндру мы подвели из 100 калорий, освобожденных при сжигании горючего в топке, только 70, мы оценим тепловые потери, происходящие в паровом цилиндре, благодаря несовершенству цикла, примерно в $5\frac{1}{2}$ калорий.

Таким образом мы можем составить следующий тепловой баланс происходящего в паровом цилиндре процесса:

Получено:	Потеряно:
вместе со свежим паром	при отводе отработав-
из котла 70 калорий	шего пара в кон-
	денсатор 51 калория
	вследствие несовершен-
	ства цикла и охла-
	ждения $5\frac{1}{2}$ „
	Пере дан о:
	поршню в виде механи-
	ческой работы . . . $13\frac{1}{2}$ калорий
70 калорий.	70 калорий.

Таким образом, общий тепловой коэффициент полезного действия η_m цилиндра, учитывая не только потери, зависящие от ограниченности теплового напора, но и потери от несовершенства парового цикла в цилиндре, можно будет оценить дробью $\frac{13\frac{1}{2}}{70}$, т. е. принять, примерно, равным 0,2.

Перейдем теперь к третьему и последнему процессу в паровой машине, а именно к преобразованию возвратно-прямолинейного движения поршня парового цилиндра во вращательное движение рабочего вала. Механическая работа, совершаемая движущимся взад и вперед поршнем, эквивалентна в нашем случае $13\frac{1}{2}$ калориям тепловой энергии. Часть этой работы пойдет на преодоление ряда вредных сопротивлений: трения поршня о стенки цилиндра, трения поршневого штока в сальнике, трения в шарнирных соединениях штока и шатуна (крейцкопф), шатуна и кривошипа (палец мотыля) и, наконец, трения цапф

(опорных частей) вала в его подшипниках. Сюда же надо присоединить ряд добавочных сопротивлений от трения золотникового парораспределителя, частей питательных насосов и т. п. На преодоление всех этих вредных сопротивлений пойдет, по всей вероятности, более 10% механической работы движения поршня, т. е. в нашем примере около $1\frac{1}{2}$ калорий.

При этих условиях мы можем представить механический баланс работы кривошипного механизма паровой поршневой машины, выразив его в тепловых единицах в следующем виде:

Получено:	Потеряно:
от работы пара в паровом цилиндре . . . $13\frac{1}{2}$ калорий.	на вредные сопротивления механизма (трение) $1\frac{1}{2}$ калорий
	Получено:
	в виде полезной работы на валу . . . 12 калорий
$13\frac{1}{2}$ калорий.	$13\frac{1}{2}$ калорий

Таким образом механический коэффициент полезного действия η_m механизма паровой поршневой машины можно, в среднем, оценить дробью $\frac{12}{13\frac{1}{2}}$, т. е. принять примерно равным 0,90.

Изложенное приводит нас к заключению, что из числа 100 калорий тепловой энергии, освобожденных в топке котла паровой поршневой машины (двойного расширения и с холодильником) нам удалось довести до рабочего вала лишь 12 калорий, бесполезно потеряв по дороге остальные 88 калорий. При этих условиях общий баланс энергии паровой машины, выраженный в тепловых единицах, может быть написан в следующем виде:

Получено:	Потеряно:
от топлива, сжигаемого в топке 100 калорий	1) в котле и паропроводе 30 калорий (коэфф. пол. действия котла $\eta_k = 0,7$)
	2) в цилиндре и конденсаторе 56 калорий (коэфф. пол. действия цилиндра $\eta_m = 0,2$)
	3) в механизме . . . $1\frac{1}{2}$ калорий (коэфф. пол. действия механизма $\eta_m = 0,9$)
	88 калорий
	Получено:
	в виде полезной работы на валу . . . 12 калорий.
100 калорий.	100 калорий

Таким образом, общий коэффициент полезного действия всей рассмотренной нами паросиловой установки (паровой котел и паровая поршневая машина двойного расширения с холодильником) можно будет оценить дробью $\frac{12}{100}$, т. е. принять $\eta = 0,12$.

При этом легко убедиться, что по самому способу вычисления коэффициента полезного действия, общий коэффициент полезного действия η всей установки в целом равен произведению коэффициентов полезного действия $\eta_k \cdot \eta_m \cdot \eta_{\text{м}}$ всех трех процессов (в котле, в цилиндре и в механизме), которые были нами рассмотрены. Действительно, производя перемножения, получим:

$$\eta_k \cdot \eta_m \cdot \eta_{\text{м}} = 0,70 \cdot 0,20 \cdot 0,90 = 0,12 = \eta^1).$$

В лучших современных установках удастся иногда довести коэффициент полезного действия паросиловой поршневой установки до 0,15. Это предельное повышение получается, главным образом, за счет усилий теплотехники, направленных к улучшению теплового рабочего процесса, протекающего в цилиндре, т. е. к уменьшению происходящих от несовершенства этих процессов тепловых потерь, исчисленных в нашем примерном балансе в размере $5\frac{1}{2}\%$ введенной в топку тепловой энергии.

§ 7. Баланс энергии в паровой турбине.

Кинетическая энергия струи движущегося пара.—Ротативный двигатель.—Колесо Бранка и шар Герона.—Активный и реактивный принципы действия турбин.—Коническое сопло Лавалля.—Скорость истечения пара.—Наивыгоднейшая скорость вращения турбины.—Ступени давления Парсонса.—Радиальные и осевые турбины.—Полные и частичные турбины.—Турбина Кольба.—Процессы, происходящие в турбинном диске.—Тепловой коэффициент полезного действия турбинного диска.—Механический коэффициент полезного действия турбинного механизма.—Общий коэффициент полезного действия и общий баланс энергии паросиловой турбинной установки в целом.

В паровой турбине, так же, как и в паровой поршневой машине, конечный результат процесса преобразования тепловой энергии заключается в превращении затраченной на образование и нагревание пара теплоты в механическую работу движения приемника машины.

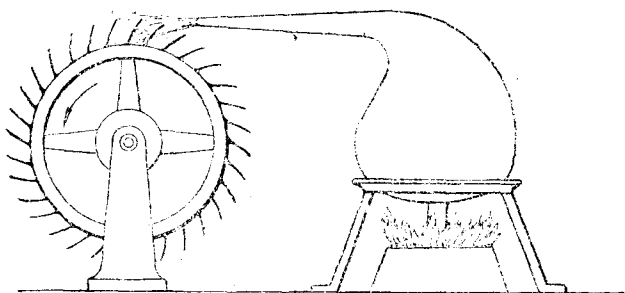
Существенное, однако, отличие процесса, происходящего в турбине, от процесса, происходящего в поршневой машине, заключается в том, что в поршневой машине упруго сжатый пар непосредственно давит на приемник (поршень) машины, а в турбине этот упруго сжатый пар предварительно превращается в струю движущегося пара, которая, вступая на приемник (лопатки рабочего колеса или диска), турбины приводит его в движение. Таким образом, в тепловой процесс вводится в турбинах еще дополнительная операция, а именно превращение потенциальной энергии упруго сжатого пара в кинетическую энергию движения струи пара.

¹⁾ В схеме чертежа 10 показаны потери при дальнейшем преобразовании полученной на валу паровой машины полезной работы, эквивалентной 12 калориям тепловой энергии, в электрическую энергию при помощи динамо-машины и при дальнейшем использовании этой энергии для электрического освещения и приведения в движение электромоторов. Оказывается, что из числа 12 полученных на валу паровой машины калорий в динамо-машине, проводах и в моторах бесполезно пропадет еще $2\frac{1}{2}$ калорий, т. е. в общей установке пародинамо будет использовано из 100 калорий, освобожденных сжиганием горючего в топке, только 9,5 калорий полезной энергии.

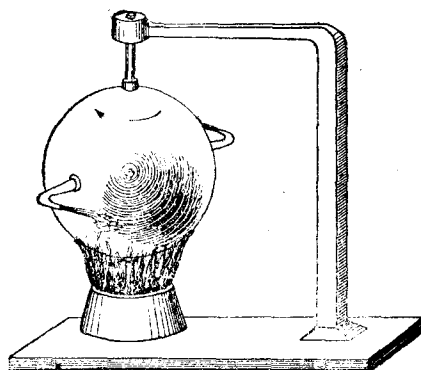
Второе существенное отличие турбины от поршневой машины, относящееся к области конструкции, состоит в том, что приемником энергии в турбине является так называемый турбинный диск (турбинное колесо с особыми лопатками), приходящий под давлением вошедшей на лопатки струи пара во вращательное движение, тогда как приемник энергии в поршневой машине (поршень) под давлением упругости расширяющегося пара приходит в возвратно-поступательное движение. Двигатели, приемники которых совершают вращательное движение, носят общее название ротативных двигателей; таким образом, всякая турбина является по своему существу двигателем ротативного типа.

Идея воспользоваться кинетической энергией движущейся струи пара для приведения во вращательное движение колеса существовала уже давно; примерами применения этой идеи являлись так называемое колесо Бранка (черт. 13), в котором струя пара била в лопатки могущего вращаться колеса, и так называемый шар Герона (черт. 14), в котором могущий вращаться на вертикальной оси полый шар приходил во вращательное движение благодаря истечению в атмосферу добываемого в нем пара через загнутые под прямым углом трубки ¹⁾.

Оба эти прибора, не имевшие в свое время никакого промышленного значения, послужили, в сущности, прототипами современных турбин.



Черт. 13.



Черт. 14.

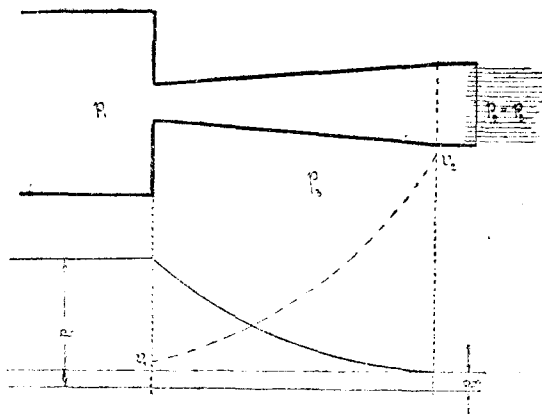
Если вдуматься в процессы, происходящие в этих двух приборах, то легко заметить существенную разницу между ними: в то время как в колесе Бранка расширение пара происходит вне вращающегося прибора (в трубках неподвижного сосуда), в шаре Герона расширение пара происходит в самом вращающемся приборе (в изогнутых под прямым углом трубках вращающегося шара). Первый способ использования струи пара (расширение вне вращающегося прибора) применяется в так называемых активных турбинах, а второй (расширение внутри вращающегося прибора) в реактивных турбинах.

Превращение потенциальной энергии упруго сжатого пара в кинетическую энергию струи движущегося пара (т. е. переход от использования упругости к использованию скорости) сопряжен, как и всякое преобразование энергии в машинах, с некоторыми потерями.

Получить струю движущегося пара нетрудно: для этого надо лишь выпустить его из того сосуда, в котором он находится, при помощи особой цилинд-

¹⁾ Колесо Бранка построено в XVII в., а шар (золипиль) Герона еще во II в. до Р. Х.

дрической трубы, отводящей пар в атмосферу. Опыт, однако, показывает, что применение цилиндрической трубы будет сопряжено с очень большими потерями энергии, так как пар, проходя по цилиндрической трубке, не будет иметь возможности расширяться совершенно свободно и при выходе из трубки в атмосферу будет еще иметь давление p , большее атмосферного давления p_0 , а, следовательно, давление равно разности $[p - p_0]$ окажется при этом преобразованием неиспользованным. Поэтому и скорость истечения пара из трубки а, следовательно, и кинетическая энергия пара) окажутся меньшими, чем это было бы при полном использовании всей потенциальной энергии упруго сжатого пара. Эти потери и были причиной невыгодности применения турбинного принципа к промышленным целям. Лишь когда шведскому инженеру де Лавалю удалось избежать значительной части этой потери, заставив пар вытекать по конической трубе, постепенно расширяющейся по мере удаления от паровика (труба эта называется коническим соплом), турбинный двигателя получил возможность промышленной конкуренции с поршневым. Сопло Лаваль (черт. 15), в котором идет свободное расширение пара, дает возможность получить скорость истечения пара, соответствующую полному преобразованию имеющегося запаса потенциальной энергии упруго сжатого пара в кинетическую энергию струи движущегося пара.



Черт. 15.

В целях увеличения скорости истечения представляется выгодным возможно понижать давление при выпуске, что достигается при выпуске пара не в атмосферу, а в конденсатор (холодильник), причем в турбинных конденсаторах давление может падать даже до 0,05 атмосфер (конденсация с высоким вакуумом). При этом мы можем получить очень большие значения скорости истечения пара из сопла; так, при начальном давлении насыщенного пара (в паровике) в 14—15 атмосфер и при давлении в конденсаторе в 0,1 атмосфер, скорость истечения пара из сопла будет выше, чем 1.200 метр./сек. ¹⁾

Положим, что пар вступает на лопатки колеса турбины со скоростью v_1 и покидает их со скоростью v_2 ; запас энергии, заключенный во вступившем в турбину паре, равняется живой силе его движения $\frac{1}{2} m v_1^2$, а запас энергии, ушедший из турбины вместе с отработанным паром, равняется $\frac{1}{2} m v_2^2$. Таким образом, количество энергии, использованной в турбинном колесе, будет равно $m \cdot \frac{1}{2} [v_1^2 - v_2^2]$, а коэффициент полезного действия турбинного колеса
$$\eta_m = \frac{m \cdot \frac{1}{2} [v_1^2 - v_2^2]}{\frac{1}{2} \cdot m v_1^2} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2};$$
 отсюда ясно, что для получения возможно больших значений η_m следует при данном значении скорости v_1 вступления пара в турбину возможно уменьшать значение скорости v_2 к нулю. Скорость v_2 выступления пара из колеса турбины, зависит как от скорости v_1 вступления пара в колесо турбины, так и от вращательной скорости u (на окружности колеса)

¹⁾ Для суждения об этой цифре напомним, что скорость выхода снаряда из дула орудия обычно не превышает 500—800 метр./сек.

самой турбины. Мы можем поэтому выразить коэффициент полезного действия турбинного колеса η_m в виде функции скоростей v_1 и u и посмотреть, какому соотношению между скоростью v_1 вступления пара в турбину и окружной вращательной скоростью u самой турбины соответствует наибольшее значение коэффициента η_m . Простой расчет, на подробностях которого мы останавливаться не будем, показывает, что коэффициент полезного действия турбинного колеса η_m получит наибольшее значение в том случае, когда вращательная скорость u на окружности колеса турбины будет равна для активных турбин значению $\frac{v_1}{2}$ и для реактивных турбин значению v_1 . Взяв, поэтому, для ско-

рости v_1 истечения пара из котла приведенное выше значение 1.200 метр. сек., мы получим наивыгоднейшую линейную скорость на окружности турбинного диска активной турбины в 600 метр. сек. и на окружности турбинного диска реактивной турбины в 1.200 метр./сек.; считая диаметр турбинного диска в 1 метр, получим, что наивыгоднейшее число n оборотов в минуту для активной турбины будет $\propto 11.000$, а для реактивной $\propto 22.000$.

Столь большая скорость является с практической точки зрения безусловно нежелательной; при вращении вала и дисков с таким числом оборотов во вращающихся частях машины развиваются громадные центробежные силы (силы инерции), чрезвычайно вредно отражающиеся на прочности конструкции. Поэтому (а также во избежание устройства сложных передач от столь быстро вращающегося рабочего вала к более медленно вращающимся валам присоединяемых к турбине трансформаторов, каковы динамо-машина, насосы и т. д.) стремятся конструировать такие турбины, в которых, несмотря на значительно меньшее и более практически удобное число оборотов (2.000—3.000), скорость u вращения турбинного диска имела бы все же наивыгоднейшее по отношению к скорости v_1 течения пара значение, равное $\frac{v_1}{2}$ для активных турбин и v_1 для реактивных.

Для этой цели английский инженер Парсонс предложил делать несколько последовательных турбинных колес (заклиненных с промежутками на рабочем валу), а между ними помещать ряд неподвижных дисков с направляющими каналами (венцов с лопатками), играющих роль последовательных промежуточных сопел, т. е. разделить происходивший прежде в одном сопле процесс падения давления (от давления p_1 в паровике до давления p_2 в конденсаторе) на ряд падений (ступеней) давления (от давления p_1 до p' , от p' до p'' и т. д. до давления p_2) в ряде сопел, каковыми являются неподвижные направляющие венцы, установленные перед каждым вращающимся турбинным диском. При таких условиях в каждом из промежуточных направляющих венцов падение давления, а следовательно и скорость v_1 вступления пара в соседнее турбинное колесо, будут невелики, а потому выполнение равенства $u = \frac{v_1}{2}$ или $u = v_1$ не потребует столь больших чисел оборотов в минуту, как при отсутствии деления давления $p_1 - p_2$ на ряд ступеней. Эти ступени носят название ступеней Парсонса.

Конструктивные типы паровых турбин могут быть весьма разнообразны. Все паровые турбины состоят из двух главных частей: из неподвижной, которую составляют неподвижные паронаправляющие диски (венцы), и подвижной, состоящей из одного или нескольких могущих вращаться турбинных колес, через которые и проходит пар, приводя их в движение. Если пар движется через лопатки турбинного диска, следуя по оси турбины, то такой тип носит название осевой турбины; если пар движется через лопатки турбинного диска по направлению его радиусов (извне или изнутри), то турбина носит название радиальной турбины. Разумеется, устройство вращающихся дисков и направление их лопаток в этих двух типах совершенно различно. Если пар подводится сразу ко всей окружности турбины, то турбина называется полной; если пар действует лишь на

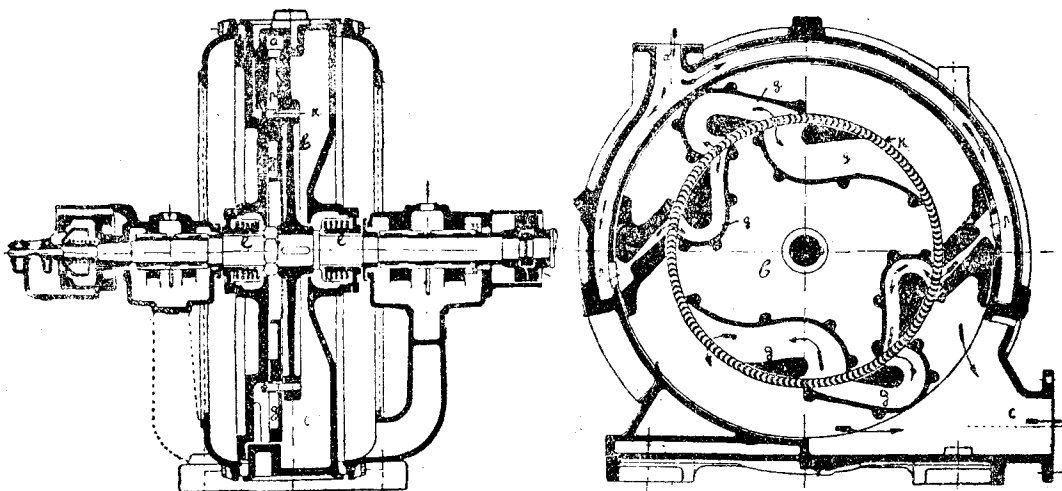
несколько лопаток турбинного диска, турбина носит *партиальной*. Ограничимся приведением в виде примера (черт. 16) продольного и поперечного разрезов активной радиальной *партиальной* паровой турбины Кольба (тип Электра).

Поступление пара, как это видно из чертежа, происходит по двум соплам Лаваля, причем каждая струя пара, направляемая особыми мундштуками, дважды (радиально) пересекает лопатки вращающегося турбинного диска.

Переходим теперь к основному вопросу об использовании паровой турбиной подведенного в топку тепла, т. е. об общем коэффициенте полезного действия паровой турбинной установки в целом.

Так как парогенераторный процесс в котле во всех паросиловых установках один и тот же, то примем коэффициент полезного действия η_k котла, согласно установленному при рассмотрении паровой поршневой машины, равным 0,7. Таким образом, из каждых 100 калорий тепловой энергии, введенной в топку при сжигании топлива, 70 калорий будут подведены к соплу турбины.

Благодаря коническим соплам Лаваля, мы можем использовать работу расширения пара в сопле и лопатках турбины несколько лучше, чем в цилиндре поршневой машины. Выше мы считали, что из 70 подведенных к цилиндру калорий в цилиндре будет использовано 19 калорий, а в конден-



Черт. 16.

сатор уйдет 51 калория; в турбине мы можем, благодаря изложенному выше лучшему использованию теплового напора, несколько (около 10%) увеличить число использованных калорий, т. е. принять, что в турбине будет работать не 19, а 21 калория, а в конденсатор уйдет не 51, а только 49 калорий. Из принимающих участие в работе на турбинном диске 21 калории значительная часть окажется потерянной для работы вращения вала: потери эти будут, главным образом, зависеть от трения вращающихся частей диска о частицы пара и от образования вихрей пара в сопле и на лопатках. К этим потерям необходимо будет прибавить небольшие потери на тепловое лучеиспускание и на побеги пара, проскальзывающего в зазоры помимо лопаток. Сумму всех этих потерь можно, примерно, определить в $8\frac{1}{2}$ калорий из числа находящихся в работе 21 калории ¹⁾.

¹⁾ Потери на начальную конденсацию свежего пара, играющую такую важную роль в поршневой паровой машине, в паровой турбине не будет, так как в турбине пар равномерно протекает через все лопатки, не давая им возможности охладиться.

Таким образом, в разбираемом нами случае тепловой баланс процесса, происходящего в рабочем диске паровой турбины, может быть представлен в следующем виде:

Получено:	Потеряно:
вместе со свежим паром из котла. 70 калорий	при отводе отработав- шего пара в конден- сатор 49 калорий вследствие трения, ви- хрей, утечки и те- плового лученспу- скания. $8\frac{1}{2}$ калорий
	Передано:
	диску в виде механи- ческой работы . . $12\frac{1}{2}$ калорий
70 калорий.	70 калорий.

Таким образом, тепловой коэффициент полезного действия турбинного диска можно будет оценить дробью $\frac{12\frac{1}{2}}{70}$, т. е. принять, примерно, равным 0,18.

Переходя к механическому коэффициенту полезного действия самого механизма турбины, необходимо сказать, что механические потери в турбине, благодаря отсутствию кривошипной передачи, во много раз меньше, чем потери в механизме поршневой машины. Учитывая сопротивления трения в подшипниках вала и в сальниках, мы можем принять механический коэффициент полезного действия паровой турбины равным $\eta_m = 0,98$, т. е. принять, что из числа переданных вращающемуся рабочему диску $12\frac{1}{2}$ калорий на механические сопротивления будет истрачено лишь $\frac{1}{4}$ калорий.

При таких условиях мы можем представить механический баланс работы механизма паровой турбины, выразив его в тепловых единицах в следующем виде:

Получено:	Потеряно:
от работы пара в рабочем диске $12\frac{1}{2}$ калорий	на вредные сопроти- вления механизма (трение) $\frac{1}{4}$ калорий
	Получено:
	в виде полезной ра- боты на валу. . . $12\frac{1}{4}$ калорий
$12\frac{1}{2}$ калорий.	$12\frac{1}{2}$ калорий.

Изложенное приводит нас к заключению, что из числа 100 калорий тепловой энергии, введенной в топку котла, мы сумеем довести в паровой турбине до рабочего вала лишь $12\frac{1}{4}$ калорий и общий баланс энергии паровой

турбины, выраженный в тепловых единицах, может быть предоставлен в следующем виде:

Получено:		Потеряно:	
от топлива, сжигаемого		1) в котле и паропро-	
в топке	100 калорий	воде (коэфф. полез-	
		ного действия котла	
		$\eta_k = 0,70$)	70 калорий
		2) в турбинном диске	
		и конденсаторе	
		(коэффиц. полезн.	
		действия турбинно-	
		го диска $\eta_m = 0,18$)	57 $\frac{1}{2}$ калорий
		3) в механизме (коэфф.	
		полезн. действия ме-	
		ханизма $\eta_{лм} = 0,98$)	$\frac{1}{4}$ калории
		87 $\frac{3}{4}$ калорий	
		Получено:	
		в виде полезной работы	
		на валу	
		12 $\frac{1}{4}$ калорий	
100 калорий.		100 калорий.	

Таким образом, общий коэффициент полезного действия паровой турбинной установки можно будет оценить дробью $\frac{12 \frac{1}{4}}{100}$, т. е. принять, примерно, равным 0,125.

Заслуживает особого внимания то обстоятельство, что общие коэффициенты полезного действия паровой поршневой машины и паровой турбины, несмотря на совершенно различные причины тепловых потерь, оказались в результате почти одинаковы. Таким образом, с точки зрения теплотехники оба эти типа паросиловых установок оказываются почти равноценными, чем и объясняется упорная и длительная конкуренция этих типов без решающей победы одного из них ¹⁾.

Следует, повидимому, признать, что при малых мощностях паровые турбины работают сравнительно хуже, чем при больших. Этим паровому турбинному машиностроению отводится преимущественное место в крупных паросиловых установках. Современные турбины, установленные на больших электрических станциях, достигают мощности до 60.000 лошадиных сил каждая. Вместе с сим, паровая турбина, занимая значительно меньше места, удобно может быть применяема в тех случаях, где (как, например, на судах) приходится дорожить местом.

Следует, однако, заметить, что поршневая паровая машина представляет сравнительно с турбиной некоторую выгоду в расходе пара на полезную лошадиную силу в случае работы неполной нагрузкой (от $\frac{3}{4}$ до $\frac{1}{4}$), что почти во всех установках представляет обычное явление.

¹⁾ Различие в стоимости топлива при этой борьбе также отсутствует, так как, требуя парогенератора, оба эти типа могут, очевидно, удовлетворяться одним и тем же видом горючего.

§ 8. Баланс энергии в двигателях внутреннего сгорания.

Принцип действия. — Газообразное горючее. — Жидкое горючее (Карбурация). — Твердое горючее (газогенераторный процесс). — Медленное и мгновенное горение (цикл Дизеля и цикла Отто). — Четырехтактный и двухтактный процесс. — Рабочий такт. — Воспламенение. — Схема конструкции двигателя внутреннего сгорания. — Тепловой баланс двигателя внутреннего сгорания. — Коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания. — Себестоимость лош. силы в час. — Область применения двигателя внутреннего сгорания.

Рассматривая составленные выше примерные балансы использования теплоты топлива в паросиловой установке (типа поршневой паровой машины), мы видим, что происходящий в топке и в котле процесс обращения скрытой теплоты введенного в топку топлива в теплоту находящегося под поршнем цилиндра пара связан с неизбежной потерей значительной части теплоты, освобождающейся при сжигании введенного в топку топлива в соответствии с его теплотворной способностью. Баланс этот показывает, что, благодаря неполноте и несовершенству горения в топке (зола, сажа), бесполезному уносу продуктов горения при достаточно еще высокой температуре (до 300° — 400° C) через дымовую трубу, тепловому лучеиспусканию стенок котла, неизбежным потерям в паропроводе и т. п., — до 30% теплоты, освобождающейся при сгорании топлива, теряется без пользы для дела, так что коэффициент полезного действия η_k парового котла не превышает, в большинстве случаев, 0,7, достигая в современных котлах с усовершенствованными подогревателями питательной воды, т. е. с экономайзерами, предельного значения 0,8.

Столь значительная потеря тепла, неизбежно связанная с получением при помощи котла необходимого для движения поршня упруго-сжатого пара, давно уже заставляла стремиться заменить упруго-сжатый водяной пар каким-либо другим упруго-сжатым и газообразным (т. е. способным в достаточной мере расширяться, а следовательно, двигать поршень) телом, получение которого могло бы быть связано с меньшими бесполезными потерями, чем превращение, при помощи котла, воды в водяной пар.

Наиболее естественной являлась мысль о возможности периодического введения топлива прямо в цилиндр непосредственно под рабочую сторону поршня и периодического сжигания этого топлива, соединяемого с необходимым количеством воздуха, в самом цилиндре. Имея в виду, что продуктами этого сгорания являются газообразные тела и принимая, что газы эти следуют закону Бойль-Мариотта $p v = RT$ (где p , v и T представляют собою соответственно давление, объем и абсолютную температуру данной массы газа, а R постоянную для данного газа величину), мы видим, что при сжигании топлива, т. е. при увеличении температуры T , увеличивается (при данном объеме v) и упругость p газообразных продуктов горения, благодаря чему поршень, влиянием увеличившегося давления этих газов, может, при известных условиях, притти в нужное нам движение.

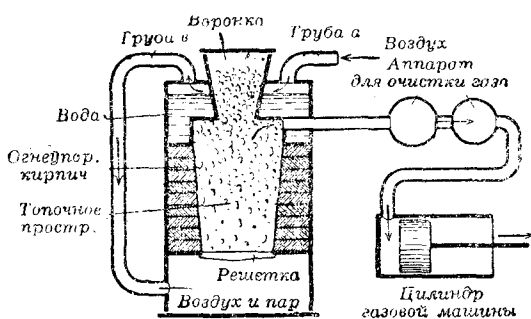
Применение этой простой мысли к созданию двигателей, годных для промышленных целей, привело к появлению в области промышленной теплотехники нового чрезвычайно интересного и во многих отношениях заслуживающего особого внимания типа тепловой машины, а именно так называемого двигателя внутреннего сгорания, не требующего для своей работы наличия особого парогенератора в виде громоздкого и мало выгодного парового котла.

Основным вопросом при эксплуатации двигателя внутреннего сгорания является вопрос о подходящем для них виде топлива или, как говорят, о виде

горючего. Разумеется, твердое топливо, например, уголь, по крайней мере в том виде, как применяют его при топке котлов, является к двигателям внутреннего сгорания совершенно неприменимым; хотя, теоретически говоря, и возможно было бы сжигать в цилиндре угольную пыль, однако, практически это было бы крайне затруднительно в виду сильного загрязнения цилиндра несгоревшими частями угольной пыли, и быстро бы остановило работу двигателя, а потому приходится применять в этих двигателях другие сорта горючего, хотя и более дорогие, но зато сгорающие более легко и совершенно, чем уголь. Такими сортами являются различные виды газообразного и жидкого топлива ¹⁾.

Газообразное топливо применяется или в виде светильного газа, вырабатываемого на специальных газовых заводах и являющегося продуктом сухой перегонки каменного угля (в результате которой получается светильный газ и почти чистый углерод в виде кокса), или в виде доменного индустриального газа, отработанного газа доменных печей металлургических заводов и содержащего значительное количество углерода, или, наконец, в виде так называемого силового газа, получаемого путем сжигания твердого топлива (угля) в небольших приборах, называемых газогенераторами, в которых процесс сгорания происходит при недостаточном притоке воздуха и при подводе к топливу определенного количества водяных паров. Главную часть газогенератора (черт. 17) составляет особая печь, сделанная в виде железного цилиндра, выложенного внутри огнеупорным кирпичом, в которую сверху, через особую воронку (загрузочный конус), забрасывается уголь (антрацит или кокс), падающий в нижней части печи на особую колосниковую решетку, где и происходит медленное сгорание топлива, причем верхние слои топлива постепенно опускаются на место сгоревших нижних. Необходимый для горения воздух подходит к колосниковой решетке снизу, предварительно прогоняясь через особый испаритель с водою, так что к топке подходит смесь воздуха и водяного пара. В результате происходящего при сгорании топлива своеобразного химического процесса от угля отделяется особый силовой газ, который и проходит, двигаясь вверх, через верхние слои топлива к газоотводной трубе. Вся конструкция относится к числу так называемых газососывающих установок, так как подведение к топливу (сразу) воздуха и водяного пара и прохождение силового газа через толщу топлива вызывается и поддерживается всасывающим действием рабочего цилиндра самого двигателя. Тем же всасывающим действием рабочего цилиндра силовой газ в дальнейшем своем движении прогоняется для охлаждения и очистки прежде всего через так называемый скруббер или мокрый очиститель (поршневой фильтр из кусков кокса, постоянно охлаждаемый душем холодной воды) и, затем, для осушения, через сухой очиститель (гигроскопический фильтр из слоев древесных опилок), после чего и поступает в рабочий цилиндр самого двигателя. Разумеется, во всяком газогенераторе происходит ряд бесполезных потерь выделяемого при горении угля тепла, вызываемых несовершенством и неполнотой сгорания топлива и, отчасти, тепловым лучеиспусканием; эти потери в совершенных установках не превышают 20%, так что коэффициент полезного действия газогенератора можно принять примерно в 0,8.

Жидкое топливо, применяемое в двигателях внутреннего сгорания, вводится в рабочую полость цилиндра двигателя в особом так называемом карбурированном виде, т. е. в виде смеси воздуха с парами жидкого топлива. Процесс составления этой смеси происходит в особом подогреваемом приборе, называемом карбуратором, в котором предварительно происходит или испарение, или пульверизация (рас-



Черт. 17.

¹⁾ Первоначально делались попытки применения в виде топлива для двигателей внутреннего сгорания пороха (пороховой двигатель Гюйгенса); это направление не дало успешных результатов для промышленной техники, но послужило исходным пунктом для развития техники огнестрельного оружия, являющегося, в сущности, ни чем иным, как двигателем внутреннего сгорания.

пыление) жидкого топлива. Таким образом, жидкое горючее попадает в цилиндр или в виде всасываемых газообразных паров в результате его испарения или в виде вбрызгиваемых пылеобразных частиц в результате его распыления. Наиболее часто в роли жидкого топлива применяется бензин, являющийся продуктом перегонки нефти и, в виду сравнительной его легкости, хорошо поддающийся карбурированию путем испарения; затем применяется бензол (продукт обработки каменноугольной смолы), спирт и керосин, которые, в виду сравнительно меньшей летучести, приходится, главным образом, вбрызгивать в распыленном виде в струю воздуха; то же приходится делать и с нефтью, и с тяжелыми маслами.

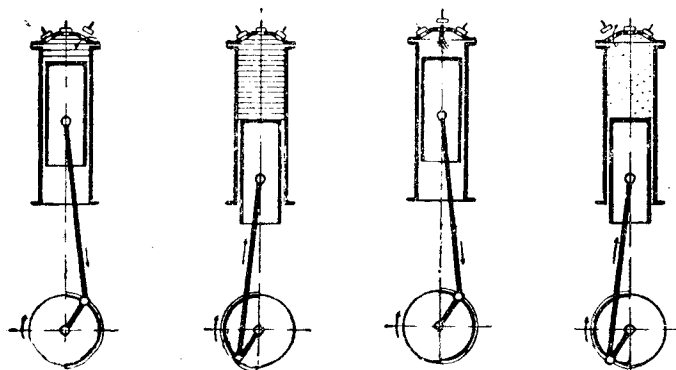
Переходя теперь к рассмотрению схемы действия различных двигателей внутреннего сгорания, мы будем отличать два типа их работы, соответствующие двум различным циклам происходящих в рабочей полости цилиндра процессов.

В первом из этих типов, соответствующем так называемому циклу Дизеля, происходит сравнительно медленное сгорание периодически вбрызгиваемого в рабочую полость цилиндра распыленного жидкого топлива, попадающего при этом в среду сильно раскаленного воздуха; этот цикл носит название цикла медленного горения.

Во втором из этих типов, соответствующем так называемому циклу Отто, при помощи особых воспламеняющих приспособлений в рабочей полости

цилиндра производится взрывы сжатой смеси воздуха с газообразным топливом; этот цикл носит название цикла мгновенного сгорания.

В обоих этих циклах весь процесс в рабочей полости цилиндра может протекать двояко: или в течение четырех ходов поршня, или в течение двух ходов поршня рабочего цилиндра; каждый ход поршня соответствует опре-



Черт. 18.

деленному „такту“ работы, в виду чего оба типа могут быть по числу тактов их работы разделены на две группы: четырехтактные и двухтактные двигатели.

Рассмотрим, прежде всего, четырехтактный цикл Дизеля (черт. 18).

Цилиндр двигателя имеет на своей крышке три автоматически (в нужные моменты цикла) открываемые и закрываемые клапаны: клапан для впуска воздуха, клапан для выпуска отработавшего газа и особый игольчатый клапан (форсунка) для вбрызгивания распыляемого жидкого топлива.

Во время первого такта (происходящего при открытом впускном клапане и закрытых остальных клапанах) двигающийся (благодаря посторонней силе) вниз поршень всасывает в рабочую полость цилиндра через впускной клапан необходимый для будущего сгорания топлива воздух; таким образом, первый такт характеризуется всасыванием воздуха.

Во время второго такта (происходящего при закрытых клапанах) двигающийся (благодаря посторонней силе) вверх поршень сжимает засосанный воздух; при этом сжатии давление доводится до 30—35 атмосфер, что сопровождается повышением температуры сжатого воздуха до 600°—700°; таким образом, второй такт характеризуется сжатием воздуха.

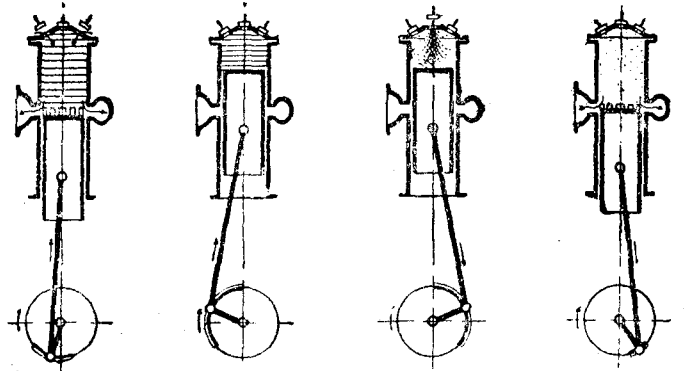
В начале третьего такта автоматически открывается игольчатый клапан для впрыскивания горючего, которое, попадая в распыленном виде в сильно нагретый воздух, при прикосновении к этому воздуху само собой загорается и длительно, пока происходит впрыскивание, горит: развивающиеся при этом трении газообразные продукты сгорания, стремясь расшириться, с силою давят на поршень цилиндра, который и движется под влиянием упругости этих газов вниз, осуществляя основную задачу двигателя, т. е. вращая рабочий вал; таким образом, третий такт, являющийся рабочим тактом двигателя, характеризуется расширением горючего.

Во время четвертого такта (происходящего при открытом выпускном клапане и закрытых остальных) двигающийся (благодаря внешней силе) вверх поршень выбрасывает (выхлопывает) из цилиндра отработавшие продукты горения; таким образом, четвертый такт соответствует выхлопу отработанного горючего.

По завершении четырех тактов, цикла повторяется вновь в том же порядке.

Важно заметить, что рабочим, т. е. движущим, тактом является только третий такт цикла, во время которого движущей силой

поршня является сила упругости расширяющихся продуктов горения; движение поршня в течение всех остальных тактов происходит под влиянием внешней посторонней силы: поэтому во время первого и второго такта (т. е. при пуске двигателя рабочий вал машины приходится искусственно вращать (хотя бы ручным способом при помощи особой руко-



Черт. 19.

ятки) для принудительного сообщения поршню требуемых движений, а четвертый такт осуществляется за счет силы инерции, накопившейся на валу за время третьего (рабочего) такта; эта сила бывает так велика (т. е. работа расширения горючего за третий такт бывает так значительна), что ее хватает на создание принудительного движения поршня не только за четвертый такт, но и за пятый и шестой такты, т. е. за первый и второй такты следующего цикла, а, следовательно, на поддержание движения поршня до ближайшего рабочего такта следующего цикла, что и обеспечивает в дальнейшем непрерывную работу разпущенного в ход двигателя.

Таким образом, полное завершение всего процесса укладывается в четырехтактном цикле Дизеля в четыре такта, что отвечает четырем ходам поршня или двум оборотам рабочего вала.

Тот же самый процесс путем некоторого усложнения схемы работы можно провести в два такта, что и делается при так называемом двухтактном цикле Дизеля (черт. 19).

В двухтактном цикле Дизеля на крышке цилиндра устраивается специальный игольчатый клапан (форсунка) для впрыскивания горючего и два клапана для впуска продувочного (предварительно сжатого до 1,2 атм.) воздуха из особого компрессора. В боковой стенке цилиндра (около нижнего положения поршня) устраивается, кроме того, ряд отверстий (для выхлопа отработанных

продуктов горения), в подлежащие моменты открываемых и закрываемых самим поршнем при его движении в цилиндре.

В начале первого Такта, соответствующего на прилагаемой схеме движению поршня по направлению вверх и начинающегося при открытых боковых выхлопных отверстиях и при открытом впускном клапане, сжатый воздух, проникая через впускной клапан в цилиндр, удаляет через выхлопные отверстия продукты горения предыдущего такта и заполняет цилиндр свежим воздухом; затем, своим движением вверх, поршень закрывает выхлопные отверстия, после чего автоматически закрывается впускной клапан, и поршень при своем дальнейшем движении сжимает находящийся в цилиндре воздух до давления 30—35 атм., в силу чего соответственно повышается, как и в четырехтактном двигателе, температура этого воздуха. Таким образом, первый такт в двухтактном цикле Дизеля характеризуется наполнением цилиндра свежим воздухом из компрессора и надлежащим сжатием этого воздуха.

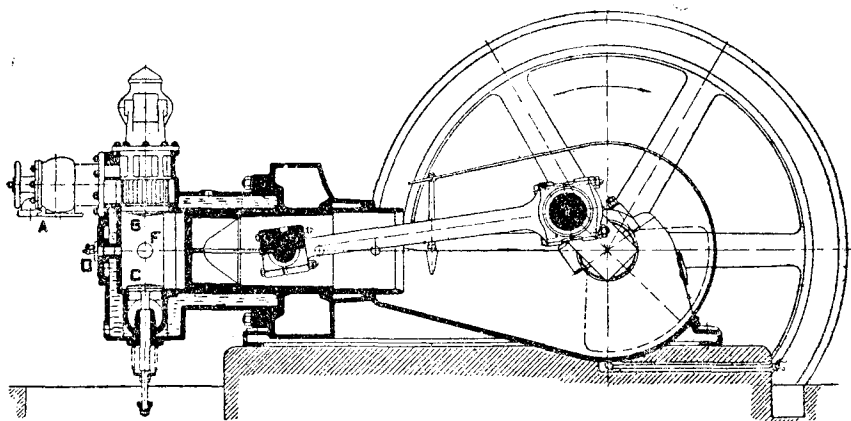
В начале второго такта, соответствующего на прилагаемой схеме движению вниз, прежде всего открывается игольчатый клапан, через который и вбрызгивается в распыленном виде горючее, немедленно загорающееся от соприкосновения с раскаленным воздухом; продукты горения, продолжающегося все время, пока производится вбрызгивание, расширяясь, заставляют поршень двигаться вниз, вращая рабочий вал, что и соответствует рабочему такту двигателя; в дальнейшем движении поршень открывает выхлопные отверстия, причём отработавшие продукты горения устремляются в выходные каналы, чему в дальнейшем содействует открытие впускного клапана для входа из компрессора сжатого воздуха, продувающего рабочую полость цилиндра и удаляющего отработавшие газы.

По завершении двух тактов цикл повторяется в той же последовательности.

Нетрудно видеть, что в обоих типах цикл остался, по существу, тот же самый, и весь процесс протекает совершенно одинаково. Различие заключается лишь в том, что, благодаря конструктивным изменениям, в двухтактном двигателе соединяются в один такт операции наполнения цилиндра воздухом и сжатия этого воздуха, а в другой такт—операции расширения (после горения) продуктов сгорания и их выхлопа, а в четырехтактном двигателе каждой из этих четырех операций отведен особый такт. Необходимо, однако, отметить, что способ наполнения цилиндра свежим воздухом в этих типах существенно различен; в то время, как в четырехтактном двигателе наполнение достигается простым всасыванием свежего воздуха при нормальном давлении, в двухтактном наполнение производится путем продувки сжатым воздухом, т. е. в двухтактном двигателе необходимо иметь воздушный компрессор, работающий обычно от главного вала двигателя.

Сравнивая между собою четырехтактный и двухтактный процессы, легко заметить, что в четырехтактном двигателе один рабочий ход поршня (третий такт), приходится на два оборота вала, а в двухтактном двигателе один рабочий ход поршня (второй такт) соответствует одному обороту вала; это значит, что (при одинаковых размерах цилиндра и одинаковом горючем) двухтактный двигатель должен быть вдвое более мощным, чем четырехтактный; имея, впрочем, в виду, что часть работы двухтактный двигатель должен истратить на сжатие (компрессию) продувочного воздуха, это соотношение необходимо уменьшить примерно до 1,7. Таким образом, при той же мощности двухтактный двигатель может иметь меньший цилиндр, чем четырехтактный, т. е. будет дешевле последнего, в силу чего двухтактные двигатели Дизеля имеют широкое распространение.

Переходя теперь ко второму циклу, применяемому в двигателях внутреннего сгорания, а именно к циклу Отто, заметим, что главнейшее отличие рассмотренного нами цикла Дизеля от этого цикла заключается в том, что в цикле Дизеля происходит длительное горение вбрызгиваемого в рабочую полость цилиндра распыленного топлива, загорающегося при соприкосновении с раскаленным сжатым воздухом, а в цикле Отто мы имеем дело с мгновенным сгоранием (взрывом) искусственно воспламеняемой в надлежащие моменты времени сжатой горючей смеси. При взрыве смеси температура ее мгновенно повышается, и мгновенно же повышается ее упругость, что и служит причиной движения поршня во время рабочего такта. Этим основным отличием и вызываются все особенности цикла Отто, требующего, прежде всего, газообразного топлива и могущего быть проведенным как в четырехтактном, так и в двухтактном процессах. Особенности эти заключаются, во-первых, в том, что во время всасывания (первый такт) и сжатия (второй такт) в цилиндр двигателя Отто поступает и в нем сжимается не воздух, как в цикле



Черт. 20.

Дизеля, а взрывчатая газообразная смесь, составляемая в известной пропорции из воздуха и горючего (т. е. карбурированный парами топлива воздух), и, во-вторых, в том, что в начале рабочего хода (третьего такта) приходится искусственно и автоматически производить воспламенение, т. е. взрыв сжатой горючей смеси внутри цилиндра. Это воспламенение в настоящее время производится большей частью при помощи электрической искры от специальной магнито-электрической машинки, называемой магнето.

Температура, при которой происходит воспламенение горючего в рабочей полости цилиндра двигателей внутреннего горения бывает, вообще говоря, довольно высока (например, температура самовоспламенения при сжатии горючей смеси, состоящей из 1 объемной части воздуха и 2 объемных частей силового газа, достигает 800°); в виду этого, во избежание быстрого изнашивания цилиндра, последний окружается особой рубашкой, причем для охлаждения двигателя в полости между стенками цилиндра и рубашкой при помощи особого насоса заставляют непрерывно циркулировать холодную воду. Общая схема установки двигателя внутреннего сгорания представлена на черт. 20, на котором, в виде примера, изображен разрез четырехтактного двигателя Отто. Из этого чертежа мы видим, что цилиндр двигателя со стороны рабочей полости закрыт полою крышкой с клапанами: впускным клапаном В и выхлопным клапаном С.

К впускному клапану В подходит воздушная труба А и труба, подводящая горючее, смешивающееся с воздухом в общей камере смешения перед клапаном В. От выхлопного клапана С отходит отводная труба для отработавших газов. Своевременное открытие и закрытие надлежащих клапанов производится при помощи особых распределительных приборов, автоматически действующих на клапаны от вращающегося вала двигателя. Со сто-

роны рабочего вала цилиндр открыт, причем шатун кривошипной передачи непосредственно соединяется шарниром с поршнем; весь кривошипный механизм прикрывается общим с цилиндром кожухом.

Перейдем теперь к основным вопросам об успешности происходящего в двигателях внутреннего сгорания процесса теплоиспользования и об экономических преимуществах этих тепловых двигателей.

Обозначая через T_1 температуру горючего при сгорании его в цилиндре, через T_2 — температуру горючего при выпуске отработавших продуктов горения в атмосферу и через c — среднюю теплоемкость горючих газов (считая c для упрощения постоянным), мы, согласно изложенному выше, можем вычислить количество $Q_1 = cT_1$ калорий, подведенных к двигателю, и количество калорий $Q_2 = c(T_1 - T_2)$, полезно использованных машиной, а следовательно вычислить тепловой коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания в виде отношения $\eta_m = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, служащего мерилom использования двигателем подведенного тепла. Отсюда мы видим, (на что, впрочем, неоднократно указывалось и выше), что двигатель внутреннего сгорания, как и всякая тепловая машина, будет, очевидно, тем выгоднее (с точки зрения теплотехники), чем выше будет температура горения T_1 , развивающаяся при сгорании горючего в рабочем цилиндре. Оказывается, что в нашем распоряжении имеется простое средство значительно повысить температуру горения T_1 путем предварительного сжатия горючей смеси, так как при сжатии данного объема горючей смеси, т. е. при увеличении давления p , как известно, возрастает и ее температура. Так, например, можно вычислить, что при увеличении предварительного сжатия обычно применяемого силового газа от 2 атм. до 8 атм., тепловой коэффициент полезного действия η_m двигателя внутреннего сгорания, благодаря возрастанию температуры горения T_1 , увеличится от 0,25 до 0,57, т. е. возрастет более, чем в два раза ¹⁾.

Возможность работать с гораздо более высокими начальными температурами T_1 (т. е. использовать значительно больший тепловой напор $T_1 - T_2$), чем в паровых установках, и отсутствие потерь тепла, связанных с процессами в котле, и представляют те основные причины, которые дают двигателю внутреннего сгорания значительные преимущества с точки зрения использования подведенного к двигателю тепла.

Хотя тепловой баланс двигателя внутреннего сгорания бывает, в зависимости от условий работы и выполнения машины, очень разнообразен, тем не менее, учитывая, что главнейшие потери во всех типах этих двигателей по существу одинаковы и состоят главным образом в отводе теплоты охлаждающей водой и отработавшими газами, можно привести в виде среднего примера следующий тепловой баланс двигателя внутреннего сгорания:

Подведено к двигателю	100 калорий	Уходит с охлажденной водой	45 калорий
		Выталкивается с отработавшим газом и уходит при тепловом лучеиспускании . .	30 калорий
		Превращается в полезную механическую работу	25 калорий
	100 калорий.		100 калорий.

¹⁾ Этому повышению предварительного сжатия положен предел необходимостью избегать преждевременного самовоспламенения горючей смеси, возможного при излишних значениях давления при предварительном сжатии горючего.

С этой точки зрения теплоиспользование в двигателе внутреннего сгорания (25 %) почти вдвое лучше теплоиспользования в хороших паровых машинах (12—15 %).

Результат этот, разумеется, не представляет ничего неожиданного.

Действительно, совершенно очевидно, что, — не говоря даже о возможности использования большего теплового напора $T_1 - T_2$, — самый факт переноса процесса сжигания топлива из топки котла в рабочую полость цилиндра, т. е. освобождения процесса от всех тепловых потерь в топке котла, самом котле и паропроводе, позволяет добиться лучшей утилизации каждого килограмма сожженного нами топлива и тем повысить тепловой коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания по сравнению с тепловым коэффициентом полезного действия паровой поршневой машины. Таким образом, с точки зрения теплоиспользования, двигатель внутреннего сгорания будет, несомненно, более совершенной машиной по сравнению с любой паросиловой установкой¹⁾, т. е. каждая подведенная к нему калория будет использована им много лучше, чем паровой машиной.

Чрезвычайно важно, однако, заметить, что этим совершенно правильным положением отнюдь не предreshается совершенно другой вопрос, будет ли двигатель внутреннего сгорания иметь преимущество перед паровой машиной с точки зрения экономической выгоды.

Действительно, лучшее по сравнению с паровой машиной использование двигателем внутреннего сгорания каждой подведенной к нему калории лишь тогда было бы равносильно экономическому по сравнению с паровой машиной превосходству двигателя внутреннего сгорания, если бы в обеих этих машинах стоимость подводимой к тому и другому двигателю калории была бы одна и та же, т. е. если бы оба эти двигателя потребляли один и тот же вид топлива. На самом же деле двигатель внутреннего сгорания требует значительно более дорогого вида топлива, чем топка котла паросиловой установки, т. е. каждая калория, подведенная к двигателю внутреннего сгорания, обходится много дороже, чем калория, подведенная к топке котла паровой машины: так, например, одна калория в виде угля, требуемого паросиловой установкой, обходится примерно в 8—10 раз дешевле одной калории в виде светильного газа, потребляемого двигателем внутреннего сгорания. Это замечание становится совершенно понятным, если вспомнить, что уголь встречается в природе в готовом виде, а светильный газ есть продукт обработки (сухой перегонки) того же угля, т. е., что для получения из угля светильного газа нужен искусственный процесс, очевидно, связанный с некоторыми потерями, увеличивающими стоимость калории в виде светильного газа по сравнению со стоимостью калории в виде угля.

Таким образом, для правильной оценки двигателя внутреннего сгорания с точки зрения его экономической выгоды надо одновременно принять во внимание не только сравнительно лучшее использование, но и сравнительно более высокую стоимость потребляемого этим двигателем топлива.

С этой точки зрения особую выгоду представляет применение газовых двигателей внутреннего сгорания в таких стационарных установках, в которых газообразное топливо является побочным продуктом основного производства, а, следовательно, получается даром или очень дешево. Таким топливом являются упомянутые выше индустриальные газы, уходящие из доменных печей метал-

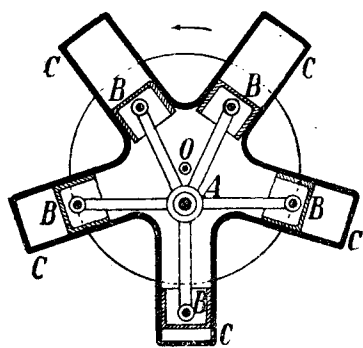
¹⁾ Это особенно резко сказывается при установках сравнительно малой мощности: при мощностях около 20 л. с. газовый двигатель внутреннего сгорания, в среднем, использует в 4 раза лучше тепло сжигаемого в нем топлива, чем паровая машина.

лургических заводов (очищенные колошниковые газы). Почти все крупные металлургические заводы имеют поэтому в настоящее время большие и крайне для них выгодные установки внутреннего горения (для приведения в движение прокатных станков и воздуходувок), использующие с виде почти дарового топлива побочные продукты своего производства.

Те же соображения заставляют обращать особое внимание на уменьшение потерь при газогенераторном процессе, так как эти же именно потери и влияют главным образом на удорожание силового газа по сравнению с углем, из которого этот газ получается. Выше было указано, что потери при производстве газа могут быть снижены в совершенных установках до 20⁰/₀; таким образом, газогенератор, в среднем, все же выгоднее (с точки зрения использования топлива), чем котел, т. е. парогенератор, где потери эти, как указывалось выше, несколько больше.

Однако, один вопрос о стоимости топлива не может сам по себе, без учета других обстоятельств, иметь решающее значение на оценку экономической выгоды двигателя: мы видели выше, что расход на горючее в рассмотренном выше примере паровой установки составляет только $\frac{1}{3}$ общих расходов на установку.

Единственным критерием выгодности того или другого двигателя является себестоимость действительно произведенного количества полезной работы, т. е.



Черт. 21.

себестоимость одной лошадиной силы за единицу времени. При установлении себестоимости лошадиной силы придется, очевидно, учесть как проценты и погашение на затраченную на оборудование сумму, так и расходы по обслуживанию двигателя и особенности того режима, при котором придется работать двигателю (степень его загрузки). В этом отношении двигатель внутреннего сгорания будет иметь во многих случаях некоторые преимущества: покупная цена такого двигателя будет, в среднем, немного ниже покупной цены комплектной паросиловой установки (первоначальные затраты на Дизель-мотор выше, чем на газовый двигатель), и обслуживание ее требует несколько меньших расходов¹⁾.

Таким образом, решение вопроса о сравнительных преимуществах двигателей внутреннего сгорания и паросиловых установок, несмотря на явную выгоду первых в отношении теплоиспользования, требует в отдельных случаях обследования всей обстановки дела. Во всяком случае, следует считать установленным, что при малых мощностях (например, 10—15 л. с.), где расход на топливо не играет большой роли, паросиловая установка оказывается менее выгодной, чем двигатель внутреннего сгорания, который и вытесняет из этой области применение пара.

Особо широкое распространение завоевали себе двигатели внутреннего сгорания в тех областях, где сравнительная легкость двигателя и отсутствие котельной установки играет решающую роль, а именно в автомобильном деле, в авиации, а также отчасти в судоходстве.

Разнообразные многоцилиндровые двигатели внутреннего сгорания автомобильного типа чаще всего работают по циклу Отто, на жидком топливе, преимущественно

¹⁾ Следует, впрочем, оговорить, что двигатель внутреннего сгорания требует большего и более частого ремонта и расходует больше смазочного материала.

на бензине, а иногда на смеси бензола и спирта; вес двигателя колеблется от 6—15 килогр. на 1 л. с. полезной мощности, мощность достигает до 40 л. с., и число оборотов в минуту до 1200.

Судовыми двигателями являются преимущественно двигатели Дизеля, вес достигает 30—50 килогр. на 1 л. с. полезной мощности, и число оборотов в минуту до 400.

Легкие (достаточно хрупкие и быстро изнашивающиеся) аэропланые двигатели работают исключительно на бензине, причем число оборотов в минуту достигает 2000. Для уменьшения веса двигателя, взамен водяного охлаждения в аэропланых двигателях применяется воздушное охлаждение (ребристые приливы цилиндра, отводящие теплоту от окружающий воздух); вес аэропланых двигателей внутреннего сгорания иногда бывает меньше 1 килогр. на 1 л. с. полезной мощности.

В целях уничтожения маховика (а также улучшения охлаждения) на аэропланых двигателях иногда применяется система вращения цилиндров (черт. 21); в этой системе (например, двигатель Гном) ковшоподобная головка неподвижна, а цилиндры (6—8 штук), наоборот, могут вращаться, вращая своим движением рабочий вал.

Ст. II.

§ 9. Потери энергии и коэффициент полезного действия в гидравлических установках.

Напор и скорость истечения.—Расход воды.—Теоретическая мощность источника гидравлической энергии.—Водяное колесо и водяная турбина.—Гидравлическая установка с водяным колесом.—Типы колес.—Гидравлическая установка с водяной турбиной.—Турбины радиальные и осевые.—Турбины полные и парциальные.—Турбины открытые и закрытые.—Турбины с избытком и с недостатком давления.—Струйная турбина Пельтона.—Потери энергии и коэффициент полезного действия гидравлических двигателей.

Мы знаем, что кроме естественных запасов потенциальной химической энергии, скрытой в различных сортах топлива, природа предоставляет в наше распоряжение и другой удобный для промышленного использования первичный источник естественной энергии в виде кинетической энергии движущихся масс воды, т. е. гидравлической энергии рек и потоков, называемой „белым углем“.

Имея некоторый запас воды, равный Q куб. метрам (весом $1000 Q$ кг.), поднятый над горизонтом данного места на высоту H метров, мы можем заставить это количество воды, падая или двигаясь вниз, произвести некоторую механическую работу, теоретически равную $1000 Q \cdot H$ кг. метров. Непременным условием получения этой работы является, таким образом, наличие некоторой высоты H поднятия воды или, как говорят, наличие некоторого напора.

Такой именно случай и имеется в реках, так как естественное течение воды в реке, как известно, вызывается действующей на воду силой тяжести и может существовать лишь при наличии определенного падения ложа реки, чем и обуславливается существование различных горизонтов уровня воды в двух различных местах по течению реки. Заградив свободное течение воды поперечной плотиной (запрудой), мы можем в известных пределах поднять уровень воды перед плотиной (верхний резервуар) по сравнению с уровнем воды за плотиной (нижний резервуар) и получить таким образом два различных горизонта воды в одном месте по разные стороны плотины.

Обозначая разность горизонтов воды перед плотиной и за плотиной, т. е. полученный нами напор, через H и считая, что расход воды в реке составляет Q куб. метр. в секунду, мы получим источник гидравлической энергии, могущий, говоря теоретически, давать каждую секунду $1000 QH$ кг. метров работы, т. е.

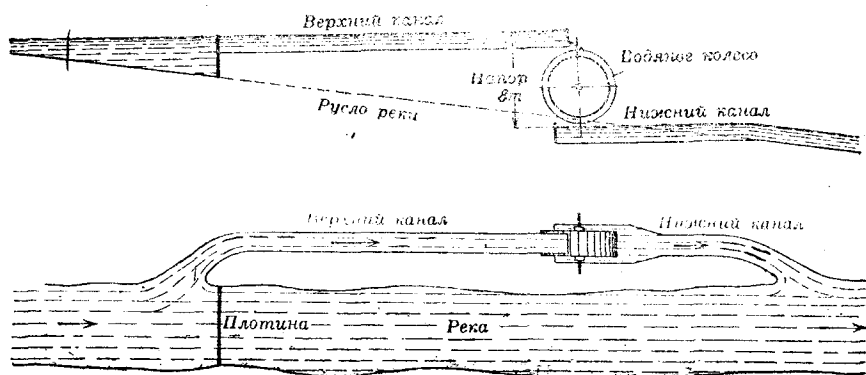
обладающий теоретической мощностью $N = \frac{1000 QH}{75}$ лощ. сил.

Заставляя воду (как и всякое другое тяжелое тело) падать вниз с высоты H , мы, как известно, сообщаем ей в конце падения теоретическую скорость $v = \sqrt{2 gH}$, где g есть ускорение силы тяжести; в действительности, эта скорость будет несколько меньше, т. е. будет равна $v = \alpha \sqrt{2 gH}$, где $\alpha < 1$, так как движение воды будет встречать по дороге некоторые сопротивления (трение частиц воды друг о друга и о дно и стенки канала или стенки трубы, сопротивление воздуха и т. п.). Поэтому, располагая напором H , мы можем по нашему желанию превратить потенциальную энергию подпертой в верхнем резервуаре (т. е. на высоте H) воды в кинетическую энергию потока воды, движущегося по нижнему резервуару (т. е. на высоте 0) со скоростью $v = \alpha \sqrt{2 gH}$ ¹⁾.

Большинство гидравлических двигателей принадлежит к ротативному типу, т. е. приемник водяной энергии получает под давлением проходящей через него воды вращательное движение.

Различают два вида гидравлических двигателей ротативного типа: водяное колесо и водяную турбину.

В обоих этих типах движущаяся вода вступает на особые лопатки специального приемника (колеса или диска), наглухо насаженного на рабочем валу, и своим давлением на его лопатки сообщает приемнику и валу вращательное



Черт. 22.

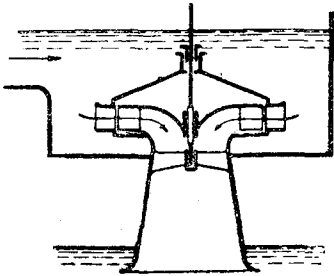
движение. Основное отличие водяного колеса от водяной турбины состоит в том, что в водяном колесе вода покидает колесо при выходе из него в точках той же окружности, на которую вода вступает при входе на колесо, а в водяной турбине вода вступает в колесо турбины (турбинный диск) в точках одной окружности, а выходит из него в точках другой окружности.

В зависимости от того, вступает ли вода в водяное колесо в верхней, средней или нижней точках колеса, различают верхненаливные (верхнебойные), средненаливные и подливные (пошвенные) колеса. На черт. 22 представлена схема (план и разрез) верхненаливного водяного колеса, установленного в особом отводном канале и работающего при напоре в 8 метр.

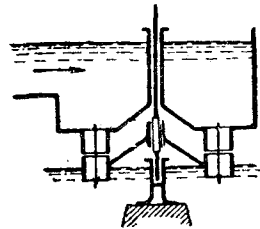
¹⁾ Совершенно ясно, что плотина не создает какой-либо новой энергии, но лишь превращает в потенциальную энергию положения кинетическую энергию движущейся воды; если бы течение реки не было заграждено плотиной, то кинетическая энергия движения воды оказалась бы затраченной на преодоление ряда гидравлических сопротивлений, в виду чего можно сказать, что плотина, не создавая новой энергии, собирает и сберегает ее.

Водяные колеса, благодаря своей простой конструкции (они делаются большей частью из дерева), очень распространены в сельской промышленности (мельницы); они применяются, главным образом, при небольших напорах от 0,5—8 метров и больших запасах (расходе) воды, т. е. в тех именно условиях, которые особенно часто встречаются в наших реках. Скорость вращения водяного колеса очень невелика, не превышая на окружности 1,5—2,5 метр./сек. Совершая очень небольшое число оборотов в минуту (10—20), водяные колеса, разумеется, не могут служить двигателями для быстровращающихся трансформаторов и станков: вал динамомашины должен, например, вращаться со скоростью около 1000 оборотов в минуту, что потребовало бы сложной и невыгодной передачи от вала колеса.

Таким образом, колесные установки не имеют большого значения для промышленности, но представляют собою, как об этом упомянуто уже выше, очень ценную установку в сельском хозяйстве. Общий коэффициент полезного действия водяного колеса, при хорошем его выполнении, может быть сделан сравнительно очень высоким: так, для верхненаливных колес и для так называемых колес Понселе с кривыми железными лопатками коэффициент полезного действия может доходить до 0,7 и даже до 0,8. Следует, впрочем, оговорить, что в менее совершенных установках этот коэффициент быстро падает даже до 0,30.



Черт. 23.



Черт. 24.

Переходя теперь к водяным турбинам, заметим, что в них вода по неподвижным лопастям неподвижного направляющего диска поступает в определенном направлении на лопасти подвижного (могущего вращаться) турбинного рабочего диска, совершая непрерывный путь между входом в турбину и выходом из нее. В зависимости от направления движения воды внутри турбинного диска (рабочего турбинного кольцеобразного колеса, снабженного внутри особыми лопастями, принимающими на себя давление протекающей через диск воды), различают два случая:

Если вода вступает на лопасти турбинного диска у его внутренней окружности, а выходит у наружной окружности (т. е. течет через турбинный диск радиально от центра турбинного диска, по направлению изнутри наружу), или если вода вступает на лопасти турбинного диска у его наружной окружности, а выходит у внутренней (т. е. течет через турбинный диск радиально к центру, по направлению снаружи во внутрь), то турбина носит название радиальной турбины. Схема такой турбины, с радиальным направлением воды через лопасти турбинного кольцеобразного диска снаружи внутрь, изображена на черт. 23.

Если вода, проходя через лопасти турбинного диска, проходит диск в направлении оси турбины, то такая турбина носит название осевой турбины. Схема такой турбины с осевым направлением воды через лопасти турбинного кольцеобразного диска изображена на черт. 24.

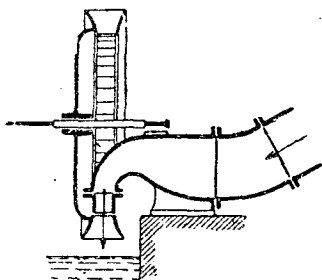
Разумеется, очертание, конструкция и расположение лопастей турбинных дисков у радиальных и осевых турбин должно быть совершенно различное: радиальные колеса должны вращаться от давления воды на лопасти диска при проходе воды в направлении радиусов диска, а осевые—при проходе воды в направлении оси турбины.

Обе приведенные схемы соответствовали таким турбинам, у которых вода, как это видно из чертежа, вступает из верхнего резервуара в турбинный диск сразу по всей окружности турбины; такие турбины называются полными турбинами.

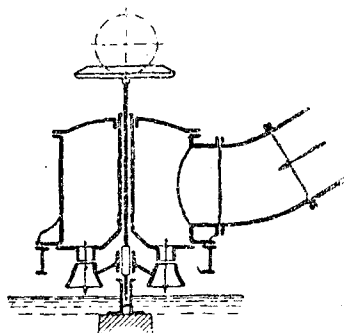
При малых количествах воды устраиваются иногда (черт. 25) турбины, в которых вода поступает (по особой приводной трубе) лишь к части турбинного диска; такие турбины носят название частичных турбин.

Далее, различают турбины открытые (черт. 23, 24), устраиваемые при небольших сравнительно напорах в открытых колодцах, и турбины закрытые (черт. 26), помещаемые в особых закрытых кожухах, к которым и подводится вода под напором по особой приводной трубе.

Ось турбины может быть и горизонтальна (черт. 25), и вертикальна (черт. 23, 24).



Черт. 25.



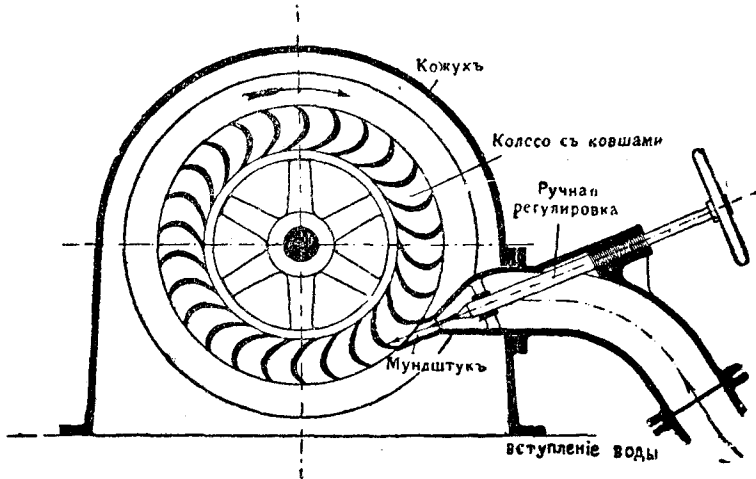
Черт. 26.

Наконец, по характеру работы воды на лопатках турбинного диска различают, как и в паровых турбинах, турбины активные и турбины реактивные. Если весь процесс преобразования потенциальной энергии в кинетическую энергию происходит вне турбинного диска, т. е., если струя воды, выпущенная на лопатку, не заполняя всего пространства между лопатками, движется вдоль лопатки с определенной постоянной скоростью, такие турбины, относясь к группе струйных турбин, называются активными турбинами или турбинами с недостатком давления, так как струя воды течет внутри междулопастных промежутков совершенно свободно (сечение между лопатками в этом типе к выходу воды уширяется). Если же часть процесса преобразования потенциальной энергии в кинетическую переносится внутрь (на лопатки) турбинного диска, т. е., если вода, вступившая на лопатки, заполняет все пространство между лопатками и, под влиянием напора извне, движется между лопатками ускорительно, то такие турбины называются реактивными или турбинами с избытком давления, так как вода течет внутри междулопастных промежутков не свободно, а под определенным давлением (сечение между лопатками в этом типе к выходу сужается).

В виде примера общей конструкции турбины на черт. 27 приведен разрез так называемой струйной турбины Пельтона. Как это видно из схемы, турбина Пельтона относится к типу радиальных частичных турбин с недостатком давления.

т. е. турбин, действующих по активному принципу. Вода приводится к турбине по особой приводящей трубе и сливается свободно в нижнее русло. Вся турбина закрыта чугунным кожухом.

Водяные турбины имеют широкое распространение в промышленности и дают сравнительно высокие коэффициенты полезного действия, достигающие иногда до 0,85 (радиальная турбина с избытком давления Френсиса) и весьма часто

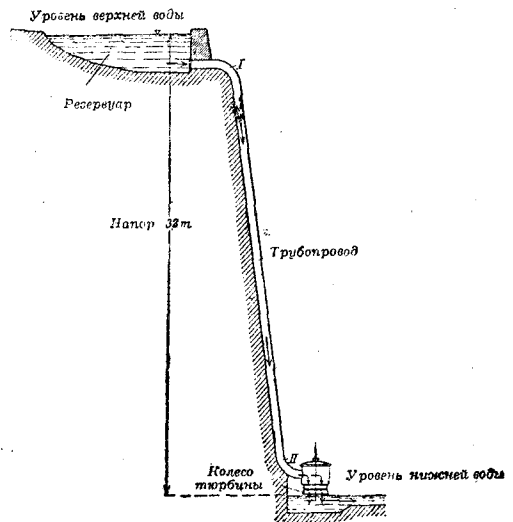


Черт. 27.

до 0,75 (струйная турбина Пельтона, радиальная турбина с избытком давления Фурнейрона и др.). Турбины заслуживают безусловно предпочтения перед колесами при напорах свыше 8—10 метр.: при увеличении напора размер водяной турбины при той же мощности сильно уменьшается. Следует, впрочем, оговорить, что преимущество водяных турбин заключается в том, что они могут быть приспособлены к различным высотам падения воды и к различным расходам ее: есть турбины, работающие всего при 0,5 метр. напора, но строятся и такие, которые будут работать при 500 метрах падения.

На черт. 28 представлена схема устройства гидравлической турбинной установки при напоре в 32 метра. Подвод воды к турбине закрытого типа производится в этой установке при помощи особого трубопровода.

Рассмотрим теперь поближе, из чего слагаются происходящие в гидравлическом двигателе потери затраченной на его движение энергии.



Черт. 28.

Выше мы видели, что работоспособность данного нам источника водяной энергии определяется в $\frac{1000 QH}{75}$ л. с., где Q есть расход воды (в куб. метр.) в секунду и H рабочий напор в метрах. Всякую потерю части этой энергии мы можем представить в виде потери части рабочего напора.

Первая потеря энергии или напора будет вызвана сопротивлением движению воды на пути от верхнего отверстия в плотине (щитовое отверстие) до лопастей приемника (колеса или турбинного диска). Сюда будут относиться потери от сжатия русла отводного канала, от трения о дно и стенки канала, от трения в трубопроводе и т. д. С целью уменьшения этой потери, очевидно, надо стремиться делать сжатие воды через щитовое отверстие возможно меньшим, а отводящий канал возможно коротким и гладким.

Вторая потеря произойдет при ударе воды о лопатку приемника; если при этом ударе потеряется скорость v , то потеря части напора H на удар будет, как известно, равна $\frac{v^2}{2g}$. Для устранения удара необходимо лопаткам

колеса или турбинного диска давать всегда такие очертания, чтобы вода вступала на лопатки колеса или диска по направлению касательной к криволинейному очертанию лопатки, что в турбинных лопатках всегда и соблюдается.

Третья потеря будет связана с трением воды о лопатки и с трением оси турбины в ее подшипниках.

Четвертая потеря будет происходить от того, что вода обычно выходит из приемника с некоторою скоростью v_2 , отличною от нуля, в силу чего соответствующий этой скорости напор $\frac{v_2^2}{2g}$ окажется двигателем неиспользованным; для уменьшения этой потери, очевидно, необходимо, чтобы вода оставляла приемник с возможно меньшей скоростью.

Пятая потеря будет зависеть от того, что вода весьма часто оставляет приемник раньше, чем достигает уровня нижнего резервуара; очевидно, часть напора H при этом окажется неиспользованной. Поэтому необходимо точку выхода воды из приемника помещать возможно ниже, т. е. возможно приближать к уровню нижнего резервуара.

Наконец, возможна бесполезная потеря части энергии вместе с водой, проходящей через зазоры между машинной установкой и дном и стенками канала, в котором установлен двигатель.

При надлежащей конструкции и установке гидравлического двигателя, потери эти могут быть сделаны сравнительно невысокими, и общий коэффициент полезного действия гидравлических двигателей может, как мы видели, достигать в хороших установках до 0,7 и даже до 0,85.

Г л а в а VI.

§ 10. Из м е р е н и е м о щ н о с т и.

Индикаторная мощность.—Полезная или эффективная мощность.—Мощность вращающегося вала.—Определение полезной мощности при помощи нажима ПРОНИ, веревочного тормоза и динамо-машины.—Определение индикаторной мощности поршневых машин при помощи индикатора.—Индикатор и принцип его действия.—Определение индикаторной мощности турбин.—Механический коэффициент полезного действия силовой установки, как отношение полезной и индикаторной мощностей.

Выше было указано, что работа, отнесенная к единице времени (т. е. работа, полученная или затраченная в течение одной секунды), носит название мощности, и что обычно применяемой в машиностроении технической единицей мощности служит так называемая метрическая лошадиная сила или паровая лошадь, равная работоспособности в 75 кгр. м./сек.

Мы будем отличать так называемую индикаторную мощность N_i машины, т. е. мощность, затрачиваемую на данную машину и получаемую ею на ее приемнике (например, поршне) от так называемой эффективной или полезной мощности N_e , получаемой от этой машины в виде полезной работы на ее исполнительном органе (например, на рабочем валу).

Так как работа, затрачиваемая на машину в определенный период времени, благодаря присутствию вредных сопротивлений, всегда больше работы, получаемой от машины за тот же промежуток времени, и так как отношение полезной работы, полученной от машины, к работе, затраченной на нее, носит, как мы знаем, название коэффициента полезного действия η данной машины, то

$$N_i > N_e$$

и

$$\frac{N_e}{N_i} = \eta.$$

В громадном большинстве случаев двигатель преобразует потребляемую им энергию в механическую работу вращающегося вала, т. е. полезная мощность N_e большинства двигателей выражается в виде мощности вращающегося вала. Считая, что вращение вала радиуса r вызвано действием передаваемого двигателем валу рабочего усилия (полезного сопротивления) P , приложенного к окружности вала и притом в направлении касательной к этой окружности, выведем зависимость между полезной мощностью N_e данного двигателя с одной стороны и величинами рабочего усилия P , радиуса вала r и числом n оборотов, которое делает данный вал в 1 минуту—с другой.

За один оборот вала точка приложения рабочего усилия пройдет путь, равный длине окружности вала, т. е. путь равный $2\pi r$; за n оборотов, т. е. в течение 1 минуты, этот путь будет равен $2\pi n r$, а, следовательно, в течение 1 секунды точка приложения усилия P пройдет путь $\frac{2\pi n}{60} \cdot r$. Таким образом, работа, отданная двигателем на вращение вала, в течение 1 секунды будет равна

$$P \cdot \frac{2\pi n}{60} \cdot r = \frac{2\pi n}{60} \cdot Pr.$$

Эта работа и представляет собою, согласно данному выше определению, полезную мощность N_e данного двигателя; считая, что P выражено в килограммах, а r —в миллиметрах, мы получим искомую мощность в килограммометрах в секунду, если разделим данное выражение на 1000 (т. е. выразим r не в миллиметрах, а в метрах), и в паровых лошадей, если разделим полученное выражение на 75 кгр. м./сек.; таким образом, принимая во внимание, что произведение Pr равняется вращающему вал моменту M , получим полезную мощность двигателя N_e в следующем виде:

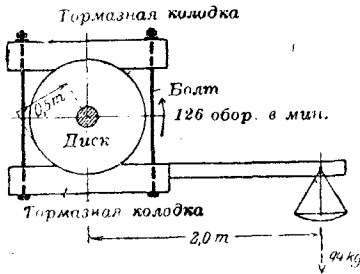
$$N_e = \frac{2\pi n \cdot Pr}{60 \cdot 75 \cdot 1000} = \frac{2\pi n \cdot M}{60 \cdot 75 \cdot 1000} \text{ лош. сил,}$$

где n —число оборотов вала в минуту, а M —вращающий момент в кгр. мм.

Существует целый ряд практических приемов нахождения вращающего момента M или рабочего усилия P на валу данного двигателя, а, следовательно, определения по приведенной выше формуле (при известном числе n оборотов,

делаемых рабочим валом в минуту) значения полезной мощности N_e данного двигателя.

Укажем, например, на способ определения полезной мощности N_e при помощи так называемого нажима Прони (черт. 29). На равномерно вращающийся вхолостую (т. е. без полезной нагрузки) вал двигателя насаживается наглухо тормазной диск (тормазная шайба), который при помощи пары болтов



Черт. 29.

тормазными колодками. Тормазной диск, вращаясь вместе с валом, будет стремиться (благодаря возникновению силы трения по окружности соприкасания диска с колодками) увлечь в своем вращении прижатые к нему тормазные колодки, которые, во избежание увлечения равномерно вращающимся диском, надо будет при вращении шайбы удерживать в их первоначальном горизонтальном положении некоторой вертикальной силой Q , плечо которой L относительно оси вращения вала определяется конструкцией прибора. Сила трения F , возникающая между диском и колодками,

будет стремиться повернуть колодки вместе с вращающимся диском, т. е. вывести их из горизонтального положения; сила Q , обратно, будет стремиться, несмотря на вращение вала, удерживать эти колодки в их первоначальном, т. е. горизонтальном положении.

Таким образом, сохранение тормазными колодками, несмотря на вращение вала, горизонтального положения будет показывать, что действие сил Q и F уравнивается, что, очевидно, возможно лишь при равенстве моментов этих сил относительно оси вращения, т. е. при равенстве

$$QL = Fr.$$

С другой стороны, имея в виду, что вал в этом опыте равномерно вращается вхолостую, т. е. что никаких других сопротивлений, кроме силы трения F , к валу не приложено, мы должны прийти к заключению, что

$$Fr = M,$$

так как при таких условиях вся работа вала целиком идет на преодоление работы только одной силы трения вала о тормазные колодки, в виду чего при равномерном вращении вала момент M , вращающий вал, должен равняться моменту Fr , сопротивляющемуся этому вращению.

Отсюда имеем:

$$M = QL \text{ кг. м.}$$

и

$$N_e = \frac{2\pi n \cdot M}{75 \cdot 60} = \frac{QLn}{716} \text{ лош. сил,}$$

где Q —выраженное в килограммах значение вертикальной силы, которую надо приложить к рычагу тормазной колодки Прони, чтобы удерживать тормазную колодку, несмотря на равномерное вращение вала, в горизонтальном положении, L выраженная в метрах длина рычага тормазной колодки Прони

и n — наблюдаемое в опыте число оборотов в минуту, которое при этом делает вал двигателя ¹⁾.

Для той же цели можно воспользоваться также ленточным тормазом; тогда вместо двух тормазных колодок, стянутых болтами, применяется одна тормазная колодка и стальная тормазная лента, прихватывающая к этой колодке вал.

Кроме нажима Прони для определения полезной мощности применяется иногда другое очень простое приспособление, называемое веревочным тормазом. С этой целью к потолочной бадке того помещения, где производится испытание машины, подвешивается (над валом) динамометр (пружинные весы), а к динамометру прикрепляется конец свешивающейся вниз веревки, свободный конец которой обводится один раз (т. е. на один полный оборот) вокруг вращающегося вала машины, причем к свешивающемуся с вала свободному концу веревки подвешивается груз весом G . Если бы не было вращающегося вала, вокруг которого обмотан свободный конец веревки, то показание динамометра равнялось бы весу груза G ; однако, при вращении вала, возникающая между валом и обхватывающей его частью веревки сила трения стремится приподнять груз G ²⁾ и тем самым несколько разгружает динамометр, который благодаря этому показывает вес $g < G$. Очевидно, что разность $[G - g]$ как раз и равняется возникающей при этом силе трения F между валом и веревкой, т. е.

$$G - g = F.$$

Если при этом вал вращается равномерно, и никаких других сопротивлений к нему не приложено, т. е. если вся работа вала тратится только на погашение работы силы трения F , то развиваемое валом на его окружности рабочее усилие P целиком идет на преодоление развивающейся на той же окружности силы трения P , т. е.

$$P = F;$$

отсюда следует, что,

$$P = G - g.$$

Вставляя это значение рабочего усилия в выведенное выше выражение для мощности $N_e = \frac{2\pi n P r}{60 \cdot 75 \cdot 1000}$ л. с., получим $\frac{2\pi n [G - g] r}{60 \cdot 75}$ лощ. сил, где G выраженный в кгр. вес груза, приведенного к свободному концу тормазной веревки, g — выраженное в кгр. показание динамометра, r — выраженный в метрах радиус вала (или тормазной шайбы), через которую перекинута веревка) и n наблюдаемое в опыте число оборотов машины в минуту.

Ленточный и веревочный тормазы применяются для определения полезной мощности сравнительно небольших машин, мощностью не более 50—60 лощ. сил.

Наиболее часто применяется электрический способ определения полезной мощности N_e данного двигателя. Для этой цели мы присоединяем к валу данного двигателя вал динамомашин, заставляя ее работать под определенной электрической нагрузкой; затем мы измеряем у борнов (зажимов) динамо-машины особыми приборами силу тока A (ампераж) и напряжение V (вольтаж) электрической сети. Мощность, развиваемая динамомашиной ³⁾, выраженная в уаттах, как известно, равна произведению VA ; приняв во внимание, что 1 лощ. сила = 75 кгр. м/сек. = 736 уатт, мы получим полезную мощность (у борнов) динамо в $\frac{VA}{736}$ лощ. сил. Зная коэффициент полезного дей-

¹⁾ На черт. 29 вертикальная сила Q , необходимая для удержания тормазных колодок в горизонтальном положении, равна 94 килогр., плечо $L = 2$ м. и $n = 126$. При этих условиях мощность N_e испытуемой машины равна $N_e = \frac{94 \cdot 2 \cdot 126}{716} = 33,1$ лощ. силы.

²⁾ Веревка наматывается на вал в таком направлении, что при вращении вала последний стремится поднять свисающий конец веревки.

³⁾ Постоянного тока.

ствия машины η_d и заметив, что динамо могла дать $\frac{VA}{735}$ лош. сил только в том случае, если она сама получала $\frac{1}{\eta_d} \cdot \frac{VA}{736}$, найдем, что полезная мощность двигателя, от которого динамо-машина получала движущую энергию, должна быть равна

$$N_i = \frac{1}{\eta_i} \cdot \frac{VA}{736} \text{ лош. сил.}$$

Перейдем теперь к способам измерения индикаторной мощности N_i , т. е. мощности на приемнике данной машины.

Рассмотрим, прежде всего, поршневые машины.

Обозначая среднее давление (пара или продуктов сгорания топлива в тепловых маш.) на поршень за один ход поршня через p_i кгр./см², диаметр поршня через D сант., диаметр поршневого штока через d сант. и длину хода поршня через h метр., получим следующие данные:

$$\text{рабочая площадь поршня } \omega = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \text{ см}^2,$$

среднее давление на поршень $P = p_i \cdot \omega = p_i \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \text{ кгр.},$
 работа за один оборот вала (т. е. за два хода поршня)

$$T_i = P \cdot 2h = p_i \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) 2h \text{ кгр. м.}$$

и, наконец, работа в одну секунду (т. е. мощность) при n оборотах в минуту

$$N_i = T_i \cdot \frac{n}{60} = p_i \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) 2h \cdot \frac{n}{60} \text{ кгр м./сек.},$$

или, выражая эту мощность в лошадиных силах,

$$N_i = p_i \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \cdot 2h \cdot \frac{n}{60 \cdot 75} = p_i \cdot \frac{\pi (D^2 - d^2) hn}{9000} \text{ лош. сил.}$$

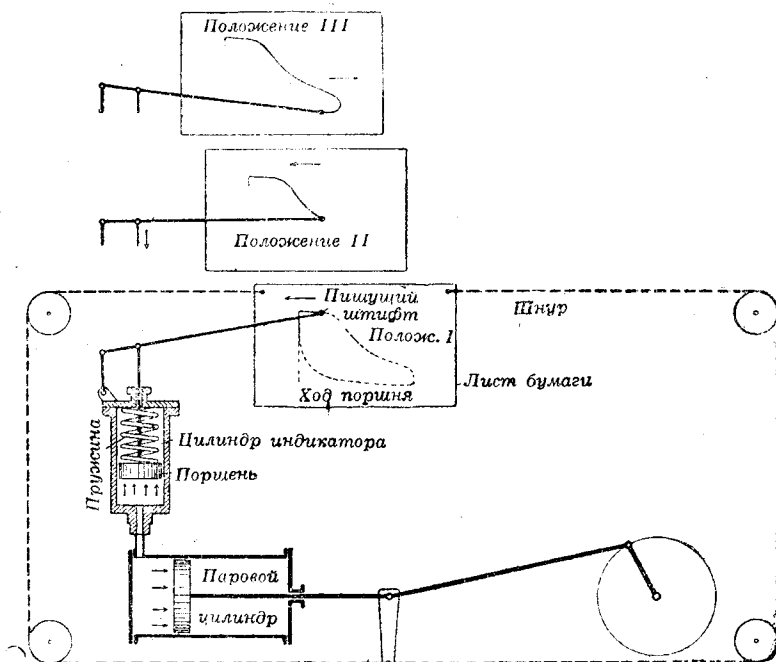
Так как в течение одного оборота вала поршень проходит путь $2h$, то при n оборотах в минуту поршень пройдет в секунду путь $\frac{2hn}{60}$; обозначая среднюю секундную скорость поршня буквою $v = \frac{2hn}{60}$, получим написанное выше выражение для индикаторной мощности в виде:

$$N_i = p_i \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \frac{v}{75} \text{ лош. сил.}$$

Выведенные выше формулы выражают индикаторную мощность одноцилиндровой поршневой машины; для многоцилиндровых машин необходимо сначала определить мощность каждого цилиндра в отдельности и затем для определения мощности всей машины суммировать полученные результаты.

Таким образом, мы видим, что для вычисления индикаторной мощности поршневой машины нам необходимо знать величину p_i , т. е. величину среднего давления на поршень за один его ход.

Для этой цели служат так называемые индикаторные диаграммы, вычерчиваемые в натуре во время работы машины особым прибором, называемым индикатором. Значение и характер кривых в индикаторных диаграммах были рассмотрены нами при выяснении тепловых процессов в поршневых тепловых машинах; здесь нам остается лишь рассмотреть основания и схем работы у самого индикатора.



Черт. 30.

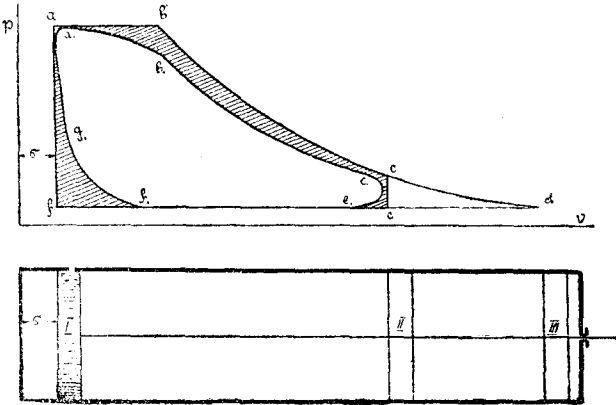
Принцип действия индикатора, разработанный еще Уаттом, схематически представлен на чертеже 30 ¹⁾.

Полость рабочего цилиндра машины соединяется при помощи особой трубки с внутренней полостью цилиндра индикатора, обычно располагаемого вертикально. Под поршнем индикатора, очевидно, устанавливается то же самое давление, как и под поршнем рабочего цилиндра, причем при повышении давления в рабочем цилиндре поршень индикатора поднимается, преодолевая сопротивление особой помещенной под ним пружины, а при понижении давления в рабочем цилиндре пружина индикатора заставляет поршень индикатора опускаться вниз.

Подъем и опускание поршня индикатора можно принять пропорциональными упругому прогибу пружины, который, в свою очередь, можно в известных пределах, признать пропорциональным давлению на пружину, т. е. давлению пара или продуктов сгорания в рабочем цилиндре. Прикрепив к концу штока поршня индикатора средний шарнир рычажной передачи [рычаг 2 рода], а к концу рычага острый карандаш [пишущий штифт], мы заставим этот карандаш двигаться при повышении давления в рабочем цилиндре в верх и, при понижении этого давления, в низ по особой планшете. Определив [при помощи предварительной калибровки пружины], на сколько миллимет-

¹⁾ Этот чертеж взят из работы Ганфштегеля. Техническое мышление и творчество. 1922.

ров сжимается пружина индикатора при повышении давления в рабочем цилиндре на 1 кгр./см², и зная закон рычажной передачи между поршнем и карандашом индикатора, мы можем по выраженным в миллиметрах вертикальным передвижениям карандаша [вертикальным линиям, вычерченным на планшете] судить об изменении давления в рабочем цилиндре. В то же время при помощи особой передачи мы можем заставить плоскую планшечку, по которой вертикально движется пишущий штифт, двигаться, в свою очередь, в горизонтальном направлении, следуя движениям поршня, но лишь во встречном направлении. При таком устройстве карандаш индикатора будет чертить по планшечке непрерывную кривую линию, причем, после возвращения поршня в прежнее положение [т. е. после полного оборота вала] и восстановления в рабочей полости цилиндра прежнего давления [новый выпуск свежего пара или новый взрыв горючего], пишущий штифт придет в прежнюю точку, т. е. карандаш индикатора опишет при полном обороте вала кривую, при нормальных условиях работы, замкнутого типа. Так как ординаты этой кривой пропорциональны давлению p в изучаемой нами полости рабочего цилиндра [при прямом ходе поршня—рабочему давлению свежего пара или продуктов горения горючего в рабочей полости цилиндра, а при обратном ходе поршня—давлению отработавших пара или газов], а абсциссы этой кривой пропорциональны ходу поршня, или, что то же самое, объему v занимаемого паром или газом в рассматриваемой полости рабочего цилиндра, то площадь, ограниченная верхней ветвью этой прямой т. е. ветвью, вычерченной при прямом ходе] и осью абсцисс $p=0$, будет, очевидно, пропорциональна работе, произведенной расширяющимся паром при прямом ходе поршня, а площадь, ограниченная нижней ветвью этой кривой [т. е. ветвью, вычерченной при обратном ходе] и осью абсцисс $p=0$, будет, оче-



Черт. 31.

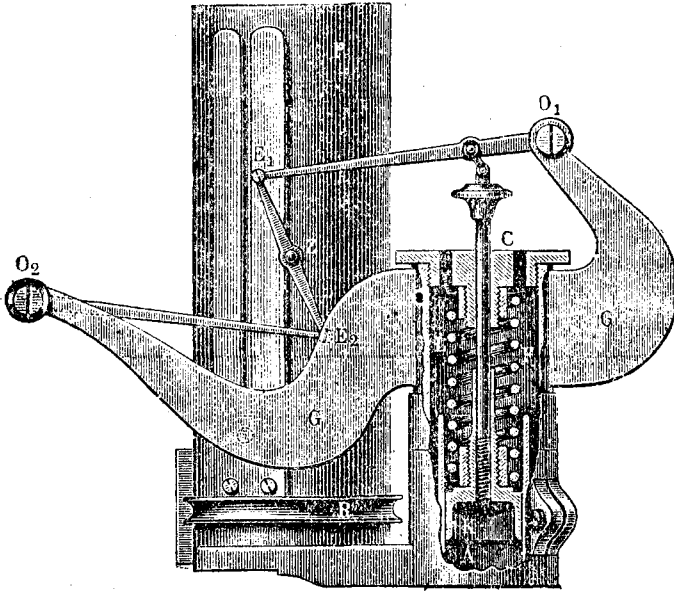
видно, пропорциональна работе, которую надо затратить на выталкивание при обратном ходе мягкого пара или отработавших продуктов горения. Поэтому площадь, ограниченная замкнутой кривой, вычерченной карандашом индикатора за время полного оборота вала, выразит собою, в определенном и условном масштабе, ту работу, которая осталась в цилиндре за два хода поршня; эта работа, затраченная за один оборот вала на двигатель, называется индикаторной работой данной полости рабочего цилиндра. На черт. 31 эта работа пропорциональна площади a, b, c, e, f, g .

При применении изложенного выше принципа устройства индикатора плоская возвратно движущаяся планшечка заменяется обычно возвратно вращающимся барабаном, который вращается в одну сторону при помощи гибкого безконечного шнура, а в обратную сторону благодаря действию спиральной пружины. Диаграммы вычерчиваются на особых листках бумаги, закладываемых при помощи особых вертикальных держателей на цилиндрической поверхности барабана. Передача движения от штока поршня индикаторного цилиндра к пишущему штифту устраивается обычно в виде более или менее сложных шарнирных механизмов, принадлежащих к разряду так называемых прямых; цель этой конструкции заключается в том, чтобы принудительно заставить точку, к которой прикреплен карандаш индикатора, двигаться по прямолинейной траектории, т. е. вычерчивать вертикальную прямую, как это требуется схемой действия индикатора. Конструкция такого индикатора изображена на черт. 32.

Иногда, во избежание влияния на точность прибора нагревания пружины теплотой находящегося в цилиндре индикатора пара или газа, пружину помещают вне индикаторного цилиндра; такой индикатор носит название индикатора с холодной пружиной.

Получив при помощи индикатора индикаторную диаграмму данной поршневой машины, мы можем легко вычислить среднее индикаторное давление p_i за один оборот вала, а затем определить по выведенной выше формуле величину индикаторной мощности.

Определение индикаторной мощности N_i при помощи снятия индикаторных диаграмм в натуре, т. е. при помощи индикатора, очевидно, возможно только для поршневых машин, т. е. только для машин, имеющих приемник в виде особой замкнутой рабочей полости, в которой происходит работа расширяющихся упруго-сжатого пара или продуктов сгорания топлива. Для двигателей ротативного типа, каковы паровые и гидравлические турбины и колеса, в которых используется давление струи движущегося пара или воды, применение индикатора описанного устройства, очевидно, невозможно. Для определения индикаторной мощности турбин определяют, прежде всего, описанным выше электрическим приемом полезную ее мощность N_e ; затем соединяют вал турбины с валом электромотора и заставляют электромотор вращать вал турбины



Черт. 32.

(без всякой нагрузки на турбину) с нормальным числом оборотов. Измеряя электрическую мощность VA у борнов (зажимов) электромотора, мы можем вычислить полезную мощность электромотора в $\eta_e \frac{VA}{736}$ лощ. сил, где η_e представляет собою коэффициент полезного действия электромотора. Однако, полезная мощность $\eta_e \frac{VA}{736}$ лощ. сил электромотора целиком была использована в этом опыте на равномерное вращение турбины при холостом ходе, т. е. исключительно на преодоление работы вредных сопротивлений, оказываемых механизмом турбины ее вращению, так как никакой полезной нагрузки на турбине не было.

Поэтому мы вправе заключить, что определенная нами полезная мощность $\eta_e \frac{VA}{736}$ лощ. сил электромотора как раз и равна той мощности N_B , которую требует турбина на преодоление вредных сопротивлений. Зная полезную мощность N_e данной турбины и найдя, согласно изложенному выше расчету,

что эта турбина требует N_R лш. сил для преодоления всех действующих в ней вредных сопротивлений, мы легко вычислим ее индикаторную мощность N_i , вспомнив, что при равномерном движении машины ее индикаторная мощность N_i (т. е. движущая работа в единицу времени на приемнике машины), очевидно, равна сумме полезной мощности N_e (т. е. полезной работы в единицу времени на исполнительном органе машины) и мощности N_R , необходимой для преодоления вредного сопротивления машины (т. е. работой в единицу времени вредных сопротивлений), т. е., что

$$N_i = N_e + N_R.$$

Определив тем или иным из описанных выше способов индикаторную мощность N_i и полезную N_e мощность данной машины, мы можем найти механический коэффициент полезного действия

$$\eta_m = \frac{N_e}{N_i}$$

данной машины, характеризующий ее механическое совершенство с точки зрения наличия в ее механизме больших или меньших потерь, зависящих от вредных сопротивлений, т. е. преимущественно от трения.

Глава VII.

§ 11. Самотормажение машин.

Обратный ход машины. — Роль вредных сопротивлений при обратном ходе. — Признаки самотормажения. — Коэффициент полезного действия самотормозящих машин. — Условия самотормажения.

Положим, что данная нам машина находится в действии, причем движущая сила F , преодолевая противодействие полезного сопротивления Q и суммы вредных сопротивлений R , заставляет части машины двигаться в определенном направлении. Мы будем различать два случая, в зависимости от характера силы полезного сопротивления Q :

1) полезное сопротивление Q носит характер пассивный, т. е. создается действием движущей силы F и инерции движущих частей; таково, например, полезное сопротивление обрабатываемого материала (металла) орудию (резцу) обрабатывающего станка (строгальной машины). В этом случае, при остановке машины сила Q становится равной нулю, т. е. полезное сопротивление исчезает;

2) полезное сопротивление Q носит характер активный, т. е. существует независимо от преодолевающего его действия движущей силы F и инерции движущихся частей; таково, например, полезное сопротивление поднимаемого груза. В этом случае, при остановке машины, сила Q остается прежней, и полезное сопротивление стремится сообщить, а при известных условиях и действительно сообщает, машине обратный ход.

Таким образом, при пассивном характере полезного сопротивления, машина, по прекращении действия движущей силы F и по израсходовании на преодо-

ление сопротивлений запаса приобретенной живой силы,—обязательно остановится, а при активном характере полезного сопротивления—может остановиться, но, при известных условиях, может получить и обратный ход.

Исследуем теперь подробнее те условия, при которых данная машина может получить обратный ход.

Пусть, согласно прежним обозначениям, Q , F и R , обозначают, соответственно, силу полезного сопротивления, движущую силу и силу вредных сопротивлений машины, а q , s и r —перемещения точек приложения этих сил по их направлению.

При этих обозначениях

$$T_m = Fs, \quad T_u = Qq \text{ и } T_R = Rr,$$

и уравнение равномерного движения машины (в направлении ее прямого хода)

$$T_m = T_u + T_R$$

приобретает вид:

$$Fs = Qq + Rr,$$

откуда:

$$F = \frac{Qq + Rr}{s} \dots \dots \dots (21)$$

Этим равенством определяется та движущая сила F , которая способна поддерживать равномерное движение машины (в направлении ее прямого хода) при наличии полезного сопротивления Q и вредных сопротивлений R .

Если мы при той же величине силы полезного сопротивления Q уменьшим величину движущей силы, т. е. вместо F возьмем $F' < F$, то движение машины из равномерного обратится в замедленное, так как действие силы F' не будет в состоянии уравновесить действие сил Q и R , и машина, в конце концов, остановится. Если мы теперь, при той же величине силы Q , будем продолжать и дальше уменьшать силу F' , то может случиться, что при некотором значении этой силы, равном $F'' < F'$, действие полезной силы Q будет достаточно, чтобы преодолеть действие силы F'' и R и дать машине обратный ход. В этом случае роль движущей силы будет играть прежнее полезное сопротивление Q , а роль полезного сопротивления—новая сила F'' , и в уравнении равномерного движения машины

$$T_m = T_u + T_R$$

при обратном ходе машины будут иметь место равенства:

$$T_m = Qq \text{ и } T_u = F''s,$$

т. е. уравнение равномерного движения машины (в направлении ее обратного хода) приобретет вид:

$$Qq = F''s + Rr,$$

или

$$F''s = Qq - Rr$$

откуда

$$F'' = \frac{Qq - Rr}{s} \dots \dots \dots (21^1)$$

Этим выражением определится то значение силы F'' , при котором полезное сопротивление Q способно создать и поддерживать равномерное движение машины (в направлении ее обратного хода) при наличии вредного сопротивления R ¹⁾.

Из сравнения выражений (21) и (21') следует, что при $Qq > Rr$, сила $F'' > 0$, т. е. сила F и сила F'' имеют один и тот же знак, а при $Qq < Rr$ — сила $F'' < 0$, т. е. сила F и сила F'' имеют разные знаки. Имея в виду, что $Qq = T_u$ (при прямом ходе) и $Rr = T_R$, мы можем прийти к следующим выводам:

1) если при прямом ходе машины $T_u > T_R$, то для получения обратного хода машины достаточно уменьшить движущую силу F до некоторой величины F'' , где $F > F'' > 0$;

2) если при прямом ходе машины $T_u < T_R$, то путем уменьшения или даже путем полного уничтожения движущей силы F достигнуть обратного хода нельзя: в этом случае для получения обратного хода надо заменить силу F силой $-F''$, действующей в направлении, обратном направлению силы F , т. е. для обратного хода надо не только снять силу F , но, сверх сего, необходимо еще приложить в обратном направлении силу F'' , чтобы помочь силе Q , преодолев вредное сопротивление R , создать обратный ход и поддержать равномерное движение в этом направлении.

Следовательно, в этом случае, по снятии движущего усилия F (и по израсходовании запаса приобретенной живой силы) машина остановится, т. е. сама себя затормазит, так как работа T_R вредных сопротивлений R всецело поглотит работу силы Q , равную $T_u < T_R$, и сила Q , при таких условиях, не будет в состоянии создать (без помощи извне) обратный ход машины. Машины, обладающие таким свойством, носят название самотормазящих машин.

На основании всего изложенного, можно установить следующий признак самотормажения машин:

в уравнении прямого хода машины переменяют знак у всех вредных сопротивлений, получая, таким образом, уравнение обратного хода машины; из последнего уравнения определяют усилие, действующее на приемник машины; если это усилие (при обратном ходе) сохраняет знак движущего усилия (при прямом ходе), то машина не обладает свойством самотормажения, т. е. по снятии движущего усилия получит обратный ход; если это усилие (при обратном ходе) получается иного знака, чем движущее усилие (при прямом ходе), то машина обладает свойством самотормажения, т. е. по снятии движущего усилия остановится.

Имея в виду, что для самотормазящей машины $T_u < T_R$, видим, что для такой машины $\frac{T_R}{T_u} > 1$, т. е. в случае самотормажения

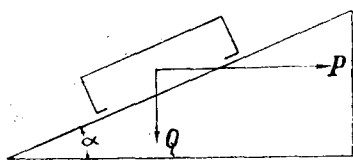
$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{T_u}{T_u + T_R} = \frac{1}{1 + \frac{T_R}{T_u}} < \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}.$$

¹⁾ Из сопоставления выражений (21) и (21') видно, что уравнение обратного хода получается из уравнения прямого хода путем перемены знака у силы вредного сопротивления R ; действительно, вредное сопротивление всегда мешает движению, а, следовательно, при перемене направления движения должно менять свой знак.

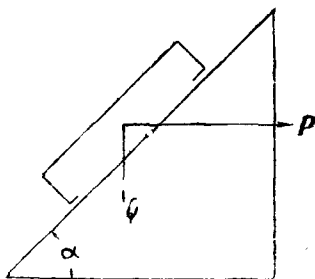
Отсюда следует, что во всякой самотормозящей машине коэффициент полезного действия должен быть меньше $\frac{1}{2}$.

Машины одного и того же типа могут быть и самотормозящими и несамотормозящими в зависимости от взаимного отношения их конструктивных элементов; в виде примера рассмотрим простейшую машину, представляющую собою неподвижную наклонную плоскость (станина) и подвижную часть (с грузом), могущую передвигаться вверх и вниз по наклонной плоскости. Роль движущей силы F в этом случае играет горизонтальная сила P , поднимающая груз вверх по наклонной плоскости, а роль полезного сопротивления—вертикальная сила Q , представляющая вес поднимаемого груза. Прямым ходом машины будет движение вверх по наклонной плоскости. Что произойдет, если движущая сила P вдруг перестанет действовать? Опыт показывает, что возможно двойное положение:

1) если угол подъема наклонной плоскости α (черт. 33) меньше некоторого предела φ , зависящего от свойств трущихся поверхностей наклонной плоскости и подвижной части (пологая наклонная плоскость), то подвижное тело



Черт. 33.



Черт. 34.

по прекращении действия силы P , несмотря на стремление силы Q сдвинуть его вниз по наклонной плоскости, останется на месте, т. е. удержится на наклонной плоскости, и, чтобы заставить его скользить вниз, надо будет, кроме действия силы Q , приложить к телу еще внешнюю силу P' , обратную силе P , т. е. толкать его вниз, без чего обратный ход машины (скольжение подвижной части вниз) будет невозможен. В этом случае работа силы Q будет всецело поглощена работой вредного сопротивления, т. е. трения подвижного тела о наклонную плоскость, и машина будет обладать свойством самоторможения;

2) если угол подъема наклонной плоскости α (черт. 34) больше указанного предела φ (крутая наклонная плоскость), то подвижное тело, по прекращении действия силы P , под влиянием силы Q будет скользить вниз по наклонной плоскости, т. е. машина получит обратный ход. В этом случае работа силы Q преодолест работу вредного сопротивления и создаст обратное движение машины, т. е. машина не будет обладать свойством самоторможения.

Таким образом, наклонная плоскость, в зависимости от величины угла подъема α , может быть и самотормозящей и несамотормозящей машиной, и условие самоторможения ее может быть выражено неравенством:

$$\alpha < \varphi.$$

Подобные условия могут быть выведены и для других машин.

Г л а в а VIII.

§ 12. Регулирование хода машин.

Преимущества равномерного движения машины.—Роль ударов.—Наивыгоднейшая скорость.—Кинематические и динамические причины неравномерности движения машины.—Регулировка вращения рабочего вала.—Тангенциальная движущая сила.—Поддержание постоянства угловой скорости за один оборот.—Поддержание постоянства числа оборотов в минуту.—Маховые колеса и их характеристика.—Модераторы.—Регуляторы.—Центробежный регулятор УАТТА.

Опыт и расчет показывают, что результаты, получаемые от работы всякой машины, будут наилучшими в том случае, когда движение отдельных частей ее будет равномерным; таким образом, равномерность движения частей машины является существенно важным условием наивыгоднейшего использования данной машины. Выгоды эти объясняются, главным образом, следующими двумя причинами:

1) при равномерном движении, т. е. при постоянной скорости частей машины, движение совершается плавно, т. е. без толчков и без ударов, которые обыкновенно испытываются машиной при быстрых переменах скоростей; так как на толчки и удары бесполезно затрачивается часть работы движущей силы, то явления эти играют в машине роль вредных сопротивлений, и равномерное движение, устраняя эти сопротивления, повышает полезное действие машины;

2) для каждой машины существует определенное значение скорости движения ее исполнительного органа (орудия), или ее приемника, зависящее от свойств обрабатываемого машиной объекта (т. е. от цели машины) или от свойств источника движущей силы (т. е. от причины действия машины) и соответствующее наилучшим результатам работы машины: наилучшему качеству объекта обработки, наибольшему количеству обрабатываемого продукта, наибольшему использованию источника движущей силы и т. п. Эта скорость является, таким образом, наивыгоднейшей скоростью данной машины, и возможность сохранения этой скорости в этом наивыгоднейшем ее значении на все время действия машины и обуславливает собою преимущества равномерного движения машины ¹⁾.

Однако, достигнуть равномерности движения каждой части машины, в большинстве случаев составных машин, не представляется возможным; для некоторых частей машины это невозможно даже теоретически, а для других достижимо лишь с известной степенью приближения. Действительно, суще-

¹⁾ В виде примера можно взять динамо-машину: определенной скорости вращения вала двигателя соответствует определенный вольтаж цепи; очевидно, необходимой скоростью вала двигателя будет та, которая соответствует требуемому вольтажу; эту скорость необходимо поддерживать, т. е. движение исполнительного органа двигателя должно быть равномерным, так как при изменении скорости вращения вала будет изменяться вольтаж в цепи, а, следовательно, свет (при том же числе горящих ламп) будет мигать, что, очевидно, недопустимо.

В виде другого примера можно взять гидравлическое колесо: расчет показывает, что полезная работа водяного колеса будет наибольшей в том случае, если скорость на внешней окружности колеса будет равна половине скорости течения воды, чем и устанавливается для каждого отдельного случая определенная наивыгоднейшая угловая скорость колеса; эту скорость, очевидно, необходимо в целях наилучшего использования машины сохранить на все время ее действия, т. е. движение приемника двигателя должно быть равномерным.

стствует целый ряд причин, стремящихся помешать созданию равномерного движения частей машины или расстроить уже созданное. Главнейшие из этих причин сводятся к следующим:

1) причины кинематического свойства, при которых отклонения от равномерности движения данной части машины, большей частью периодические, являются следствием геометрической связи данной части с другими органами машины; большинство машин имеет части, совершающие периодические колебательные движения (например, поршень в цилиндре, поршневой шток, шатун и т. п.), связанные с периодической переменной хода, т. е. с неизбежной неравномерностью движения, так как в моменты перемены хода скорость этих частей меняет свой знак, т. е. проходит через нуль. Так как колебательное движение, будучи связано с периодической переменной хода, по самому существу своему не может быть равномерным, то устранение неравномерности движения таких частей представляется, конечно, задачей неразрешимой: приходится или стремиться заменять механизмы с попеременным прямолинейным движением механизмами с непрерывным круговым движением (т. е. совсем отказываться от колебательного движения, что не всегда возможно и часто нерационально), или же, примирившись с неравномерностью движения данной части, стремиться уменьшить удары при перемене хода, создавая такую геометрическую связь между частями, чтобы скорость данной части постепенно уменьшалась до нуля к тому моменту, когда должно измениться направление ее движения ¹⁾;

2) причины динамического свойства, при которых отклонения от равномерности движения отдельных частей машины являются следствием изменчивости величин движущих усилий и сопротивлений, действующих на эти части. Выше было указано, что уразнение равномерного движения имеет вид $T_m = T_v + T_R$, т. е., что в случае равномерного движения работа движущего усилия F должна равняться сумме работ полезных Q и вредных R сопротивлений, действующих на рассматриваемую часть машины; поэтому достаточно измениться одному из этих факторов F , Q и R , при прежних значениях двух других, чтобы движение данной части машины немедленно превратилось из равномерного в неравномерное, что постоянно и имеет место. Действительно:

I. во многих случаях движущее усилие F , действующее на данную часть машины, не остается неизменным, но во все время работы машины, периодически или случайно, меняет свое значение.

Если рассматриваемая нами часть машины является приемником, то действующее на нее усилие представляет собою движущую силу всей машины; эта движущая сила во всех живых, ветряных и термических двигателях непрерывно меняется: усилие человека или животного, приложенное к приемнику машины (ручка рычага, рукоятка и т. п.), даже в течение очень короткого промежутка времени никоим образом не может быть принято за неизменную величину; давление ветра на крылья ветряной мельницы является, по существу, величиною легко изменяющейся; давление пара расширяющегося под поршнем цилиндра падает по определенному закону; в лучшем случае, — например, для паровых двигателей, — можно установить определенный закон периодичности

¹⁾ Наибольшее практическое значение имеет равномерность движения исполнительного органа машины; поэтому в двигателях исполнительным органом и является всегда вал, т. е. орган, обладающий непрерывным круговым движением, которое может, при известных условиях, обладать свойством равномерности. Что же касается отдельных частей передаточного механизма машины, то в них иногда приходится поступаться равномерностью движения отдельных частей, в виду чисто кинематических удобств, достигаемых органами, обладающими периодическими колебательными движениями.

Имея в виду все изложенное, мы можем прийти к выводу, что движущее усилие на валу паровой машины представляет собою величину непрерывно меняющуюся, изменения которой зависят:

- 1) от величины α , т. е. от переменного положения кривошипа, и
- 2) от величины P , т. е. от переменного давления пара в цилиндре.

Изменения, зависящие от переменной α , имеют периодический характер, причем период этих изменений равняется полному обороту вала; изменения, зависящие от переменной P , имеют двойкий характер: в части своей они носят также периодический характер с тем же периодом, так как давление пара под поршнем за время полного оборота вала также периодически изменяется в связи с процессом впуска, расширения и выпуска пара, в части же своей они имеют более или менее случайный характер, так как начальное давление впускаемого под поршень пара может несколько колебаться в зависимости от случайных причин в котле.

На черт. 36 представлено изменение в течение одного хода поршня (т. е. в течение одного полуоборота вала) величины *вращающего вал момента* $M = Tr$ в зависимости от изменения тангенциального усилия T . При этом учтено влияние на величину вращающего момента M как переменного положения кривошипа (т. е. угла α), так и изменения давления пара в рабочем цилиндре (т. е. величины P). На чертеже взяты пять различных положений поршня при прямом его ходе, отвечающих пяти последовательным значениям угла α :

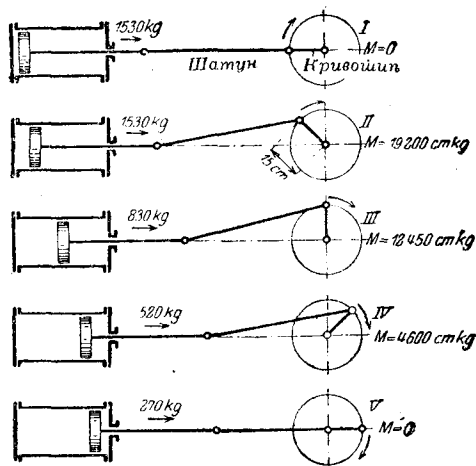
$$\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ \text{ и } 180^\circ.$$

Соответствующие этим положениям поршня значения давления пара P и вращательного момента M (при $r = 15$ см.) будут равны

$$P = 1530, 1530, 830, 520 \text{ и } 270 \text{ кгр.}$$

$$M = 0, 19200, 12450, 4600 \text{ и } 0 \text{ кгр.см.}$$

Последний ряд иллюстрирует закон изменения вращающего момента на валу, принимающего при мертвых положениях механизма ($\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 180^\circ$) значения, равные нулю.



Черт. 36.

II. Весьма часто сила полезного сопротивления Q , действующая на исполнительный орган (орудие) машины, закономерно или случайно, меняет свое значение, т. е. машина работает под переменной нагрузкой. Так, например, сопротивление распиловке бревна будет меняться в зависимости от случайного расположения сучков, резец строгальной машины будет встречать полезное сопротивление лишь при движении в одну сторону (рабочий ход), нагрузка (полезное сопротивление) электрической машины, питающей током сеть освещения, будет меняться в зависимости от случайного числа включенных и горящих ламп и т. п.

В большинстве случаев как для всей машины, рассматриваемой в целом, так и для большинства ее отдельных частей, рассматриваемых в отдельности, действуют одновременно и независимо друг от друга обе указанные выше динамические причины, т. е. одновременно и независимо меняется и движущее усилие, и полезное сопротивление: независимость этих изменений

и создает постоянное стремление машины расстроить равномерность движения своих частей¹⁾.

На основании изложенных выше соображений стараются, по возможности, приблизиться к равномерному движению если не всех частей машины, то хотя бы главного исполнительного органа ее — рабочего вала двигателя; для этой цели вводят в состав машины особые части, способные выправлять периодические или случайные отклонения от равномерного вращения вала, возможно уменьшая пределы этих отклонений.

Для уяснения задачи и способа действия этих приспособлений, рассмотрим общее уравнение движения машины (приложимое и к машине, как целому, и к любой ее отдельной части).

При равномерном движении машины, как известно, имеем:

$$dT_m = dT_u + dT_R,$$

т. е. работа движущей силы P идет на преодоление работ силы полезного сопротивления Q и сил вредных сопротивлений R .

При случайных или закономерных колебаниях сил P и Q , т. е. при изменениях работ dT_m и dT_u , равенство это нарушается, т. е.

$$dT_m \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} dT_u + dT_R,$$

причем избыток работы движущей силы P идет на увеличение живой силы, т. е. на ускорение движения, а избыток работы полезного сопротивления Q — на уменьшение живой силы, т. е. на замедление движения.

Имея в виду, что, согласно изложенному выше, приращение (положительное или отрицательное) живой силы равно по величине и обратно по знаку работе сил инерции, т. е.

$$d\Sigma \frac{mv^2}{2} = -dT_j,$$

или, другими словами, имея в виду, что всякое изменение живой силы связано с преодолением сил инерции, стремящихся сохранить прежнее значение скорости, последнее неравенство $dT_m \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} dT_u + dT_R$ можно написать в виде равенства

$$dT_m = dT_u + dT_R \mp dT_j,$$

представляющего собою уравнение неравномерного движения и выражающего, что при нарушении равномерности движения избыток работы двигателя над работой сопротивлений, а равно и избыток работы сопротивлений над работой двигателя, идет на преодоление работы сил инерции.

¹⁾ К этой же категории причин относятся вертикальные периодические колебания центра тяжести машины; в некоторых случаях при движении частей машины общий центр тяжести ее не остается в одной горизонтальной плоскости, но совершает периодические колебания вверх и вниз около своего среднего положения: очевидно, что в период подъема центра тяжести увеличивается вредное сопротивление R (так как на этот подъем должна пойти часть работы движущей силы), а в период опускания — увеличивается движущая сила P (так как при опускании работа силы тяжести опускающегося центра тяжести способна сама преодолеть часть сопротивлений, т. е. работа опускания содействует работе движущей силы).

Это равенство указывает три способа превращения или, по крайней мере, приближения неравномерного движения к равномерному:

1) прежде всего, имея в виду, что работа сил инерции зависит от двух факторов m и v , т. е. что $J = \Sigma \frac{mv^2}{2}$, можно, вводя в состав машины части с большой и надлежаще распределенной массой m , достигнуть того, что работа сил инерции dT_i , поглотив кратковременный избыток работы движущей силы P над работой полезного сопротивления Q (или, обратно, кратковременный избыток работы полезного сопротивления Q над работой движущей силы), будет связана с небольшим сравнительно изменением v , т. е. кратковременное нарушение равновесия мало отразится на равномерности движения. В этом способе мы регулируем движение, вводя в машину части, обладающие большой инерцией, т. е. при помощи надлежащего видоизменения члена dT_i . На этом принципе основано устройство маховых колес;

2) затем, в целях восстановления нарушенного равновесия, можно вводить в машину добавочные вредные сопротивления, при помощи которых можно поглотить избыток работы движущей силы P над работой полезного сопротивления Q , не вызывая приращения живой силы, т. е. не изменяя равномерности движения. В этом случае мы регулируем движение, вводя в машину новые вредные сопротивления, т. е. при помощи изменения члена dT_R . Такие приборы называются модераторами (тормазы, ветровые маховики), и

3) наконец, мы можем регулировать движение, действуя непосредственно на изменившееся движущее усилие или на изменившееся полезное сопротивление, т. е. при помощи изменения членов dT_m и dT_n . Такие приспособления носят название регуляторов (механизм щита гидравлического приемника, механизм задвижки паропроводной трубы, центробежные регуляторы).

Все эти приборы должны быть самодействующими или обладать свойством автоматичности, т. е. при помощи их машина сама должна выправлять всякие отклонения от равномерности вращения своего рабочего вала без участия машиниста ¹⁾.

Выше было отмечено, что движущее усилие (тангенциальная сила) на валу машины испытывает двоякого рода изменения: 1) периодические, с периодом колебаний, равным времени одного оборота вала, зависящие от кинематической связи приемника машины с исполнительным органом (например, в случае наличия передачи при помощи шатуна и кривошипа), и 2) случайные, зависящие от случайных колебаний движущей силы, действующей на приемник (например, в случае падения давления в котле). Сообразно с этим, и нарушение равномерности вращения вала будет идти двояко: 1) угловая скорость ω вращения вала будет периодически меняться в течение одного оборота вала, и 2) угловая скорость ω вращения вала будет с течением времени постепенно убывать, возрастать или колебаться, т. е. число оборотов n , делаемое валом в минуту, будет с течением времени изменяться.

Таким образом, приходится стремиться, во-первых, к поддержанию постоянства угловой скорости ω в течение 1 оборота вала, т. е. к равномерности движения за один оборот и, во-вторых, к поддержанию постоянства числа оборотов n в минуту за известный

¹⁾ Способ ручного регулирования постоянства числа оборотов допустим лишь в таких производствах, где изменение скорости вращения рабочего вала необходимо в самых широких размерах и в зависимости от обстоятельств, лежащих вне работы машины; такой случай имеет место, например, в паровозах и пароходах.

промежуток времени, т. е. к сохранению этой равномерности на определенное время. Оба эти вида нарушения равномерности проистекают, как это изложено выше, от различных причин, а потому могут существовать независимо один от другого. Можно себе представить машину с постоянной угловой скоростью ω в течение каждого оборота, но с постепенно убывающим (или вообще изменяющимся) числом n оборотов в минуту. Такой машиной будет, например, всякий ротативный двигатель, т. с. двигатель с круговым движением приемника (хотя бы гидравлическая турбина) с постоянной движущей силой и постепенно увеличивающейся (или вообще меняющейся) нагрузкой; очевидно, такая машина, как и все вообще ротативные двигатели, будет нуждаться в поддержании только постоянства числа n оборотов вала в минуту, так как при отсутствии в ротативных двигателях механизма шатун-кривошип, тангенциальное усилие на валу останется постоянным. Однако, можно себе представить, обратно, и такую машину, в которой угловая скорость ω в течение каждого полного оборота будет очень резко меняться, но число n оборотов в минуту, благодаря равенству средней угловой скорости за все обороты, останется постоянным; такой машиной будет, например, всякий поршневой двигатель (хотя бы паровоз) без махового колеса с возможно постоянной движущей силой и постоянной нагрузкой; очевидно, такая машина, как и все вообще поршневые двигатели, будет обязательно нуждаться в поддержании постоянства угловой скорости ω в течение одного оборота, так как тангенциальное усилие на валу, благодаря присутствию механизма шатун-кривошип, будет меняться, и, в данном частном случае (при постоянстве движущей силы и сопротивлений), совершенно не нуждаться в поддержании постоянства числа n оборотов вала в минуту.

Рассмотрим теперь подробнее характер работы различных уравнивателей движения.

Маховик обычно представляет собою тяжелое чугунное колесо большого диаметра (иногда до 3 метр.) с массивным ободом, соединяющимся несколькими спицами со втулкой, которая наглухо заклинивается на валу ¹⁾.

Допустим, что движущая сила передается на вал при помощи шатунно-кривошипной передачи.

Выше было отмечено, что в этом случае сила, вращающая вал (тангенциальное усилие) T непрерывно и периодически меняется, принимая за один оборот вала два раза значение $T_{min} = 0$ (мертвые точки в начале и в середине каждого хода) и два раза значение T_{max} . Положим при этом, что полезное сопротивление остается все время постоянным и сохраняет некоторое значение Q , причем $T_{min} < Q < T_{max}$ ²⁾. Роль маховика заключается в следующем: в те периоды, когда $T > Q$, т. е. когда машина должна увеличивать скорость вращения вала, ускорение пойдет очень медленно, так как одновременно с увеличением скорости вращения вала придется увеличивать скорость вращения и маховика, наглухо закрепленного на валу, т. е. придется преодолеть сопротивление маховика, обладающего большой инерцией; при таких условиях скорость не успеет возрасти очень значительно к тому моменту, когда T сделается сначала равным Q , а затем и меньшим Q ; в те же периоды, когда $T < Q$, т. е. когда машина должна уменьшать скорость вращения вала, замедление пойдет также очень медленно, так как в этом случае силы инерции маховика, сопротивляясь

¹⁾ Обод, спицы и втулка обычно представляют одну отливку; весьма часто маховиком пользуются также и в роли шкива для дальнейшей передачи вращения.

²⁾ В сущности это неравенство должно было бы относиться не к величинам сил, но к величинам работ; только в том частном случае, когда и движущее усилие T , и полезное сопротивление Q приложены к точкам, одинаково отстоящим от оси вращения, пути, проходимые точками приложения сил T и Q при повороте вала на угол α , будут одинаковы, и неравенство работ повлечет за собою неравенство сил.

всякому изменению скорости, будут играть, очевидно, обратную роль. Ясно при этом, что отклонения скорости ω вращения вала от ее среднего значения $\omega_m = \frac{2\pi n}{60}$ ¹⁾, будут тем меньше, чем бóльшей инерцией будет обладать маховое колесо.

Отношение $\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_m}$ называется степенью неравномерности маховика; чем это отношение меньше, тем вал вращается равномернее; практически величина δ колеблется от $\frac{1}{20}$ (в станках для обработки дерева) до $\frac{1}{300}$ (в динамо-машинах переменного тока).

Общий ход расчета махового колеса, т. е. определение его веса G и диаметра D , основывается на следующих соображениях.

Кинетическая энергия K тяжелого тела, вращающегося около некоторой оси с угловой скоростью ω (т. е. живая сила вращающегося тяжелого тела), равняется, как известно, половине произведения из момента инерции J этого тела на квадрат угловой скорости, т. е.

$$K = J \frac{\omega^2}{2},$$

причем момент инерции маховика, как известно, можно принять равным произведению из массы M обода маховика на s^2 , где s есть расстояние от оси вращения до центра тяжести сечения обода маховика; тогда

$$K = Ms^2 \frac{\omega^2}{2}.$$

Имея в виду, что масса $M = \frac{G}{g}$, где G — вес маховика, а g — ускорение силы тяжести, и обозначая s через $\frac{D}{2}$, имеем:

$$K = \frac{G}{g} \frac{D^2}{4} \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

При изменении скорости вращения маховика на величину $\Delta \omega = \omega_{max} - \omega_{min}$, кинетическая энергия его вращения, т. е. живая сила, изменится, поэтому, на величину

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_{max} - K_{min} = \frac{G}{g} \frac{D^2}{4} \left(\frac{\omega_{max}^2}{2} - \frac{\omega_{min}^2}{2} \right) = \\ &= \frac{G}{g} \frac{D^2}{4} \cdot \frac{(\omega_{max} + \omega_{min})}{2} \cdot (\omega_{max} - \omega_{min}). \end{aligned}$$

¹⁾ ω_m представляет собою среднюю скорость вращения в секунду, а n — число оборотов в минуту.

Имея в виду, что

$$\frac{(\omega_{max} + \omega_{min})}{2} = \omega_m$$

и

$$\frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_m} = \delta,$$

получим

$$\Delta K = \frac{G}{g} \frac{D^2}{4} \omega_m^2 \cdot \delta.$$

Очевидно, что для уменьшения или увеличения скорости вращения маховика на величину $\Delta\omega$ необходимо затратить работу, эквивалентную уменьшению или увеличению живой силы ΔK . Обозначив через ΔF общий избыток работы движущей силы T над работой полезного сопротивления Q , за время возрастания скорости от ω_{min} до ω_{max} , — имеем очевидное равенство $\Delta K = \Delta F$, откуда:

$$\Delta F = \frac{GD^2}{4g} \omega_m^2 \delta.$$

Имея в виду, что

$$\omega_m = \frac{2\pi n}{60},$$

получим

$$\Delta F = \frac{GD^2}{4g} \cdot \frac{4\pi^2 n^2}{3600} \cdot \delta = \frac{GD^2}{3600} \cdot n^2 \delta,$$

так как $\frac{\pi^2}{g} = \frac{(3,14)^2}{9,81} = \frac{9,87}{9,81}$ с достаточной точностью можно принять за единицу ¹⁾.

Отсюда имеем:

$$GD^2 = \frac{3600 \cdot \Delta F}{n^2 \delta}.$$

Это уравнение дает так называемую характеристику маховика и служит для его расчета, т. е. для определения его веса G по его диаметру D , или для определения его диаметра D по весу при данных величинах: избытка движущей силы за четверть оборота ΔF , числа оборотов в минуту n и степени неравномерности маховика δ . Из этой характеристики видно:

1) при тех же значениях ΔF , n и δ , при больших значениях веса G , диаметр D может быть сделан меньше и наоборот, т. е. тяжелый маховик может иметь меньшие размеры, а большой маховик может быть сделан легче;

2) так как диаметр D входит в квадрате, а вес G — в первой степени, то выгоднее увеличивать размеры, а не вес маховика ²⁾, и

¹⁾ Следует иметь в виду, что $\pi^2 = 9,87$ есть величина отвлеченная, а $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$ величина именованная; поэтому приравнивать их друг к другу и сокращать нельзя, не нарушая однородности формулы. Таким образом, полученное выражение, как общая формула, неверно; чтобы получить численно правильный результат, необходимо за единицу длины в формуле принимать непременно метр.

²⁾ Это требование практически ограничивается тем, что при слишком больших значениях диаметра D ($D > 4$ метр.) скорость v на ободе получается обычно слишком большой ($v > 30 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$), что вредно отзывается на прочности обода.

3) при прочих равных условиях, значение GD^2 тем меньше, чем больше n^2 , т. е. в быстроходных машинах (при больших n) маховик получается значительно меньше и легче, чем в тихоходных.

Модератором, как это указано выше, называется такое приспособление, которое регулирует движение при помощи введения добавочных вредных сопротивлений. Часть этих приборов вводит добавочное сопротивление воздуха и носит название маховиков с крыльями, а часть вводит добавочное сопротивление от трения и носит название тормазов.

Так как сопротивление, оказываемое воздухом движению вращающихся крыльев, весьма быстро увеличивается с возрастанием скорости вращения, то это добавочное сопротивление очень скоро поглощает весь избыток движущей силы, и движение, при наличии маховика с крыльями, по прошествии даже небольшого сравнительно промежутка времени, приобретает характер, весьма мало отличающийся от равномерного движения. Того же результата можно достигнуть, насадив на вал механизма вместо модератора с крыльями тормазное колесо с подушкой, которую можно прижимать к боковой поверхности обода колеса (рычагом или винтом) с определенной силою. Тормазами обязательно снабжаются, между прочим, машины, служащие для медленного опускания грузов, и все тяжелые экипажи (вагоны и т. п.), которым приходится двигаться под уклон.

Регуляторами, согласно изложенному выше, являются такие приборы, которые действуют непосредственно или на величину полезного сопротивления, или, что встречается чаще, на величину движущей силы, изменяя эти величины в соответствии с изменившимися обстоятельствами. Регулирование машин достигается в этом последнем случае весьма разнообразными приемами, зависящими всецело от характера движущей силы; так задача регулирования паровых поршневых машин сводится к изменению величины среднего давления рабочего пара на поршень цилиндра ¹⁾; задача регулирования паровых турбин решается обычно путем изменения величины массы (а, следовательно, и живой силы) пара, притекающего к турбине в единицу времени ²⁾; двигатели внутреннего сгорания регулируются изменением количества или качества рабочей смеси, регулирование гидравлических двигателей производится, главным образом, путем изменения количества воды, притекающей к двигателю в единицу времени ³⁾, и т. п.

В грубых установках регулирование движущей силы при изменении сопротивления может производиться вручную; однако, обычно требуют автоматического регулирования, т. е. автоматического увеличения или уменьшения движущей силы при случайных возрастаниях или падениях полезного сопротивления (нагрузки). Наиболее распространенным типом такого регулятора является центробежный регулятор, идея которого принадлежит Уатту. Центробежный регулятор (черт. 37) состоит из вертикального вала, получающего свое вращение посредством зубчатой или какой-либо другой передачи от рабочего вала той машины, для регулирования которой этот регулятор предназначен; таким

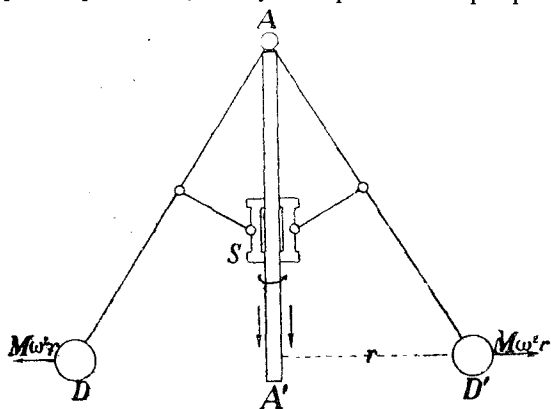
¹⁾ Изменение среднего давления пара на поршень можно произвести двояко: или путем изменения давления пара при выпуске (так называемое дросселирование пара), или путем изменения степени наполнения пара в цилиндре, увеличив эту степень с увеличением нагрузки, т. е. полезного сопротивления (изменение выпуска).

²⁾ С изменением массы пара M изменяется его живая сила, т. е. кинетическая энергия его движения $\frac{Mv^2}{2}$, служащая источником работы турбины; при помощи регулятора изменяется, например, количество сопел, т. е. отверстий паропроводных труб (регулирование Кёртиса).

³⁾ Щит или заслонка водоприводной трубы, шлюзы водоприводного канала и т. п.

образом, при падении нагрузки, т. е. при ускорении вращения рабочего вала машины, вертикальный вал центробежного регулятора тоже начинает вращаться быстрее. На верхней оконечности вертикального вала AA' на шарнирах укреплены два стержня, к свободным концам которых прикреплены два тяжелых шара D и D' , вращающихся вместе с вертикальным валом регулятора; при этом вращении развивается центробежная сила, равная $\frac{M\omega^2}{r} = M\omega^2 r$ (где M есть масса

шаров, ω —угловая скорость вращения всего прибора и r —расстояние центра шара до оси вращения), направленная по радиусу от оси вращения и стремящаяся удалить шары от этой оси, а, следовательно, благодаря присутствию шарниров A , поднять их; при этом величина подъема, очевидно, будет тем больше, чем больше сила $M\omega^2 r$, т. е. чем больше скорость вращения ω ; к шарам, при помощи двух стержней с шарнирами, прикреплена муфта S , могу-



Черт. 37.

щая свободно двигаться вверх и вниз по вертикальному валу регулятора. Таким образом, с падением нагрузки, т. е. с увеличением скорости вращения рабочего вала и вала регулятора, шары D и D' , поднимаясь, увлекают вверх муфту S , а при увеличении нагрузки, т. е. с уменьшением скорости вращения, муфта S , благодаря опусканию шаров D и D' , опускается вниз; при этом каждой угловой скорости вращения вала соответствует определенное положение муфты регулятора. Остается только связать определенной связью

муфту с регулирующим органом (заслонкой, щитом или клапаном), чтобы получить автоматический регулирующий аппарат.

Связь (привод) между муфтой регулятора и регулирующим органом устанавливается обычно таким образом, что нормальному числу оборотов соответствует среднее положение муфты, около которого муфта постоянно колеблется, выправляя работу машины. Отношение разности $n_1 - n_2$ наибольшего и наименьшего из допускаемых чисел оборотов n_1 и n_2 к среднему числу n оборотов

в минуту, т. е. коэффициент $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n}$ называется степенью неравномерности регулятора; величина Δ обычно не превышает 5%.

Если муфта регулятора действует непосредственно на привод, соединяющий ее с регулирующим органом (щитом или клапаном), то данный регулятор называется регулятором прямого действия; если трение в регулирующих органах настолько велико, что регулятор не в состоянии непосредственным своим давлением преодолеть это трение (например, поднять щит), то регулятор соединяют со вспомогательным прибором, называемым сервомотором (мультипликатором регулятора), точно передающим движение муфты, но усиливающим ее действие.

Отдел II.

Кинематика механизмов.

Глава I.

§ 13. Цели и методы изучения механизмов.

Машина и механизм.—Анализ и синтез механизма.—Принужденное движение частей механизма.—Траектория, скорость и ускорение отдельных точек подвижных частей механизма. Три основных вопроса теории механизмов: как движутся отдельные части механизма, почему отдельные части механизма движутся определенным образом, и успешно ли выполняет механизм свое назначение.—Теория центроид.—Теория кинематических цепей.—Отношение линейных перемещений крайних элементов механизма и передаточное число.

Выше было отмечено, что основная задача и главное назначение всякой машины заключается в преобразовании одного вида энергии или работы в другой вид, и что преобразование это имеет целью использовать имеющуюся в нашем распоряжении силу для производства необходимой нам полезной работы. Так как самый процесс преобразования данного нам вида энергии в полезную работу происходит в машине при помощи определенных принужденных движений подвижно связанных друг с другом отдельных частей машины, то, осуществляя свою основную задачу преобразования энергии, всякая машина, как на это указывалось выше, попутно осуществляет и вторую, побочную задачу, а именно задачу преобразования одного вида движения в другой. Так, обычная паровая машина, попутно с преобразованием энергии упруго сжатого пара в механическую работу вращающегося вала, преобразует прямолинейное колебательное движение поршня во вращательное движение вала; поршневой насос, одновременно с преобразованием механической работы вала двигателя в потенциальную энергию поднятой массы жидкости, попутно преобразует вращательное движение вала в прямолинейно-колебательное движение поршня насоса и т. д.

Мы знаем, что машина рассматриваемая исключительно с точки зрения осуществляемого ею преобразования движений (без всякого отношения к действующим на нее силам и к происходящим в ней процессам преобразования энергии), т. е. машина, рассматриваемая исключительно с кинематической точки зрения, называется механизмом. Таким образом, стоя на наиболее общей точке зрения, мы должны будем, согласно с определением Ампера, подразумевать под механизмом всякую конструкцию, имеющую целью

превращение одного вида движения в другой или, в частности, воспроизведение определенного вида движения¹⁾. Выше было упомянуто также, что понятие механизма есть понятие более общее, чем понятие машина: все те конструкции, которые задаются целью создать определенный вид движения и не имеют при этом задачи получения полезной работы, будут, очевидно, чистыми механизмами, но не войдут в класс машин. Таковы, например, часы, цель которых заключается исключительно в создании вращения часовых стрелок с определенной угловой скоростью, приборы, служащие для поддержания определенного движения астрономических инструментов при наблюдениях, приборы, служащие для вычерчивания определенных кривых (эллипсографы, прямилы, инверсоры) и т. д.

Посмотрим теперь поближе, какие цели должны мы себе поставить при рассмотрении кинематических элементов движения различных частей машины, т. е. при изучении так называемой теории механизмов.

Подходя к каждому механизму с кинематической точки зрения, мы можем задать себе три основных вопроса:

1. Как движутся отдельные точки различных подвижных частей механизма? На этот вопрос дает наглядный и удобный для целей прикладной механики ответ первая часть кинематики механизмов, называемая теорией центроид.

2. Почему отдельные части машины движутся друг относительно друга определенным образом, т. е. чем обуславливается характер движения подвижных частей механизма? Выяснению этого вопроса посвящена вторая часть кинематики механизмов, называемая теорией кинематических цепей.

3. Успешно ли выполняет механизм свою основную задачу преобразования одного движения в другое? Этот вопрос разбирается в третьей части кинематики механизмов, посвященной установлению передаточных чисел различных механизмов, приведенных, для удобства изучения их, в определенную систему.

Рассмотрим эти вопросы, начиная с первого, несколько подробнее в отдельности.

Прежде всего мы можем сразу же заметить две различных стороны стоящей перед нами задачи.

С одной стороны, мы можем, имея данный нам механизм и изучая его с кинематической стороны, задаться целью определить, в соответствии с данной нам конструкцией механизма, кинематический характер движения отдельных точек и частей его; эта работа, состоящая в анализировании данного нам механизма, будет относиться к области анализа механизма. С другой стороны, мы можем, исходя из заданного нам кинематического характера движения отдельных точек и частей механизма, попытаться спроектировать и построить удовлетворяющую этому заданию конструкцию, т. е. создать механизм, соответствующий заданным нам условиям; эта работа, состоящая в создании нового механизма, по данным нам условиям движения отдельных точек и частей его, будет относиться к области синтеза механизма.

Как для анализа, так и для синтеза механизма, нам приходится иметь дело с кинематическими величинами, характеризующими движение отдельных точек и частей механизма: при анализе данного механизма эти элементы пред-

2

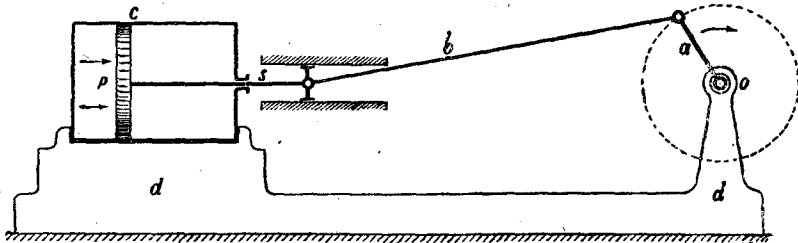
¹⁾ Рассматривая машину с кинематической точки зрения, Ампер считает машину (т. е. механизм) приспособлением, при помощи которого можно изменить направление и скорость данного движения, т. е. превращать один вид движения в другой.

ставляют собою результат исследования, а при синтезе—исходный пункт творческой работы по созданию нового механизма.

В связи с этим теории механизмов прежде всего приходится заняться изучением кинематических величин, характеризующих данное движение. Известно, что мы будем знать все элементы движения любой точки, если для этой точки нам будут даны:

- 1) вид и положение ее траектории, чем определяются чисто геометрические элементы ее движения, и
- 2) закон перемещения точки по ее траектории, чем определяются механические элементы ее движения, т. е. скорость v и ускорение w точки в любом ее положении на данной траектории.

Поэтому, первой задачей теории механизмов является при анализе конструкции и характера движения данного нам механизма установление простейших приемов определения вида траекторий и значения скоростей и ускорений для любой точки этого механизма в любом его положении, и, при син-



Черт. 38.

тезе механизма, построение такой конструкции, вид траекторий и значения скоростей и ускорений отдельных точек которой отвечает имеющемуся у нас заданию.

Достигаемые в машине значения скоростей и ускорений отдельных точек подвижных частей ее играют большую роль при оценке условий работы существующих и проектируемых механизмов. Так, значения скоростей v оказываются необходимыми для применения к машине закона живых сил $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$

или закона количества движения (mv), а также для суждения о степени практической пригодности многих деталей механизмов (например, скорости движения частей распределительных и регулирующих механизмов должны удовлетворять известным практическим условиям). Значение ускорений w необходимо знать для вычисления играющих громадную роль в современном быстроходном машиностроении сил инерции ($-mw$), для выяснения силы возможных ударов и т. п.

Следует при этом отметить, что механизмы всех без исключения машин представляют собою такие конструкции, отдельные подвижные части (звенья) которых обладают совершенно определенным относительным движением. Это значит, что при неподвижности одной из частей машины (станины) всякому определенному положению одной из подвижных частей механизма соответствуют вполне определенные положения всех остальных подвижных его частей, т. е., что определенное движение одного из подвижных звеньев механизма принудительно вызывает вполне определенные движения всех остальных подвижных звеньев механизма. Взяв, в виде примера, механизм обычной паровой машины (кривошипно-шатунный механизм) и рассматривая две точки этого механизма, например, центр кривокопфа (центр ползуна) и центр пуговки мотыля

(центр шарнира, соединяющего шатун с кривошипом), мы видим (черт. 38), что движение центра крейцкопфа по прямой линии принудительно заставляет центр пуговки мотыля двигаться по окружности, и что любому положению и любым значениям скорости и ускорения центра крейцкопфа соответствует вполне определенное и единственное положение и вполне определенные значения скорости и ускорения центра пуговки мотыля.

Таким образом, во всяком механизме, как такой конструкции, подвижные части которой обладают взаимно-принудительным относительным движением, вид траектории и значения скорости и ускорения одной какой-либо подвижной точки вполне определяют вид траекторий и значения скоростей и ускорений всех остальных точек подвижного механизма ¹⁾.

При таких условиях поставленная выше первая задача кинематики механизмов будет сводиться:

1) при анализе данного механизма

— к нахождению траекторий, скоростей и ускорений любых подвижных точек механизма по данным траектории, скорости и ускорению одной какой-либо подвижной точки данного механизма, и

2) при синтезе нового механизма

— к построению такого механизма, в котором заданные траектория, скорость и ускорение одной подвижной точки обуславливают собою наличие заданных траекторий, скоростей и ускорений других подвижных точек искомого механизма ²⁾.

Таким образом, первая часть кинематики механизмов имеет дело с изучением траекторий, скоростей и ускорений различных точек механизма в относительных движениях его отдельных подвижных частей.

Следует здесь же оговорить, что при изучении траекторий, скоростей и движения отдельных точек системы, представляющей собою механизм, теория механизма ищет более наглядных и более практически удобных путей изучения движения точек механизмов, чем дают нам общие методы теоретической механики, разлагающие всякое пространственное движение на составляющие его движения по трем взаимно перпендикулярным осям. Наиболее распространенный в практической механике и особо удобно применимый к механизмам прием состоит в том, что всякое движение плоской фигуры в ее плоскости (а громадное большинство имеющих практическое значение механизмов относится к разряду так называемых плоских механизмов) сводится теорией механизмов к ряду последовательных мгновенных вращений около подвижного мгновенного центра, траектория движения которого носит название **центроиды**.

В силу изложенного, первая часть кинематики механизмов состоит в изучении, при помощи так называемой теории центроид, траекторий, скоростей и ускорений отдельных точек подвижных частей плоских, а затем и пространственных механизмов.

Перейдем теперь ко второму из поставленных выше вопросов.

¹⁾ С точки зрения теоретической механики, как это устанавливается в динамике системы материальных точек, механизмы представляют собою системы, обладающие одной степенью свободы (системы с полными связями); скорость и ускорение любой точки могут иметь произвольные величины, но при заданных скорости и ускорении одной точки связи системы, осуществляемые конструкцией механизма, вполне определяют скорости и ускорения всех остальных точек.

²⁾ В обоих случаях, разумеется, предполагается, что, кроме данных нам траектории, скорости и ускорения одной подвижной точки механизма, нам заданы все его неподвижные точки.

Выше было уже отмечено, что всякий механизм представляет собою такую конструкцию, отдельные части которой обладают взаимно принужденным движением: движение каждой части механизма обуславливается влиянием на нее соседних, соприкасающихся с ней, частей. Таким образом, определив, на основании вышеизложенного, траектории, скорости и ускорения любых точек любой подвижной части механизма и рассматривая эту часть в отдельности, мы будем знать, как движется данная часть механизма, но мы сможем ответить на вопрос, почему данная часть движется так, а не иначе, лишь тогда, когда мы будем рассматривать ее не самостоятельно и в отдельности, а в связи с соседними частями, т. е. так, как эта часть и работает в действительности в механизме. Это приводит нас к заключению, что, изучая (анализ) или создавая (синтез) механизм, нам надо делить его не на отдельные части, а на подвижные пары отдельных частей, определенным образом соединенных и взаимно друг на друга влияющих. Такие пары взаимно соприкасающихся частей механизма носят название кинематических пар, могущих последовательно соединяться в так называемую кинематическую цепь, отвечающую схеме данного механизма. Оказывается, что каждому механизму соответствует определенная замкнутая кинематическая цепь, рассматривая свойства которой мы можем изучить не только данный нам механизм, но и целую группу (семейство) других родственных данному механизмов, получаемых из данной кинематической цепи. Таким образом, применение к изучению механизмов так называемой теории кинематических цепей дает возможность группировки существующих и проектируемых механизмов, по характеру отвечающей данному механизму кинематической цепи, путем объединения их в отдельные семейства, обладающие различными свойствами, а также возможность изучения приемов последовательных преобразований этих механизмов, при помощи которых один механизм может быть превращен в другой. Такому способу рассмотрения отдельных механизмов, объединяющему родственные механизмы в определенные группы и сближающему различные механизмы по их кинематическим задачам, посвящается вторая часть кинематики механизмов, называемая теорией кинематических цепей.

Таким образом, при помощи теории центроид и при помощи теории кинематических цепей мы сможем изучить, как движутся отдельные части существующего или проектируемого механизма и уснить, почему они обладают таким движением. Остается еще очень важный поставленный выше третий вопрос, насколько успешно может выполняться данным существующим или проектируемым механизмом основная задача всякого механизма, т. е. задача преобразования одного вида движения в другой.

Пусть точка приложения движущей силы P , приводящей данный механизм в движение (точка приемника машины) проходит (по направлению силы P) в единицу времени путь s , а точка приложения полезного сопротивления Q (точка исполнительного органа машины) проходит (по направлению силы Q) в единицу времени путь q . Очевидно, что величины s и q , представляя собою пути, проходимые в единицу времени, являются скоростями движения приемника и исполнительного органа машины:

Отношение $m = \frac{s}{q}$, называемое отношением линейных перемещений

крайних элементов данного механизма, служит, как известно, мерилем успешности преобразования при помощи данного механизма скорости движения. При $m = 1$, $s = q$, т. е. скорости линейных перемещений приемника и исполнительного органа машины равны, при $m < 1$, $s < q$, что показывает, что данный механизм служит для увеличения скорости, т. е. является мультипликатором

скорости, и, наконец, при $m > 1$, $s > q$, что показывает, что данный механизм служит для снижения скорости.

Если и приемник, и исполнительный орган машины находятся во вращательном движении, то, вместо отношения m линейного перемещения крайних элементов данного механизма (т. е. линейных скоростей), мы можем говорить об отношении n угловых перемещений крайних элементов данного механизма (т. е. об угловых скоростях), или, другими словами, о так называемом передаточном числе

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

которое служит мерилем преобразования при помощи данного механизма угловой скорости ω . При $n = 1$, $\omega_1 = \omega_2$, т. е. угловые скорости приемника и исполнительного органа машины равны; при $n < 1$, $\omega_1 < \omega_2$, что показывает, что данный механизм служит для увеличения угловой скорости, т. е. является мультипликатором ее; при $n > 1$, $\omega_1 > \omega_2$, что показывает, что данный механизм служит для снижения угловой скорости.

Мы видим, таким образом, что значения коэффициента m и n характеризуют собою успешность кинематической стороны работы данного механизма ¹⁾.

Поэтому, третья часть кинематики механизмов, посвященная уяснению успешности выполнения механизмом возложенной на него кинематической задачи, содержит в себе определение отношений линейных перемещений крайних элементов и передаточных чисел различных наиболее распространенных механизмов, приведенных для удобства изучения их в определенную систему.

Г л а в а II.

Теория центроид.

Ст. 1.

§ 14. Плоский механизм.

Различные части разных машин могут, в зависимости от конструкции механизмов этих машин, совершать весьма разнообразные движения; отдельные точки этих частей будут при этом принудительно двигаться по чрезвычайно разнообразным траекториям, в некоторых случаях довольно сложным.

Однако, в большинстве машин наиболее часто встречается случай так называемого плоского движения, при котором траектории отдельных точек механизма представляют собою плоские кривые, расположенные в параллельных друг другу плоскостях; в этом случае все точки механизма движутся параллельно некоторой основной плоскости, называемой плоскостью параллелизма, причем траектории, скорости и ускорения всех точек механизма таковы же, как траектории, скорости и ускорения проекций этих точек на плоскости параллелизма. Таким образом, в случае плоского движения какого-либо тела, рассмотрение его движения в пространстве можно заменить рассмотрением движения плоской фигуры, движущейся в своей плоскости и представ-

¹⁾ См. §§ 1 и 4.

ляющей собою сечение данного тела с одною из плоскостей, параллельных плоскости параллелизма.

Большинство движущихся частей машины (поршни, штоки, шатуны, кривошипы, стержни и т. д.) имеют плоскость симметрии, которая обычно и служит плоскостью параллелизма в том плоском движении, которое принуждена совершать данная часть механизма; в этом весьма распространенном случае так называемых плоских механизмов изучение движения данной части сводится к изучению движения ее срединного сечения в плоскости ее симметрии ¹⁾.

В силу изложенного изучение движения плоской фигуры, перемещающейся в ее плоскости, получает в теории механизмов особо важное и центральное значение.

Мы получили бы исчерпывающий ответ на вопрос о движении данной нам плоской фигуры, если бы мы, найдя закон движения ее центра тяжести и закон относительного движения всей фигуры по отношению к ее центру тяжести, могли написать для любой точки фигуры, следуя правилам теоретической механики, два уравнения, выражающие движение проекций этой точки на две координатные оси. Однако, этот способ, подробно разбираемый в теоретической механике и вполне пригодный для рассмотрения движения в общем его виде, недостаточно удобен для изучения движения частей механизма, особенно если это изучение поставлено в связь с теми специальными конструктивными задачами, которые ставятся в этом случае целями, преследуемыми прикладной механикой; причина этого заключается в том, что прием этот совершенно лишен чрезвычайно важной в вопросах практической механики наглядности получаемых результатов. Поэтому, в теории механизмов, при изучении плоского движения, предпочтительнее идти иным путем, дающим более ясное представление о картине движения фигуры, а именно—геометрическим путем, основанным на так называемых теореме Шаля и теореме Пуансо, сводящих всякое плоское движение фигуры к наглядному взаимному катанию друг по другу двух определенных кривых, называемых центроидами или полюдиями.

Ст. 2.

§ 15. Центр перемещений.

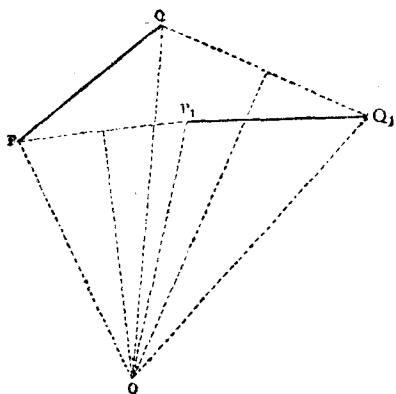
(Плоское движение плоской фигуры через ряд данных положений).

Теорема Шаля.—Центр перемещений.—Механизм вращающейся доски ломберного стола.—Неподвижный многоугольник центров перемещений.—Подвижный многоугольник центров перемещений.—Плоское движение плоской фигуры через ряд данных положений, как перекатывание подвижного многоугольника по неподвижному многоугольнику центров перемещений.

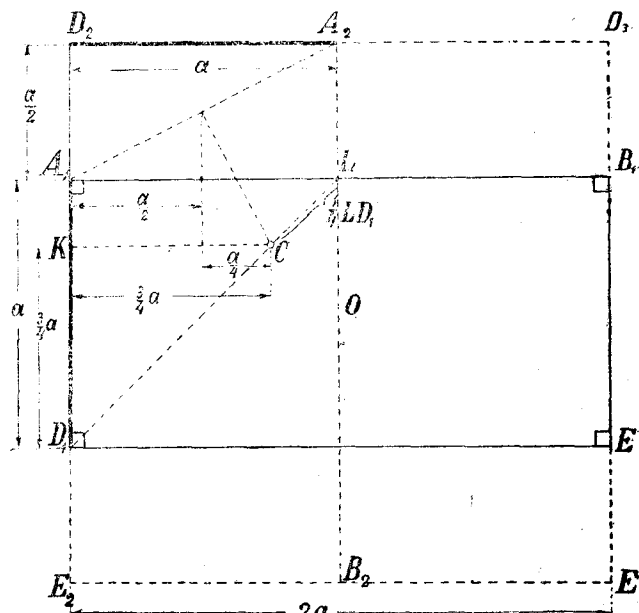
Согласно теореме Шаля, всякое перемещение любой плоской фигуры в ее плоскости может быть достигнуто вращением этой фигуры около некоторой точки, лежащей в плоскости фигуры и называемой полюсом или центром перемещения. Заметим, прежде всего, что положение неизменяемой фигуры

¹⁾ Этот прием применяется нами, в сущности, каждый раз, когда мы изучаем движение частей плоского механизма, рассматривая его чертеж, так как чертеж плоского механизма представляет собою не что иное, как условное изображение срединного сечения механизма плоскостью его симметрии.

на плоскости вполне определяется положением каких-либо двух точек ее, или, что то же самое, положением двух концов неизменно связанного с ней отрезка, так как, зная положение двух точек данной фигуры, мы легко можем найти положение любой точки ее по расстоянию искомой точки от двух данных точек. Для доказательства теоремы Шаля, положим, что положение какой-либо плоской фигуры (черт. 39) определяется положением неизменно связанного с нею отрезка PQ , и что передвижение фигуры соответствует перемещению этого отрезка из положения PQ в положение P_1Q_1 . Соединим прямыми точку P с точкой P_1 , и точку Q с точкой Q_1 и восстановим из средин полученных отрезков PP_1 и QQ_1 перпендикуляры к этим отрезкам. Точка O пересечения этих перпендикуляров и будет искомым полюсом или центром перемещения при переходе рассматриваемой фигуры из первого положения во второе. Действительно, соединяя полученную точку O с концом отрезка PQ в его начальном и конечном положениях, мы получим два треугольника POQ и P_1OQ_1 , которые,



Черт. 39.



Черт. 40.

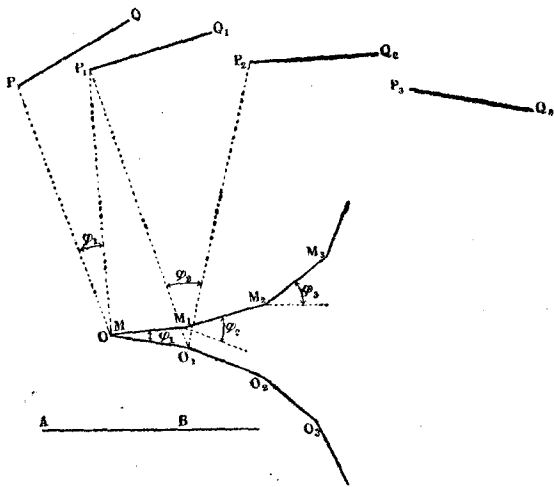
имея по три равных стороны, будут, очевидно, между собою равны; в силу равенства этих треугольников, имеющих общую вершину O , мы можем совместить первый треугольник со вторым путем простого поворота его, как неизменяемой фигуры, на некоторый угол δ около общей их вершины, т. е. около точки O . Так как при этом отрезок PQ , очевидно, придет в совмещение с отрезком P_1Q_1 , то, благодаря этому вращению, вся данная нам фигура окажется перемещенной из положения первого в положение второе, что и доказывает справедливость теоремы Шаля, указывая всегда осуществимый способ построения необходимого для отыскания центра перемещения для двух любых данных положений плоской фигуры.

Этот прием можно осуществлять на практике, очевидно, только тогда, когда для нас важно лишь конечное и начальное положение фигуры, а самый путь перемещения безразличен. Такой случай имеет, например, место в конструкции вращающейся верхней доски обыкновенного ломберного стола. Доска эта (черт. 40), в обычном сложенном (двойном) виде имеет в плане вид прямоугольника $A_1B_1D_1E_1$, в котором $A_2D_1 = a$ и $A_1B_1 = 2a$; для раскрытия этой доски (с целью удвоения полезной площади стола), ее, прежде всего, необходимо привести в той же плоскости в новое положение $A_2B_2D_2E_2$, а затем раскрыть обе ее половины, приведя верхнюю ее половину в по-

ложение $A_2B_2D_2E_2$ путем вращения ее на 180° около оси A_2B_2 . Для того, чтобы можно было заставить плоский прямоугольник $A_1B_1D_1E_1$ (т. е. первое положение доски) простейшим способом переместить в положение $A_2B_2D_2E_2$ (т. е. во второе положение доски), проще всего поставить в неподвижной плоскости в полюсе этого перемещения шип, около которого и повернуть (одним вращательным движением) верхнюю доску. Это именно и осуществляется в конструкции вращающейся доски ломберного стола, которая обычно прямо одевается соответствующей муфтой на неподвижный шип. Для нахождения положения полюса, соответствующего перемещению верхней доски, примем к рассмотрению, например, отрезок A_1D_1 (край доски), неизменно связанный с подвижной плоскостью этой доски. Заметив, что отрезок A_1D_1 после поворота должен занять положение A_2D_2 , мы легко можем, следуя указанному выше построению, найти положение полюса C , соответствующего требуемому перемещению. Действительно, для этого, согласно изложенному выше, достаточно соединить точку A_1 с точкой A_2 и точку D_1 с точкой D_2 прямыми A_1A_2 и D_1D_2 и найти точку C , как точку пересечения перпендикуляров, восстановленных к прямым A_1A_2 и D_1D_2 из их средин. В этой точке C и необходимо будет поместить шип для вращения на нем верхней доски стола.

Однако, главное значение установленной нами теоремы Шаля заключается не в том, что, пользуясь ею, мы можем иногда построить механизм вращения плоской фигуры, а в тех следствиях, которые из нее вытекают.

Для уяснения этих следствий представим себе, что мы имеем две плоскости: плоскость I (неподвижную) и плоскость II (подвижную),двигающуюся заданным нам образом по первой плоскости. Движение подвижной плоскости по неподвижной, как это мы видели выше, может быть задано движением по неподвижной плоскости какого-либо отрезка PQ , неизменно связанного с подвижной плоскостью; пусть движение отрезка PQ задано нам рядом его последовательных положений PQ , P_1Q_1 , P_2Q_2 и т. д. на неподвижной плоскости (черт. 41). Для каждой пары стоящих рядом последовательных положений этого



Черт. 41.

отрезка мы можем, пользуясь теоремой Шаля, найти, согласно указанному выше построению, положение на неподвижной плоскости соответствующего центра перемещения; пусть точка O будет центром перемещения при переходе отрезка из первого положения PQ во второе положение P_1Q_1 , точка O_1 — центром перемещения при переходе отрезка, из второго положения P_1Q_1 в третье положение P_2Q_2 и т. д.; таким образом, мы получим на неподвижной плоскости ряд последовательных положений O , O_1 , O_2 и т. д. центра перемещения. Соединив эти положения прямыми, мы получим ломаную линию $OO_1O_2O_3$, которая, находясь в неподвижной плоскости I, носит название неподвижного многоугольника центров перемещений; вершины этого многоугольника будут соответствовать последовательному ряду расположенных в неподвижной плоскости отдельных положений центра перемещения O , соответствующих переходу отрезка PQ через ряд отдельных заданных положений. Очевидно при этом, что все время, пока отрезок непрерывным движением переходит из первого положения PQ во второе положение P_1Q_1 , центр перемещения $\rightarrow$ остается неподвижным в своем первом положении в точке O ; но как только отрезок, придя во второе положение P_1Q_1 , начнет переходить

из этого положения в третье положение P_2Q_2 , центр перемещения мгновенно (т. е. скачком) перейдет в свое второе положение в точке O_1 . Таким образом, в моменты прохода отрезка PQ через заданные его положения центр перемещения будет скачками перепрыгивать с одной вершины многоугольника центров перемещения на соседнюю, т. е. движение центра перемещения по многоугольнику будет, очевидно; прерывным.

Мы можем, однако, задаться и другою целью: вместо того, чтобы следить, как центр перемещения (при прохождении отрезка через ряд заданных положений) меняет свое место в неподвижной плоскости I, мы можем проследить, как центр перемещения движется при этом и по отношению к самому движущемуся отрезку PQ , т. е. как центр перемещения меняет свое место в подвижной плоскости II, неизменно связанной с движущимся отрезком PQ . Мы легко можем построить в подвижной плоскости ряд последовательных положений M, M_1, M_2 и т. д., которые занимает в ней центр перемещения по отношению к связанному с этой плоскостью отрезку PQ , так как для любого положения $P_n Q_n$ отрезка PQ в неподвижной плоскости известно в этой же плоскости как соответствующее положение O_n центра перемещений O , так и первоначальное положение отрезка PQ . Соединив в подвижной плоскости положения M, M_1, M_2 и т. д. прямыми, мы получим ломаную линию MM_1M_2 , которая, находясь в подвижной плоскости II, называется подвижным многоугольником центров перемещения; вершины этого многоугольника будут соответствовать последовательному ряду расположенных в подвижной плоскости отдельных положений центра перемещения O , соответствующих переходу отрезка PQ через ряд отдельных заданных положений.

Чрезвычайно важно заметить, что последовательный ряд вершин как неподвижного, так и подвижного многоугольников соответствует последовательному ряду положений одного и того же центра перемещений O ; так как центр перемещений O не может одновременно находиться в двух разных точках, то отсюда непосредственно следует, что при любом положении центра перемещений O в нем одновременно совпадают две соответствующие друг другу вершины неподвижного и подвижного многоугольников, а по переходе центра перемещений O в соседнее положение, вместо прежней пары, приходит в совпадение соседняя пара вершин этих многоугольников. Очевидно, что такое последовательное совпадение последовательных пар вершин двух многоугольников кинематически представляет собою не что иное, как перекатывание (без скольжения) подвижного многоугольника по неподвижному многоугольнику центров перемещений ¹⁾.

Изложенное приводит нас к следующей картине.

При последовательном прохождении отрезка PQ , неизменно связанного с подвижною плоскостью, через ряд отдельных положений в неподвижной плоскости, т. е. при последовательном прохождении (скачками) центра перемещений O через ряд отдельных точек, неизменно связанный с подвижною плоскостью подвижный многоугольник центров перемещения перекачивается (без скольжения) своими сторонами по неизменно связанному с неподвижною плоскостью

¹⁾ На черт. 41 плоскость чертежа (лист бумаги) изображает обе совмещенные плоскости, т. е. и неподвижную и подвижную плоскость в момент нахождения отрезка в первоначальном своем положении PQ , а центра перемещений в первоначальном своем положении O . Поэтому соответствующие вершины обоих многоугольников (многоугольника O_1O_2 , расположенного в неподвижной плоскости, и многоугольника MM_1M_2 , расположенного в подвижной плоскости) на чертеже показаны совпадающими в точке O .

неподвижному многоугольнику центров перемещений, причем вершины этих многоугольников последовательно совпадают в точках последовательного нахождения центра перемещения.

Ст. 3.

§ 16. Мгновенный центр.

(Непрерывное плоское движение плоской фигуры).

Неподвижная центроида или полюдия.—Подвижная центроида или серполюдия.—Мгновенный центр.—Мгновенный радиус.—Теорема Пуансо.—Построение центроид по заданным траекториям двух точек.—Построение траектории по заданным центроидам.—Центроиды в относительном плоском движении двух плоских систем.

В рассмотренном нами случае движение отрезка PQ , неизменно связанного с подвижною плоскостью, было задано рядом отдельных положений, которые последовательно занимал этот отрезок в неподвижной плоскости, причем центр перемещения при перемещении отрезка двигался скачками по вершинам многоугольника центров перемещений. Положим теперь, что движением отрезка PQ , неизменно связанного с подвижною плоскостью, задано нам в виде непрерывных траекторий концов P и Q этого отрезка. Очевидно, что, зная длину отрезка PQ и вид и положение непрерывных траекторий точек P и Q , мы можем построить сколько угодно отдельных положений, занимаемых отрезком PQ во время своего движения, и, следовательно, этот случай мы можем свести к предыдущему, с той только разницею, что соседние заданные нам положения отрезка могут быть приняты нами как угодно близкими, т. е. расстояния между соседними положениями могут быть сделаны как угодно малыми.

При сближении между собою соседних положений отрезка PQ , соседние вершины в каждом из обоих многоугольников центров перемещения будут, очевидно, также сближаться, причем в пределе, при непрерывном движении концов отрезка PQ по своим траекториям (т. е. при бесконечно-малых расстояниях между двумя последовательными положениями отрезка PQ), оба многоугольника перейдут в соответствующие непрерывные кривые, называемые центроидами или полюдиями. Неподвижный многоугольник центров перемещений превратится при этом в неподвижную центроиду или полюдию, а подвижный—в подвижную центроиду или серполюдию.

Выше нами было установлено, что при движении отрезка PQ через ряд отдельных положений, подвижный многоугольник центров перемещений перекачивается без скольжения по неподвижному многоугольнику, причем оба многоугольника всегда имели одну общую вершину в точке нахождения центра перемещения O . Следовательно, в рассматриваемом теперь случае непрерывного движения концов отрезка по своим траекториям подвижная центроида катится без скольжения по неподвижной центроиде, причем обе эти кривые имеют всегда одну общую точку взаимного касания, соответствующую положению центра перемещения.

В разобранным в предыдущем параграфе случае движения отрезка PQ через последовательный ряд отдельных заданных положений центр перемещения O передвигался скачками с остановками в вершинах многоугольников, причем нахождение его в одной из этих вершин продолжалось все время, пока отрезок PQ перемещался из предыдущего в последующее свое положение.

Теперь, в случае непрерывного движения концов отрезка PQ по своим траекториям, центр перемещения O , в виду отсутствия вершин, исчезающих при превращении многоугольников в кривые, перемещается по центроидам без скачков, т. е. непрерывно, но зато и без остановок, т. е. постоянно. Поэтому в данном случае приходится говорить не о неподвижном полюсе, служащем в течение определенного промежутка времени центром перемещения, а о полюсе, непрерывно меняющем свое место, каждое положение которого служит центром вращения лишь в одно определенное мгновение.

Этот непрерывно движущийся центр перемещений носит название мгновенного центра, так как движение отрезка PQ в любой момент можно рассматривать, как мгновенное вращение около того положения центра перемещений, которое соответствует этому моменту, т. е. около положения мгновенного центра. Отрезок, определяемый по величине и направлению расстоянием от данного положения движущейся точки до соответствующего этому моменту положения мгновенного центра, носит название мгновенного радиуса.

Изложенное приводит нас к следующей картине.

При непрерывном движении концов отрезка PQ , неизменно связанного с подвижной плоскостью, по определенным траекториям, лежащим в неподвижной плоскости, т. е. при непрерывном перемещении мгновенного центра в обеих плоскостях, неизменно связанная с подвижной плоскостью подвижная центроида (траектория движения мгновенного центра в подвижной плоскости) катится без скольжения по неизменно связанной с неподвижной плоскостью неподвижной центроиде (траектории движения мгновенного центра в неподвижной плоскости), причем обе эти кривые постоянно касаются друг друга в соответствующем положении мгновенного центра.

Так как непрерывное движение по определенным траекториям точек P и Q , неизменно связанных с подвижной плоскостью, является лишь способом задания движения всей подвижной плоскости, то полученный результат можно выразить в форме более общего положения, известного под названием теоремы Пуансо.

Всякое движение плоской фигуры в ее плоскости можно рассматривать, как катание без скольжения неизменно связанной с плоскостью фигуры и соответствующей этому движению подвижной центроиды по соответствующей этому движению неподвижной центроиде.

Из всего сказанного мы видим, что геометрические свойства всякого плоского движения, вообще говоря, могут быть заданы двояко:

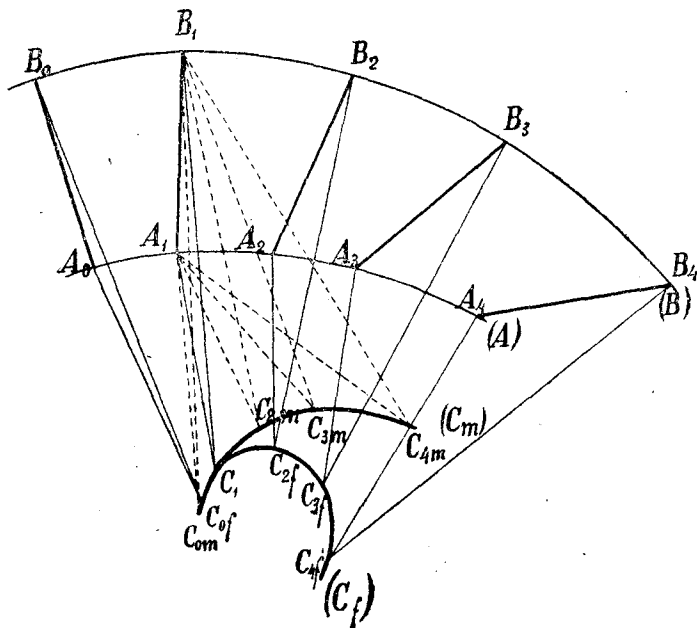
— или путем задания формы и положения двух определенных траекторий, по которым при данном движении перемещаются две любые точки подвижной плоскости,

— или путем задания формы и положения двух определенных центроид, т. е. подвижной и неподвижной траекторий, по которым при данном движении перемещается мгновенный центр.

Оба эти способа задания вполне равноценны, и от любого из них легко можно перейти к другому.

Покажем, прежде всего, способ отыскания центроид по заданным траекториям двух точек подвижной плоскости. Так как движение всякой точки подвижной плоскости можно, как это указывалось выше, рассматривать в любой момент, как мгновенное вращение около соответствующего положения мгновенного центра, то мгновенное направление движения всякой точки, т. е. направление касательной к траектории ее движения, будет в любой момент перпендикулярно к мгновенному радиусу, проходящему через соответствующее этому моменту положение мгновен-

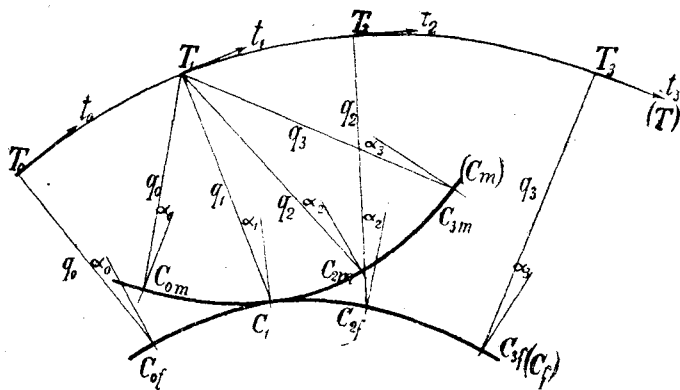
ного центра; таким образом, в любой точке траектории мгновенный радиус будет всегда совпадать с нормалью к траектории, а, следовательно, мгновенный центр, соответствующий данному положению движущейся точки на ее траектории, будет всегда лежать на нормали, проведенной к траектории из данного положения точки. Таким образом, имея определенное положение двух точек A и B на данных нам траекториях этих точек, мы можем найти соответствующее этому моменту положение мгновенного центра C , построив точку пересечения двух нормалей, восстановленных к каждой из траекторий в месте нахождения на ней движущейся по траектории точки. Повторяя (черт. 42) это построение для ряда различных одновременных положений двух заданных нам



Черт. 42.

точек, т. е. последовательно находя точки пересечения перпендикуляров (к траекториям) A_1C_1 и B_1C_1 , A_2C_{2f} и B_2C_{2f} и т. д., мы найдем ряд последовательных положений C_1 , C_{2f} , C_{3f} и т. д. мгновенного центра C , т. е. построим по ряду точек неподвижную центроиду (C_f). Построив неподвижную центроиду, мы будем знать в любой момент времени относительное расположение точек A , B и C ; зная в любой момент одновременное положение точек A , B и C , т. е., имея в любом положении отрезка AB расстояния AC и BC , соответствующие этому моменту положения мгновенного центра C , мы легко сможем определить передвижение мгновенного центра относительно первоначального положения A_0 , B_0 отрезка AB , т. е. построить подвижную центроиду. Для этой цели, очевидно, достаточно сделать из точек A_0 и B_0 (т. е. концов первоначального положения отрезка AB) ряд одновременных последовательных засечек радиусами A_1C_1 и B_1C_1 , A_2C_{2f} и B_2C_{2f} и т. д. (т. е. радиусами, соответствующими расстояниям мгновенного центра от концов последующих положений отрезка AB); ряд полученных точек покажет, очевидно, как меняется с течением времени положение мгновенного центра относительно первоначального положения точек A и B , т. е. определит собою подвижную центроиду (C_m).

Посмотрим теперь, как решается обратная задача, т. е. покажем способ отыскания траектории точки по заданной форме и положению соответствующих центроид. Положим, что данные нам центроиды (C_f) и (C_m) (черт. 43) касаются друг друга в точке C_1 , т. е., что в рассматриваемый нами момент времени мгновенный центр S находится в положении C_1 ; пусть в это время точка T , траекторию которой мы ищем, находится в положении T_1 . Отрезок $T_1 C_1 = q_1$ представляет собою, очевидно, мгновенный радиус, соответствующий точке T_1 , а потому направление движения точек T в момент ее нахождения в положении T_1 будет перпендикулярно мгновенному радиусу $T_1 C_1$; поэтому, проведя через точку T_1 линию $t_1 \perp q_1$, мы получим направление касательной к искомой траектории в точке T_1 . Возьмем теперь на подвижной центроиде какую-либо другую точку C_{2m} и определим взаимное расположение точек T_1 и C_{2m} ; относительное положение этих точек можно характеризовать двумя величинами: расстоянием между ними $T_1 C_{2m} = q_2$ и углом α_2 между направлением этого расстояния и нормалью к подвижной центроиде. Так как подвижная центроида (C_m) при движении точки T катится по неподвижной центроиде (C_f) , будучи неизменно связана с точкой T ,



Черт. 43.

то величины q_2 и α_2 при катании подвижной центроиды, очевидно, не изменяются и всегда (т. е. при любом положении подвижной центроиды) определяют собою относительное положение точек T_1 и C_{2m} . Отложив на неподвижной центроиде расстояние $C_1 C_{2f} = C_1 C_{2m}$, мы, очевидно, получим на этой центроиде точку C_{2f} , с которой через некоторое время совпадет точка C_{2m} подвижной центроиды при катании ее без скольжения по неподвижной центроиде; при этом направление нормали к подвижной центроиде в точке C_{2m} совпадет с направлением нормали к неподвижной центроиде в точке C_{2f} . Очевидно, мы очень легко сможем построить новое положение T_2 движущейся точки T , соответствующее этому новому положению точки C_{2m} ; действительно, относительное положение точек T и C_{2m} , характеризующееся величинами q_2 и α_2 , не изменилось оттого, что точка C_{2m} пришла в новое свое положение, т. е. в точку C_{2f} ; поэтому, восстановив из точки C_{2f} (т. е. из нового положения точки C_{2m}) нормаль к неподвижной центроиде (нормаль эта, согласно изложенному выше, будет в то же время нормалью к подвижной центроиде), мы, для нахождения положения точки T , неизменно связанной с точкой C_{2m} , должны, попрежнему, провести прямую $C_{2f} T_2$ под прежним углом α_2 к нормали подвижной центроиды и, отложив на этой прямой прежний отрезок $q_2 = C_{2f} T_2$, конец которого и покажет, очевидно, новое положение T_2 движущейся точки T ,

а прямая $t_2 \perp q_2$, проходящая через точку T_2 , определит направление касательной к искомой траектории в точке T_2 .

Продолжая производить такое же построение и далее для следующих точек подвижной центроиды мы получим ряд точек $T_1, T_2, T_3 \dots$ и т. д., через которые, при катании подвижной центроиды по неподвижной, пройдет движущаяся точка T и ряд касательных $t_1, t_2, t_3 \dots$ и т. д. в этих точках к траектории движения. Очевидно, что по ряду точек и ряду касательных мы легко сумеем построить и траекторию.

До сих пор мы рассматривали движение подвижной фигуры, связанной с подвижной плоскостью (плоскостью I) по отношению к некоторой основной плоскости (плоскости II), принимаемой нами за неподвижную, причем мы свели это движение к катанию без скольжения подвижной центроиды, неизменно связанной с плоскостью I, по неподвижной центроиде, неизменно связанной с плоскостью II. Однако, относительное движение этих плоскостей останется, очевидно, тем же самым, если мы будем исходить из обратного предположения, т. е., если мы примем, что плоскость I, являясь основной, остается неподвижной, а плоскость II движется по отношению к плоскости I. Так как относительное движение плоскостей будет прежним, то форма и относительное движение центроид останется, очевидно, прежним, с тою только разницею, что прежняя подвижная центроида, как кривая, неизменно связанная с плоскостью I, превратится теперь в неподвижную центроиду, а прежняя неподвижная центроида при движении плоскости II будет катиться по первой центроиде.

Отсюда мы приходим к конечному выводу в наиболее общей его форме.

Относительное плоское движение двух плоских систем определяется взаимным катанием (без скольжения) друг по другу двух центроид, из которых одна неизменно связана с первою системою, а другая со второю.

Способ изображения и задания плоского движения в виде катания подвижной центроиды по неподвижной, кроме своей очевидной наглядности, имеет в применении своем к изучению движения механизмов еще и то несомненное удобство, что во многих механизмах создание требуемого плоского движения иногда и достигается именно тем, что движущимися друг по другу частям машины придаются очертания соответствующих требуемых движением центроид, причем части эти заставляют принудительно катиться друг по другу без скольжения. Вообще, катание без скольжения, в виду простоты и удобства своего осуществления, играет во многих машинах весьма важную роль: таково, например, движение вагонного колеса по рельсу или движение колес трения, т. е. так называемой фрикционной передачи, в которой два взаимно прижатых друг к другу цилиндрических колеса катятся друг по другу без скольжения, причем вращение одного колеса, благодаря возникающей между ними силе трения, передается другому колесу.

Ст. 4.

§ 17. Круги Кардана, как центроиды плоского эллиптического и антиэллиптического движения.

Большой круг Кардана. — Малый круг Кардана. — Крестовый эллипсограф. — Овальный патрон Леонардо да-Винчи. — Муфта Ольдгема. — Катящиеся круговые рычаги.

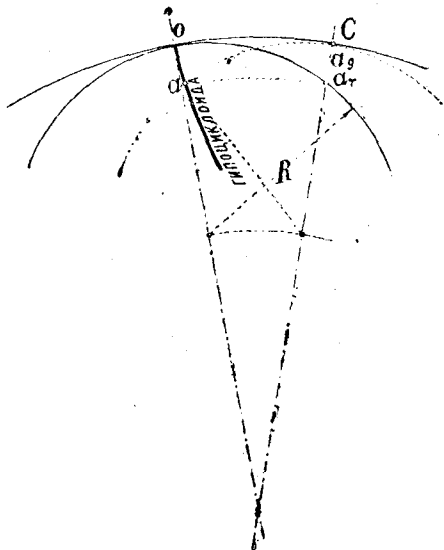
Применим изложенное в предыдущем параграфе к рассмотрению взаимного катания центроид в одном частном случае плоского движения, имеющего применение в целом ряде механизмов, а именно, в случаях так называемого эллиптического и антиэллиптического движений.

Очевидно, что обе центроиды, имея общую точку C и общую к ней нормаль CO_f , взаимно касаются друг друга в мгновенном центре.

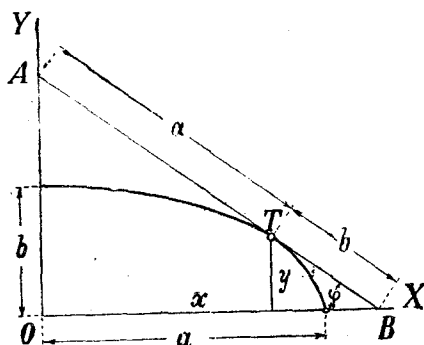
Выше было установлено, что при движении данной системы подвижная центроида катится без скольжения по неподвижной. Поэтому в данном случае, при скольжении отрезка $AB = a$ своими концами по прямоугольным координатным осям, неизменно связанная с этим отрезком окружность диаметра a с центром O_m в середине этого отрезка (малый круг) катится без скольжения внутри неподвижной окружности двойного диаметра $2a$ с неподвижным центром O_f в начале координат (большой круг).

Окружности эти носят название кругов Кардана.

Катание малого круга внутри большого, вообще говоря, носит название гипоциклического движения, так как точки малой окружности вычерчивают при этом катании особые кривые, называемые гипоциклоидами (черт. 45). Таким образом, можно сказать, что при скольжении отрезка AB своими концами по координатным осям, малый круг Кардана гипоциклически катится по соответствующему большому кругу Кардана.



Черт. 45.



Черт. 46.

Мы видим, что малый круг Кардана (подвижная центроида) неизменно связан с отрезком (подвижной фигурой), а большой круг Кардана (неподвижная центроида) с координатными осями X и Y (неподвижная координатная система).

Будем называть подвижную плоскость, неизменно связанную с отрезком AB и с малым кругом Кардана, плоскостью I, а неподвижную плоскость, неизменно связанную с координатными осями и с большим кругом Кардана, — плоскостью II. Движение подвижной плоскости I относительно неподвижной плоскости II было задано нам в рассмотренном нами примере прямолинейным скольжением подвижного отрезка AB своими концами по неподвижным координатным осям; но мы только что видели, что скольжение отрезка своими концами по взаимно перпендикулярным прямым сопровождается гипоциклическим катанием малого круга Кардана по соответствующему большому кругу Кардана, в виду чего то же самое движение плоскости I относительно плоскости II можно было бы задать и иначе, а именно катанием малого круга Кардана внутри большого.

Оба эти задания (прямолинейное скольжение концов отрезка по взаимно-перпендикулярным прямым и гипоциклическое катание малого круга Кардана по большому) совершенно равноценны, давая, в результате, очевидно, одно

и то же движение плоскости I относительно плоскости II. Это движение носит название эллиптического движения, так как отдельные точки подвижной плоскости при таком движении вычерчивают в общем случае эллипс. Действительно, обозначая через x и y (черт. 46) переменные координаты точки T , лежащей на скользящем своими концами по координатным осям отрезке AB (в расстоянии a от конца A и в расстоянии b от конца B отрезка AB) и через ϑ переменный угол, составляемый отрезком AB при его скольжении с отрицательным направлением оси X -ов, имеем:

$$\begin{aligned} x &= a \cos \vartheta \\ y &= b \sin \vartheta, \end{aligned}$$

откуда, исключая из этих уравнений переменный угол ϑ , получаем уравнение траектории точки T , т. е. уравнение кривой, вычерчиваемой подвижной точкой T , в виде равенства:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

что соответствует эллипсу с полуосями a и b , отнесенному к осям X и Y ¹⁾. Все сказанное относится не только к траектории любой точки T , лежащей на данном отрезке AB , скользящем своими концами по данным координатным осям X и Y , но к траекториям всякой вообще точки T' , лежащей в подвижной плоскости I. Действительно, через всякую точку T' подвижной плоскости можно провести диаметр $A'B'$ малого круга Кардана, соответствующего данному движению подвижной плоскости; соединив концы A' и B' этого диаметра с началом координат O_f прямыми $A'O_f$ и $B'O_f$ (эти прямые будут взаимно перпендикулярны, так как начало координат O_f лежит на окружности малого круга, потому что малый круг Кардана во всех своих положениях проходит через начало координат), мы получим систему новых прямоугольных осей X' и Y' , в которых отрезок $A'B'$ и точка T' играют, очевидно, ту же роль, какую играют отрезок AB и точка T в системе прежних осей X и Y ; следовательно, при движении плоскости I относительно плоскости II, т. е. при катании малого круга по большому, концы A' и B' нового отрезка $A'B'$ будут скользить по взаимно перпендикулярным прямым X' и Y' , а точка T' будет, по доказанному выше, вычерчивать эллипс.

До сих пор, рассматривая относительное движение плоскости I по отношению к плоскости II, мы принимали за подвижную плоскость — плоскость I, а плоскость II считали неподвижной; другими словами, мы рассматривали явление, как скольжение концов подвижного отрезка по неподвижным взаимно перпендикулярным прямым, или внутреннее катание подвижного малого круга по неподвижному большому кругу. Однако, относительное движение этих плоскостей останется, очевидно, тем же самым, если мы будем исходить из обратного предположения, т. е. если мы примем, что неподвижной остается плоскость I, а плоскость II движется относительно ее; другими словами, мы можем с тем же правом рассматривать это явление, как скольжение подвижных взаимно перпендикулярных прямых (сторон прямого угла) по концам неподвижного отрезка, и внешнее катание по

¹⁾ В частных случаях этот эллипс превращается в окружность или в прямую. При $a = b$, т. е. когда точка T лежит в середине отрезка AB , эллипс превращается в окружность $x^2 + y^2 = a^2$ с центром в начале координат и радиусом $\frac{AB}{2}$, и при $a = 0$ или $b = 0$ — в прямые $x = 0$ и $y = 0$, т. е. в координатные оси.

движного большого круга по неподвижному малому. Катание большого круга по малому, расположенному внутри его, носит название перидиклического движения, а общее движение плоскости II по отношению к плоскости I, осуществляемое при этом катании, называется в этом случае антиэллиптическим движением; при этом движении различные точки подвижной плоскости II вычерчивают в неподвижной плоскости I сложные кривые 4 порядка, принадлежащие к семейству циклических кривых или трохоид, называемые улитками Паскаля.

Подводя итог всему сказанному, мы видим, что рассмотренное нами относительное движение двух плоскостей, характеризуемое взаимным катанием друг по другу двух кругов Кардана, можно осуществить двояким способом:

— или заставив плоскость I двигаться эллиптическим движением по неподвижной плоскости II, при чем различные точки подвижной плоскости будут вычерчивать в неподвижной плоскости эллипсы,

— или заставить плоскость II двигаться антиэллиптическим движением по неподвижной плоскости I, при чем различные точки подвижной плоскости будут в этом случае вычерчивать в неподвижной плоскости кривые, называемые улитками Паскаля.

В свою очередь каждый из этих видов движения мы можем осуществить также двояко.

Для создания эллиптического движения мы можем:

— или заставить подвижный отрезок прямой прямолинейно скользить своими концами по двум неподвижным взаимноперпендикулярным прямым.

— или заставить подвижный малый круг Кардана катиться по неподвижному большому кругу гиподиклическим катанием.

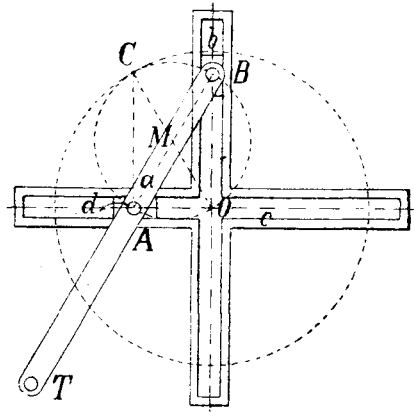
Для создания антиэллиптического движения мы можем:

— или заставить две взаимно перпендикулярные прямые скользить по концам неподвижного отрезка,

— или заставить подвижный большой круг Кардана катиться по неподвижному малому кругу, заключенному внутри первого, перидиклическим катанием.

Все эти четыре способа приводят, очевидно, к одной и той же кинематической цели, давая тождественный кинематический результат, и выбор любого из них зависит всецело от тех разнообразных требований, которые предъявляют к конструкции механизма различные условия и специальная цель его работы.

Укажем, прежде всего, на механизм прибора, называемого крестовым эллипсографом или эллиптическим циркулем, служащего для механического вычерчивания эллипсов (черт. 47). Этот механизм состоит из неподвижной крестообразной рамы с двумя взаимно перпендикулярными прорезами, в которых, как в направляющих параллелях, могут скользить два ползуна; эти ползуны при помощи особых шипов могут шарнирно сцепляться с различными точками прямолинейного стержня. Соединив ползуны с определенными точками A и B стержня и заставляя эти ползуны скользить по прорезам крестообразной рамы, мы, очевидно, осуществляем прямолинейное сколь-



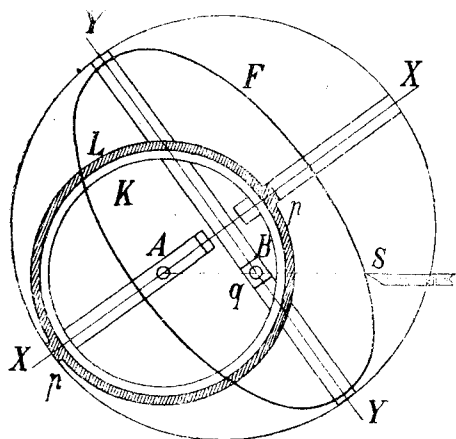
Черт. 47.

жение концов A и B отрезка AB по двум взаимно перпендикулярным прямым, а, следовательно, согласно показанному выше, создаем эллиптическое движение, заставляя любую точку стержня вычерчивать в плоскости рамы эллипс. Стержень AB снабжается по своей длине рядом отверстий для карандаша, который и вычерчивает при движении частей механизма на неподвижной плоскости эллипс.

В виде следующего примера укажем на механизм так называемого овального патрона, или эллиптического станка для вытачивания эллипсов, изобретенного еще Леонардо-Да-Винчи и усовершенствованного Рело (черт. 48).

Устройство этого механизма основано на следующей схеме.

Механизм имеет две неподвижных точки A и B . Основными частями овального патрона являются два круга: неподвижный круг K с центром в первой неподвижной точке A и подвижный круг F с центром в подвижной точке пересечения взаимно перпендикулярных диаметров X и Y этого круга. Подвижный круг F может эксцентрично вращаться около второй неподвижной точки B , несовпадающей с его центром. Один из диаметров



Черт. 48.

подвижного круга F (диаметр Y) при всех положениях механизма должен всегда проходить через неподвижную точку B (центр вращения подвижного круга); для этой цели по направлению этого диаметра в подвижном круге сделана направляющая канавка YY' , которая может скользить по ползуну q , шарнирно соединенному с неподвижной точкой B ; очевидно, такое устройство обеспечивает постоянное прохождение диаметра Y через точку B . Другой из указанных выше диаметров подвижного круга F (диаметр X , перпендикулярный первому диаметру Y) должен при всех положениях механизма всегда проходить через неподвижную точку A (центр неподвижного круга); для этой цели по

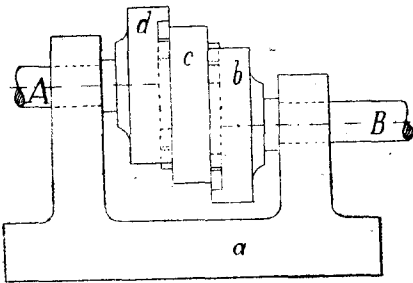
направлению этого диаметра в подвижном круге сделана вторая направляющая канавка XX' (перпендикулярная первой канавке YY'), в которой и могут скользить два составляющих одно целое ползуна p ; эти ползуны представляют собою диаметрально противоположные выступы одного и того же подвижного кольца L , концентрично насаженного на неподвижный круг K ; таким образом, линия, соединяющая между собою центры ползунов p , а следовательно и диаметр XX' подвижного круга K , всегда проходит через неподвижную точку A , как центр неподвижного круга.

Неподвижная точка B является центром вращения подвижного круга F , т. е. точка эта изображает собою на чертеже рабочую ось (шпиндель токарного станка), на которую наглухо насажен подвижный круг F с взаимно перпендикулярными канавками—диаметрами YY' и XX' . При вращении рабочего вала, подвижный круг F вращается около точки B , при чем, благодаря описанному выше устройству ползунов q и p и канавок YY' и XX' , стороны прямого угла между взаимно перпендикулярными канавками постоянно проходят через неподвижные точки A и B . Очевидно, что такой конструкцией мы осуществляем скольжение сторон подвижного прямого угла (между диаметрами X и Y) по концам A и B неподвижного отрезка AB , а следова-

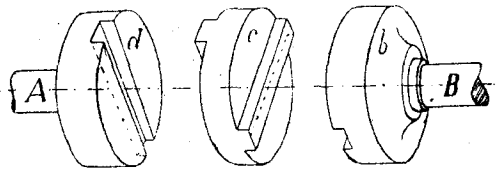
тельно, согласно изложенному, создаем антиэллиптическое движение плоскости подвижного круга F по отношению к плоскости неподвижного круга K .

Подвижный круг F является подвижным патроном, к которому прикрепляется обрабатываемый предмет, а неподвижный круг K представляет часть станины, на которой неподвижно устанавливается резец S ¹⁾. Согласно изложенному выше, при такой конструкции, любая точка патрона вычертит в плоскости станины улитку Паскаля, а любая точка станины (а следовательно и резец) вычертит в плоскости патрона (а следовательно вырежет в обрабатываемом предмете) эллипс; последнее и составляет цель устройства всего механизма.

Другое применение тот же механизм получает в так называемом шарнире или муфте Ольдгема (черт. 49), служащем для соединения двух вращающихся с одной и той же угловой скоростью параллельных валов, оси которых не совпадают. На концы этих валов наглухо насаживаются круглые диски b и d , имеющие каждый по одному прямоугольному диаметральному каналу (пазу); между дисками плотно вставляется круглая промежуточная шайба c , на противоположных гранях которой делается по одному прямоугольному диаметрально расположенному выступу (ребру), точно пригнанному к диаметрально каналам соответствующего диска и могущему скользить в этом



Черт. 49.



Черт. 49а.

канале. Оба эти выступа располагаются перпендикулярно друг другу, при чем пересечение их, очевидно, соответствует центру шайбы. При вращении одного из валов, т. е. при вращении одного из крайних дисков, средняя шайба, вращаясь, одновременно скользит своими ребрами в пазах обоих дисков и передает вращение другому крайнему диску, т. е. второму валу.

Так как диаметрально каналы обоих дисков прорезаны через центр соответствующего диска, то и диаметрально выступы шайбы, скользящие в пазах этих каналов, всегда проходят через эти центры. Имея при этом в виду, что оба эти центра, как точки, лежащие на осях валов, остаются, при вращении валов, неподвижными, легко заметить, что центр шайбы (т. е. точка пересечения диаметральных выступов шайбы) является вершиною прямого угла (образованного ребрами шайбы), стороны которого при движении шайбы постоянно проходят через две неподвижные точки — центры обоих дисков. Отсюда ясно, что шайба движется относительно обоих дисков антиэллиптическим движением, т. е. движение шайбы муфты Ольдгема будет тождественно движению патрона эллиптического станка Леонардо-Да-Винчи. Шарнир Ольдгема применяется, например, в длинных паровых валах, приводящих в движение гребные винты.

¹⁾ В токарных станках орудие (резец) делается неподвижным, а обрабатываемый предмет движущимся.

Укажем, наконец, на применение рассмотренного нами относительного движения в механизме так называемых катящихся рычагов. Этот механизм, служащий для получения прямолинейного движения, состоит из двух криволинейных рычагов: один из них (неподвижный) очерчен по части дуги большого круга Кардана, а другой (подвижный) по части дуги малого круга Кардана, при чем подвижный рычаг при помощи особой шарнирной тяги перекачивается без скольжения по неподвижному. После всего изложенного совершенно очевидно (см. выше черт. 44), что точка A подвижного рычага (части малого круга) при катании его по неподвижному рычагу (части большого круга) будет принудительно двигаться по оси Y -ов, т. е. по прямой, а потому два катящихся друг по другу круговых рычага в этом механизме могут быть применены в роли так называемого „прямилы“, т. е. механизма, определенная точка которого принудительно движется по прямой. В этой конструкции механически осуществлено чистое катание центроид.

Ст. 5.

§ 18. Мгновенная скорость.

(Закон взаимного катания центроид).

Изучая в предыдущих параграфах плоское движение плоской фигуры, мы рассматривали это движение исключительно с точки зрения формы траекторий различных точек этой фигуры; сведя всякое плоское движение к взаимному катанию двух центроид, вид которых всецело определяется формой этих траекторий, мы до сих пор совершенно не касались вопроса о том, как будет протекать это явление во времени, т. е. каким образом будет происходить взаимное катание заданных нам или построенных нами центроид, или, что тоже самое, как будут двигаться различные точки плоской фигуры по своим траекториям. Другими словами, мы имели до сего времени в виду чисто геометрические элементы плоского движения, т. е. форму траекторий и вид центроид, оставив пока в стороне его механические элементы, т. е. скорость и ускорение.

Рассмотрим, прежде всего, как определяется скорость различных точек механизма.

В теоретической механике нам дается наиболее общее решение этого вопроса. Действительно, имея заданное нам плоское движение в виде двух уравнений

$$\begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t), \end{aligned}$$

выражающих значение переменных прямоугольных координат x и y движущейся точки в виде функций от времени, и заметив, что направление скорости v в любой момент совпадает с направлением касательной к траектории, мы, как известно, получим проекции v_x и v_y скорости v на те же координатные оси в виде равенств:

$$v_x = x' = \frac{dx}{dt} = f_1'(t)$$

и

$$v_y = y' = \frac{dy}{dt} = f_2'(t),$$

а величину скорости v в виде равенства

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Однако, выше было уже отмечено, что пользование общими уравнениями теоретической механики, разлагающими всякое движение на составляющие по взаимно перпендикулярным осям, давая исчерпывающее решение вопроса в общем случае, не всегда является наиболее удобным для целей прикладной механики вообще и кинематики механизмов в частности, так как практическая механика постоянно стремится к более наглядным и конкретным приемам исследования. Подобно тому, как в предыдущем отделе при рассмотрении геометрических элементов плоского движения мы заменили аналитическое исследование уравнений $x = f_1(t)$ и $y = f_2(t)$, определяющих свою совокупностью траектории различных точек плоской фигуры, геометрическим построением двух катящихся друг по другу центроид, так и теперь, при изучении механических элементов плоского движения, мы заменим аналитическое исследование уравнений $x' = f_1'(t)$ и $y' = f_2'(t)$, выражающих собою проекции скорости на координатные оси, более наглядным и простым геометрическим приемом построения для любой точки механизма ее скорости, соответствующей данному положению механизма.

Прежде, чем перейти к изложению этого приема, заметим, что движение отдельной точки в механизме обычно задается не системой двух уравнений $x = f_1(t)$ и $y = f_2(t)$, а путем задания ее траектории и законом перемещения точки по этой траектории.

В общем случае какого угодно криволинейного движения закон этот дается в виде уравнения

$$s = \varphi(t),$$

где s есть расстояние, пройденное точкой по заданной траектории, считая это расстояние от некоторого начального положения точки; при этих условиях величина скорости, направленной в любой момент по касательной к траектории, выразится, как известно, равенством:

$$v = s' = \frac{ds}{dt} = \varphi'(t).$$

Оба эти равенства мы можем удобно изобразить графически, откладывая в условных масштабах по оси абсцисс время t , а по оси ординат соответствующие различным значениям t пути $s = \varphi(t)$ и скорости $v = \varphi'(t)$ и получив таким образом две диаграммы: в первом случае кривую расстояний и во втором случае кривую скоростей, дающие наглядную картину изменений во времени как пройденного данной точкой пути, так и приобретенной ею скорости.

В частном случае, когда заданная траектория представляет собою круг, т. е. когда мы имеем дело с вращением, дуга окружности, равная расстоянию s , пройденному движущейся точкой по кругу и отсчитанному от некоторого начального положения, как известно, пропорциональна центральному углу ϑ , описанному за это время радиусом вектором точки и отсчитанному от начального направления этого радиуса, соответствующего начальному положению точки на траектории, т. е. в случае вращения

$$s = r\vartheta,$$

где r есть радиус траектории. Поэтому в данном случае, закон перемещения точки по траектории может быть формулирован при помощи уравнения, выражающего закон изменения центрального угла ϑ в зависимости от времени, т. е. при помощи равенства $\vartheta = \varphi(t)$, при чем закон перемещения точки по окружности получит в этом случае вид:

$$s = r\varphi(t),$$

а величина линейной скорости v этого вращения выразится равенством

$$v = \frac{ds}{dt} = r\varphi'(t) = r \frac{d\vartheta}{dt} = r\omega,$$

где $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$ представляет собою скорость изменения центрального угла ϑ и называется, как известно, угловой скоростью.

Мы видели, однако, что, согласно теоремам Шалля и Пуансо, всякое плоское движение в любой момент времени мы можем рассматривать, как мгновенное вращение в течение бесконечно малого промежутка времени около соответствующего данному моменту положения мгновенного центра.

При таких условиях при всяком плоском движении наблюдаемая в данный момент скорость (мгновенная скорость) любой точки представляет собою мгновенную вращательную скорость при вращении этой точки около соответствующего данному моменту положения мгновенного центра, а потому искомая скорость v 1) по направлению всегда перпендикулярна переменному направлению мгновенного радиуса r_t и 2) по величине равна произведению $r_t\omega_t$ переменной длины мгновенного радиуса r_t на величину соответствующей данному моменту мгновенной угловой скорости ω_t .

Так как при данном положении движущейся точки для нахождения направления и величины мгновенного радиуса r_t необходимо знать соответствующее положение мгновенного центра, то для определения величины и направления скорости v любой точки плоского механизма при данном его положении, необходимо для любого положения каждой части механизма уметь находить соответствующее положение мгновенного центра и знать соответствующее этому моменту значение мгновенной угловой скорости.

Очевидно, оба эти элемента (положение мгновенного центра и значение мгновенной угловой скорости) мы легко сможем определить для любого момента времени, если только нам будет задана не только геометрическая форма центроид, соответствующих данному плоскому движению, но и закон катания подвижной центроиды по неподвижной: действительно, зная этот закон, мы сумеем для любого момента времени найти как точку взаимного касания этих кривых (т. е. положение мгновенного центра), так и угол поворота подвижной центроиды около этой точки за бесконечно малый промежуток времени, следующий за рассматриваемым моментом (т. е. мгновенную угловую скорость). Таким образом мы переходим к наиболее общему положению, которое можно формулировать в следующем виде:

Подобно тому, как геометрические элементы данного нам плоского движения (т. е. вид траекторий различных точек подвижной плоскости) определяются формой соответствующих данному движению центроид, так механические элементы этого движения (т. е. значения мгновенных скоростей различных точек подвижной плоскости) определяются законом катания этих центроид.

Закон катания подвижной центроиды по неподвижной дает нам полную и исчерпывающую картину изменения скоростей различных точек любой части данного механизма и наиболее общий способ нахождения мгновенных скоростей этих точек в любой момент времени, т. е. при любом положении механизма.

Однако, при решении целого ряда имеющих большое практическое значение задач о нахождении мгновенных скоростей различных точек механизмов при различных их положениях, нет никакой надобности отыскивать вид общего закона взаимного катания центроид, так как частное решение конкретной задачи, соответствующее определенному положению механизма, может быть во многих случаях достаточно просто найдено при помощи элементарного геометрического построения. Это построение основано, во-первых, на графическом приеме быстрого нахождения соответствующих любому положению механизма мгновенных центров в относительных движениях любой его части и, во-вторых, на простом геометрическом способе определения, при помощи понятия о так называемых радиальных скоростях, величин и направлений одновременных скоростей всех точек рассматриваемой части механизма по величине и направлению скорости одной его точки. К установлению этих приемов мы теперь и перейдем.

Ст. 6.

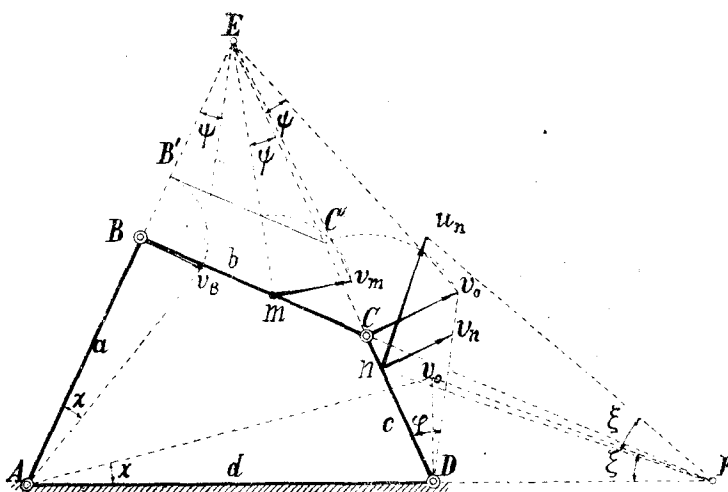
§ 19. Мгновенный центр в относительном движении.

Абсолютные и относительные движения звеньев механизма.—Общее число мгновенных центров в относительных движениях звеньев механизма.—Теорема Аронгольда и Кеннеди о трех полюсах.—Построение мгновенных центров звеньев шарнирного четырехсторонника.—Построение мгновенных центров кривошипного механизма.—

Выше нами было установлено, что всякое перемещение неизменяемой плоской фигуры в ее плоскости в любой момент времени можно рассматривать как мгновенное вращение ее около соответствующего этому моменту положения мгновенного центра или полюса. Однако, всякий плоский механизм, по самому определению своему, не представляет собою неизменяемой фигуры, а является фигурой изменяемой, так как состоит из ряда неизменяемых простых фигур (частей или звеньев механизма), могущих определенным образом двигаться друг относительно друга. Поэтому, при изучении движения механизма, нам приходится говорить не о положениях мгновенного центра всего механизма (так как различные части его движутся различно), а о положениях мгновенных центров отдельных неизменяемых звеньев этого механизма. Так как одно из этих звеньев (так называемая станина механизма) должно быть, как известно, закреплено неподвижно, то, наблюдая возможные перемещения остальных подвижных звеньев механизма, мы можем рассматривать движение каждого подвижного звена с двух точек зрения: или рассматривать движение каждого звена по отношению к неподвижной станине (это движение мы будем условно называть абсолютным движением данной части механизма) или рассматривать различные движения данного звена по отношению к любому из других подвижных звеньев того же механизма (эти движения мы будем называть относительными движениями данной части механизма). Очевидно абсолютное и относительное движения всякой части механизма будут существенно различны, а потому каждому из этих движений будут соответствовать различные мгновенные центры. Таким образом мы приходим к необходимости для каждого звена любого меха-

низма отличать мгновенные центры абсолютного и относительных перемещений π данного звена.

Взяв, например, простейший плоский шарнирный механизм (черт. 50), называемый шарнирным четырехсторонником и представляющий собою замкнутую цепь из четырех стержней, соединенных в узлах шарнирами, и считая, что станиной этого механизма является звено d , мы можем говорить о трех мгновенных центрах вращения трех звеньев (стержней a , b и c) данного механизма. Так как каждое из этих подвижных звеньев можно представить себе неизменно связанным с соответствующею ему подвижной плоскостью (плоскою системою), а неподвижное звено d — неизменно связанным с неподвижною основною плоскостью, то в данном случае мы имеем дело с одновременным плоским движением трех плоских систем (подвижных плоскостей) a , b и c по отношению к основной системе (неподвижной плоскости) d . Мы можем, однако, принять в



Черт. 50.

том же механизме за неподвижную станину не звено d , а любое из остальных трех звеньев a , b или c ; каждый из этих трех случаев ничем не будет отличаться от предыдущего с тою только разницею, что в каждом из этих случаев нам придется рассматривать одновременное плоское движение трех плоских систем (подвижных плоскостей) по отношению к различным основным системам (неподвижным плоскостям). Отсюда ясно, что для всестороннего изучения данного механизма нам надо рассмотреть в нем все возможные относительные движения любого его звена по отношению к каждому из остальных звеньев и научиться для любого положения механизма находить все мгновенные центры, соответствующие каждому из этих относительных движений. В рассматриваемом нами случае шарнирного четырехсторонника мы можем говорить об относительном движении каждого из четырех звеньев по отношению к каждому из трех остальных; однако, не все эти случаи будут различны друг от друга, так как, например, относительное движение звена a по отношению к звену d , конечно, тождественно относительному движению звена d по отношению к звену a ; очевидно, что число различных относительных движений звеньев рассматриваемого механизма будет равно числу различных сочетаний из четырех элементов по два, т. е. равно в данном случае $\frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$.

Следовательно, в случае шарнирного четырехсторонника в любом положении механизма мы можем говорить о положениях шести различных мгновенных центров, соответствующих шести возможным и различным относительным движениям звеньев данного механизма.

Вообще, имея n одновременно движущихся различных систем (n звеньев плоского механизма) и зная, что каждая пара этих систем в своем относительном движении будет иметь особый мгновенный центр или полюс, мы должны принять число различных мгновенных центров этого движения равным числу различных сочетаний из n элементов по два, т. е. числу
$$\frac{n \cdot (n - 1)}{1 \cdot 2}.$$

Приняв одну из этих n одновременно движущихся систем за неподвижную мы выделим из этих $\frac{n \cdot (n - 1)}{1 \cdot 2}$ возможных и различных относительных движений

$(n - 1)$ движений по отношению к неподвижной системе, которые мы, согласно изложенному выше, должны условно принять за абсолютные движения; остальные $\frac{n \cdot (n - 1)}{1 \cdot 2} - (n - 1) = \frac{(n - 1) \cdot (n - 2)}{1 \cdot 2}$ возможных и

различных относительных движений по отношению к движущимся системам, мы будем, согласно изложенному выше, попрежнему называть относительными движениями. Так, например, закрепив в разобранный выше примере шарнирного четырехсторонника звено d , т. е. приняв стержень d за станину,

мы выделим из $\frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$ различных относительных движений звеньев этого

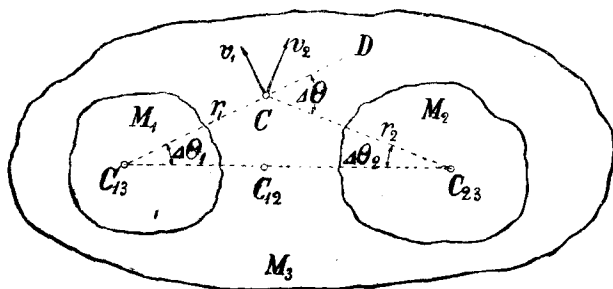
механизма $4 - 1 = 3$ движения относительно неподвижного звена (движения трех подвижных стержней a , b и c относительно станины d), которые при закреплении стержня d можно условно принять за абсолютные движения; в то же время мы можем в шарнирном четырехстороннике наряду с тремя абсолютными движениями подвижных звеньев a , b и c относительно станины d

говорить и о $\frac{(4 - 1)(4 - 2)}{1 \cdot 2} = 3$ относительных движениях трех остальных

подвижных звеньев a , b и c по отношению их друг к другу. Таким образом, рассматривая шарнирный четырехсторонник с одним неподвижным стержнем, мы можем говорить о трех мгновенных центрах трех различных абсолютных движений и трех мгновенных центрах трех возможных и различных относительных движений.

Положим теперь, что мы, имея n одновременно движущихся плоских систем, и считая одну из них неподвижной (т. е. принимая все движения по отношению к этой системе за абсолютные), отыскиваем положение мгновенного центра относительного движения двух абсолютно движущихся плоских систем M_1 и M_2 . Мгновенный центр вращения всякой плоской системы, по самому определению своему, в любой момент времени совпадает с той точкой этой системы, которая при рассматриваемом нами движении всей системы в данный момент принимается остающейся неподвижной; поэтому мгновенный центр вращения системы M_1 , по отношению к системе M_2 , есть та точка системы M_1 , которая в данный момент не движется относительно системы M_2 ; но эта же самая точка является также и мгновенным центром системы M_2 по отношению к системе M_1 , а следовательно, эта точка в данный момент не движется также и относительно системы M_1 . Таким образом, мы получаем, что искомым мгновенным центром относительного движения двух плоских систем M_1 и M_2 служит та точка плоскости обеих систем, относитель-

ная скорость которой по отношению к каждой из этих двух систем, равна нулю, т. е. которая одновременно находится в мгновенном относительном покое как по отношению к системе M_1 , так и по отношению к системе M_2 . Находясь одновременно в мгновенном относительном покое по отношению к обоим системам M_1 и M_2 , искомый мгновенный центр в силу этого находится, очевидно, в той точке плоскости обеих систем, для которой абсолютные скорости в обеих системах тождественны, т. е.



Черт. 51.

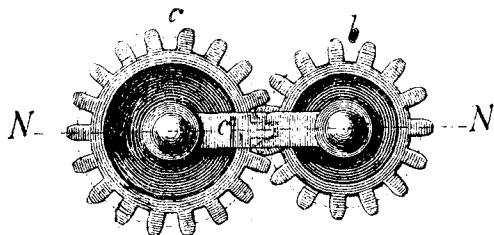
равны по величине и направлению. Такую роль играет в механизме, например, точка взаимного касания катящихся профилей или точка, являющаяся центром шарнира, соединяющего две части механизма.

Это соображение дает возможность установить весьма важное положение, существенно упрощающее способ нахождения мгновенных центров относитель-

ного движения и известное под именем теоремы Аронгольда и Кеннеди или теоремы о трех полюсах.

Для вывода этой теоремы допустим, что мы имеем две одновременно движущихся плоских системы M_1 и M_2 и одну плоскую систему M_3 , принимаемую нами за неподвижную (черт. 51 и 52). Согласно изложенному выше,

мы имеем в этом случае $\frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$ мгновенных центра, из которых два мгновенные центра C_{13} и C_{23} в абсолютных движениях подвижных систем M_1 и M_2



Черт. 52.

по отношению к неподвижной системе M_3 и один мгновенный центр C_{12} в относительном движении двух подвижных систем M_1 и M_2 по отношению друг к другу. Мгновенная абсолютная скорость v_1 любой точки C системы M_1 представляет собою мгновенную вращательную скорость около центра C_{13} ; обозначая соответствующую этому вращению величину мгновенного

радиуса точки C через r_1 и мгновенную угловую скорость этого вращения через ω_1 , заметим, что абсолютная скорость $v_1 = \omega_1 r_1$ направлена перпендикулярно мгновенному радиусу r_1 . Мгновенная абсолютная скорость v_2 любой точки C системы M_2 представляет собой мгновенную вращательную скорость около центра C_{23} ; обозначая соответствующую этому вращению величину мгновенного радиуса точки C через r_2 и мгновенную угловую скорость этого вращения через ω_2 , заметим, что абсолютная скорость $v_2 = \omega_2 r_2$ направлена перпендикулярно мгновенному радиусу r_2 .

Согласно изложенному, мгновенный центр C_{12} относительного движения систем M_1 и M_2 находится в той точке плоскости обеих систем, для которой абсолютные скорости в обеих системах тождественны; следовательно, для нахождения мгновенного центра C_{12} надо найти такую точку плоскости обеих

систем, для которой абсолютные скорости v_1 и v_2 были бы совпадающими по направлению и равными по величине.

Так как $v_1 \perp r_1$ и $v_2 \perp r_2$, то скорости v_1 и v_2 , как перпендикуляры к двум прямым r_1 и r_2 , очевидно, могут совпадать по направлению только для тех точек, для которых мгновенные радиусы r_1 и r_2 тоже совпадают, т. е. только для точек, лежащих на линии $C_{13}C_{23}$, соединяющей положения мгновенных центров абсолютных движений системы M_1 и M_2 ; это показывает, что искомый мгновенный центр C_{12} лежит на линии центров $C_{13}C_{23}$. Так как, согласно изложенному выше, $v_1 = \omega_1 r_1$ и $v_2 = \omega_2 r_2$, то равенство $v_1 = v_2$ влечет за собою равенство $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ или $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, показывающее, что положение искомого мгновенного центра C_{12} делит расстояние $C_{13}C_{23}$ на части обратно пропорциональные мгновенным угловым скоростям абсолютного движения систем ω_1 и ω_2 .

Изложенное приводит к следующему общему положению:

Три полюса относительных движений трех систем лежат всегда на одной прямой. К этому положению и сводится содержание упомянутой выше теоремы Аронгольда и Кеннеди.

Покажем теперь, каким образом, пользуясь теоремой Аронгольда и Кеннеди, можно для любого положения механизма путем очень простых построений находить положения мгновенных центров любой части этого механизма.

В виде первого примера возьмем рассмотренный уже нами механизм шарнирного четырехсторонника (черт. 50), имеющего в различных его видоизменениях весьма распространенное применение во многих машинах (кривошип, колебатели, параллелограммы, антипараллелограммы и т. п.). Общее число мгновенных центров всех движений, возможных для звеньев этого механизма, согласно изложенному выше, равно $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$, при $n=4$ равняется

$\frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$. Таким образом в данном случае мы имеем шесть различных относительных движений частей нашего механизма; обозначая, для краткости, относительное движение любой системы M_1 , по отношению к другой любой системе M_2 , символом $(M_1 M_2)$, в шарнирном четырехстороннике мы имеем дело с следующими шестью различными относительными движениями его звеньев:

(ab) , (ac) , (ad) , (bc) , (bd) и (cd) .

Мгновенными центрами относительных движений каждой пары соседних звеньев, т. е. мгновенными центрами четырех относительных движений

(ad) , (ab) , (bc) и (cd)

являются, очевидно, центры соответствующих шарниров

A , B , C и D ,

так как, согласно изложенному выше, мгновенный центр всякого относительного плоского движения двух систем находится в той точке плоскости обеих систем, для которой абсолютные скорости в обеих системах тождественны; очевидно, что абсолютная скорость центра шарнира, соединяющего две системы и, следовательно, одновременно принадлежащего каждой из этих систем, в обеих системах одна и та же.

Остается, таким образом, найти мгновенные центры относительных движений двух пар противоположащих звеньев, т. е. мгновенных центров относительных движений

(ac) и (bd).

Для нахождения этих мгновенных центров применим к рассматриваемому нами случаю установленную выше теорему Аронгольда и Кеннеди.

Рассматривая совокупность трех находящихся в относительном движении звеньев a , d и c нашего механизма, мы видим, что мгновенный центр первого относительного движения (ad) пары звеньев этой совокупности находится в центре шарнира A и мгновенный центр второго относительного движения (cd) в центре шарнира D ; так как по теореме о трех полюсах, три полюса относительного движения трех систем лежат всегда на одной прямой, то искомый нами мгновенный центр третьего относительного движения (ac) должен лежать на прямой AD (или ее продолжении).

Рассматривая теперь другую совокупность трех звеньев a , b и c нашего механизма и замечая, что мгновенный центр первого относительного движения (ab) пары звеньев этой совокупности находится в центре шарнира B , а мгновенный центр второго относительного движения (bc) в центре шарнира C , подобно предыдущему заключаем, что и мгновенный центр третьего относительного движения, являющийся и в этом случае искомым мгновенным центром движения (ac), лежит на прямой BC (или ее продолжении).

При этих условиях, искомым мгновенный центр относительного движения (ac) пары противоположащих звеньев a и c должен лежать в точке F пересечения осей звеньев пары других противоположащих звеньев b и d .

Очевидно, на основании тех же соображений и тем же приемом можно установить, что мгновенный центр относительного движения (bd) пары противоположащих звеньев b и d должен лежать в точке E пересечения осей звеньев пары первых противоположащих звеньев a и c .

Таким образом, при помощи теоремы о трех полюсах, мы установили соответствующие данному положению механизма точки нахождения всех шести мгновенных центров, допускаемых механизмом относительных движений его четырех звеньев. Очевидно, приняв какое либо из этих четырех звеньев за станину, мы трем из этих шести полюсов придадим значение мгновенных центров абсолютного движения трех подвижных звеньев относительно станины; так, беря за станину звено d , мы придаем полюсам A , D и E характер мгновенных центров абсолютного вращения звеньев a , c и b .

В виде второго примера возьмем весьма распространенный и известный уже нам кривошипный механизм поршневой машины (черт. 53), состоящий из четырех частей или звеньев: кривошипа (или мотыля) a , шатуна b , ползуна (или крейцкопфа) c , соединенного с поршневым штоком, и опорной рамы d , служащей неподвижной станией всего механизма и общему опору подшипников вала кривошипа, направляющих параллелей крейцкопфа и поршневого цилиндра. Точка A пересечения оси вала с плоскостью механизма и шарнир C крейцкопфа лежат на оси цилиндра.

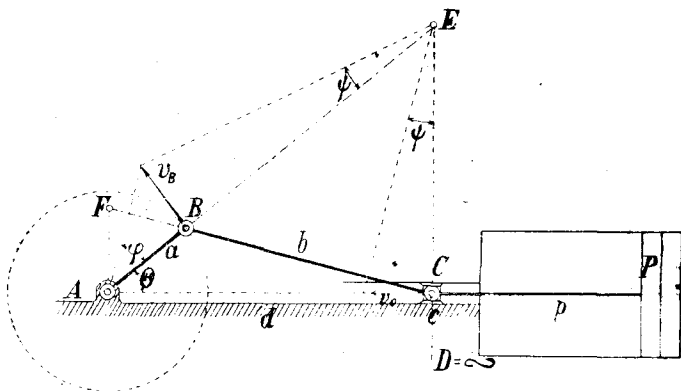
Так как кривошипный механизм имеет, как и шарнирный четырехсторонник, четыре звена, то общее число мгновенных центров относительных движений отдельных частей этого механизма $\frac{n(n-1)}{1.2}$ при $n=4$, равняется $\frac{4.3}{1.2} = 6$, т. е. оказывается равным также шести.

Мгновенные центры относительных движений пар соседних звеньев, соединенных шарнирами, т. е. относительных движений

(ad), (ab) и (bc),

очевидно, находятся в центре соответствующих шарниров, т. е. на оси вращения вала A , в пуговке B мотыля и в шарнире C крейцкопфа.

Что же, касается мгновенного центра прямолинейного относительного движения (cd) ползуна c и станины d , то всякое движение по прямой линии, можно, как известно, рассматривать, как движение по дуге окружности бесконечно большого радиуса, т. е. как вращение около бесконечно удаленного центра, лежащего на нормали к прямолинейной траектории, а потому мгновенный центр D прямолинейного относительного движения (cd) можно считать бесконечно удаленною точкою, ∞ , лежащею на перпендикуляре CD , восстановленном к прямой в точке C .



Черт. 53.

Пользуясь теоремой Аронгольда и Кеннеди мы и в этом случае можем легко найти два остальных мгновенных центра относительных движений

(ac) и (bd)

каждой из двух пар противоположащих звеньев рассматриваемого механизма. Действительно рассматривая, как и в случае шарнирного четырехсторонника, совокупность трех звеньев a , d и c нашего механизма, мы, на основании теоремы о трех полюсах, должны притти к заключению, что искомый мгновенный центр относительного движения (ac) лежит на прямой AD , соединяющей мгновенные центры относительных движений (ad) и (dc), а рассматривая другую совокупность трех звеньев a , b и c нашего механизма, на основании той же теоремы, мы, как и в предыдущем случае, должны признать, что искомый центр лежит на прямой BC , соединяющей мгновенные центры относительных движений (ab) и (bc); таким образом искомый мгновенный центр относительного движения (ac) должен лежать в точке пересечения прямых AD и BC . Необходимо, однако, заметить, что полюс D представляет собою бесконечно удаленную точку, лежащую на перпендикуляре CD к прямой AC ; поэтому направление прямой AD в действительности совпадает с направлением прямой AF , являющейся перпендикуляром к прямой AC , восстановленным в точке A , и, в окончательном выводе, искомый мгновенный центр относительного движения (ac) окажется лежащим в точке F пересечения оси шатуна b с перпендикуляром, восстановленным к прямой AC (оси цилиндра) в точке A . По тем же соображениям можно установить, что мгновенный центр относительного движения (bd) пары других противоположащих звеньев b и d будет находиться на пересечении прямых BA и CD . т. е. окажется лежащим в точке E пересечения оси кривошипа a с перпендикуляром, восстановленным к прямой AC (оси цилиндра) в точке C .

Установив, таким образом, положение шести мгновенных центров относительных движений четырех отдельных частей механизма, соответствующее данному положению всего механизма, следует указать, что при неподвижности опорной рамы, точки, A , E и D будут представлять собою мгновенные центры движения частей a , b и c относительно неподвижной станины, т. е. могут быть соответственно приняты за мгновенные центры абсолютного движения кривошипа, шатуна и крейцкопфа.

Ст. 7.

§ 20. Радиальные скорости точек плоского механизма.

Построение радиальных скоростей точек данного механизма.—Свойства радиальных скоростей.—Построение одновременных мгновенных скоростей точек кривошипного механизма.—Построение одновременных мгновенных скоростей точек шарнирного пятисторонника.

Следуя установленному в предыдущем параграфе приему, мы сможем построить для любого положения механизма (т. е. для любого момента времени) соответствующее положение мгновенного центра рассматриваемой части механизма; зная соответствующее этому моменту значение мгновенной угловой скорости ω_i этой части, мы, согласно изложенному выше, определим величину и направление скорости V любой точки этой части, построив у этой точки вектор V , перпендикулярный мгновенному радиусу r_i , соединяющему рассматриваемую точку с положением мгновенного центра и равный по величине произведению $V = \omega_i r_i$. Графическое построение искомой скорости V_1 какой либо точки P_1 при данном положении мгновенного центра в точке C (черт. 54) проще всего осуществить следующим приемом: соединив точку P_1 с мгновенным центром C , т. е. построив мгновенный радиус $P_1C = R_1$, проводят из точки C прямую CQ_1 , составляющую с направлением мгновенного радиуса угол φ , определяемый равенством: $tg\varphi = \omega_i$ и из точки P_1 прямую P_1Q_1 , перпендикулярную направлению мгновенного радиуса; точка пересечения прямых CQ_1 и P_1Q_1 определит собою величину вектора P_1Q_1 , представляющую собою по величине и направлению искомую скорость V_1 точки P_1 : действительно, отрезок P_1Q_1 , как катет прямоугольного треугольника CP_1Q_1 , перпендикулярен другому катету R_1 и равен $R_1 tg\varphi = \omega_i P_1$, т. е. равен значению искомой скорости V_1 .

Те же построения мы могли бы произвести для того же момента времени (т. е. для того же положения мгновенного центра C и того же значения мгновенной угловой скорости ω_i) и для любой из других точек P_2, P_3, P_4 и т. д. рассматриваемой части механизма, получив для этих точек соответствующие направления и величины одновременных скоростей V_2, V_3, V_4 и т. д. Однако, эти построения, служащие для нахождения одновременных скоростей различных точек одной и той же части данного механизма, можно еще упростить, введя понятие о так называемых радиальных скоростях точек данной системы (данной части механизма).

Построив скорость точки P_1 в виде вектора V_1 , повернем этот вектор (в определенном направлении, например, по часовой стрелке) около точки P_1 на 90° ; так как вектор V_1 и мгновенный радиус R_1 по направлению взаимно перпендикулярны, то после указанного выше поворота вектор V_1 совпадет с направлением радиуса R_1 . Отрезок, равный по величине истинной скорости V_1 точки P_1 , но направленный по мгновенному радиусу этой точки, называется радиальной скоростью точки ¹⁾.

¹⁾ Так как радиальная скорость представляет собою скорость v точки, повернутую около последней на 90° по часовой стрелке, то в рассматриваемом нами случае вращения точки P_1 около мгновенного центра с тоже по часовой стрелке (черт. 55), радиальная скорость оказалась направленной к центру; если бы вращение точки P_1 около мгновенного центра совершалось против часовой стрелки, т. е. если бы скорость V_1 , была бы обратного направления, то, очевидно, поворот этой скорости на 90° по часовой стрелке дал бы в результате радиальную скорость направленную от центра.

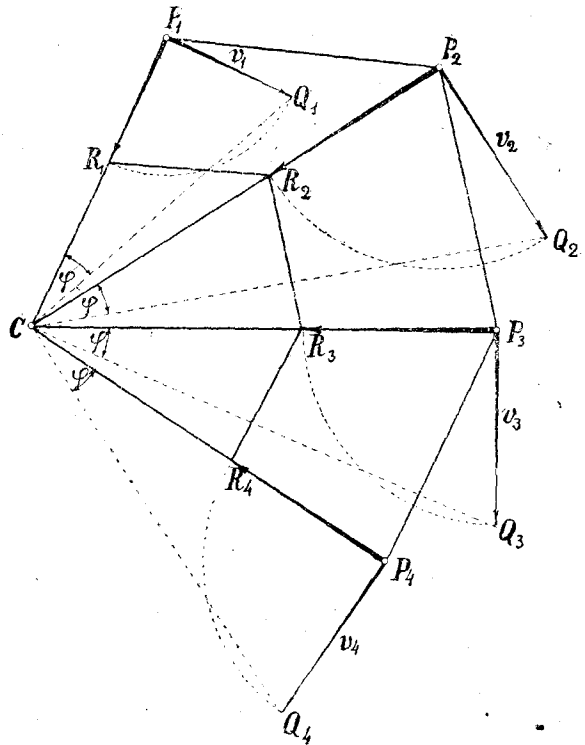
Сделав такие же построения, т. е поворачивая скорости всегда в одном и том же направлении для одновременного положения ряда точек P_1, P_2, P_3 и т. д., мы получим ряд одновременных радиальных скоростей этих точек. Соединив между собою концы R_1, R_2, R_3 и т. д. отрезков P_1R_1, P_2R_2, P_3R_3 и т. д., изображающих полученные нами радиальные скорости, прямыми R_1R_2, R_2R_3, R_3R_4 и т. д., мы легко можем убедиться, что полученные нами прямые R_1R_2, R_2R_3, R_3R_4 и т. д., соединяющие между собою концы одновременных радиальных скоростей, соответственно параллельны прямым P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4 и т. д., соединяющим между собою одновременные положения данных точек. Действительно, радиальные скорости, равные произведению угловой скорости ω на длину соответствующего мгновенного радиуса, пропорциональны величинам мгновенных радиусов, а потому, откладывая от данных точек по направлению мгновенных радиусов отрезки, равные радиальным скоростям, мы отсекаем от мгновенных радиусов части, пропорциональные этим радиусам. Поэтому мы имеем ряд очевидных равенств:

$$\frac{CR_1}{CP_1} = \frac{CR_2}{CP_2} = \frac{CR_3}{CP_3} = \dots \omega,$$

откуда легко вывести заключение, что треугольники $R_1CR_2,$

R_2CR_3 и т. д. соответственно подобны треугольникам P_1CP_2, P_2CP_3 и т. д., т. е., что прямые R_1R_2, R_2R_3 и т. д. соответственно параллельны прямым P_1P_2, P_2P_3 и т. д.

Это положение указывает нам на простой графический прием построения одновременных скоростей различных точек рассматриваемой части механизма по данной скорости V_1 какой либо одной из этих точек. Для этого (черт. 54), зная скорость V_1 , построим, повернув вектор V_1 на 90° (по часовой стрелке) около точки P_1 , радиальную скорость P_1R_1 точки P_1 и проведем через конец R_1 этой радиальной скорости прямую R_1R_2 , параллельную прямой P_1P_2 , соединяющей точку P_1 с другой какой либо точкой P_2 рассматриваемой части механизма; согласно изложенному выше, точка R_2 пересечения прямой R_1R_2 с направлением мгновенного радиуса точки P_2 определит конец отрезка P_2R_2 , представляющего собою радиальную скорость точки P_2 . Продолжая такие построения дальше, т. е. проводя из точки R_2 прямую R_2R_3 , параллельную прямой P_2P_3 и т. д., мы сможем построить радиальные скорости любых точек данной части механизма. Повернув теперь все полученные нами векторы, изображающие радиальные скорости, около соответствующих им точек на 90° в сторону, обратную предыдущему вращению, т. е. при взятых нами условиях в сторону

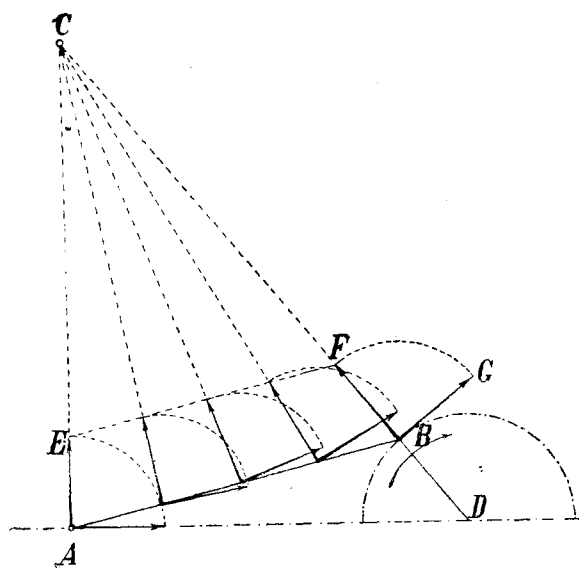


Черт. 54.

обратную часовой стрелке, мы превратим радиальные скорости рассматриваемых нами точек в линейные скорости тех же точек, т. е. решим поставленную задачу ¹⁾.

Приложим этот способ к нескольким примерам.

Прежде всего, возьмем рассмотренный нами выше кривошипный механизм (черт. 55). Положим, что движение всего механизма задано равномерным вращением рабочего вала D (с наглухо насаженным на него кривошипом длиной a) с постоянной угловой скоростью ω ; требуется определить одновременные абсолютные скорости различных точек шатуна при данном положении всего механизма. Заметим, прежде всего, что скорость V_1 одной точки шатуна, а именно центра шарнира B , которым шатун соединяется с кривошипом, мы легко можем найти, так как центр шарнира B (так называемая пуговка



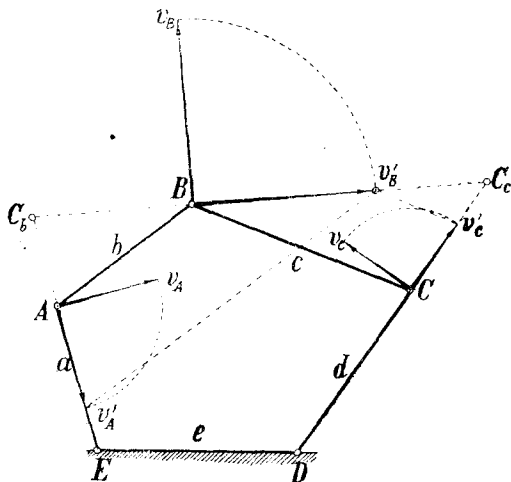
Черт. 55.

мотыля) одновременно принадлежит и шатуну и кривошипу. Рассматривая, поэтому, центр шарнира B , как точку кривошипа, мы, по заданным величинам a и ω , легко найдем скорость V_1 этой точки, построив при точке B вектор BG , равный по величине произведению ωa и перпендикулярный по направлению к кривошипу BD . Построенный нами вектор BC представит собою скорость точки B по отношению к неподвижному центру D (станции AD), т. е. абсолютную скорость пуговки мотыля, следовательно, абсолютную скорость точки B шатуна. Теперь, зная абсолютную скорость V_1 точки B , мы можем, пользуясь только что доказанным свойством ра-

диальных скоростей, построить соответствующие данному положению механизма абсолютные скорости любых точек шатуна. Для этого, как известно, нужно лишь знать для данного положения механизма положение мгновенного центра абсолютного движения шатуна; выше было показано, что искомый центр лежит в точке C , определяемой пересечением двух прямых: оси кривошипа BD и перпендикуляра AC , восстановленного к оси AD цилиндра в точке нахождения центра ползуна A . Построив мгновенный центр C , мы можем построить для любой точки шатуна направление мгновенного радиуса этой точки; повернув затем вектор BG на 90° (в определенную сторону) около точки B , мы получим вектор BF , представляющий собою радиальную скорость точки B ; проведя через точку F (конец радиальной скорости точки B) прямую FE параллельно прямой BA (оси шатуна), мы, согласно изложенному, отсечем на этой прямой на мгновенных радиусах каждой из точек шатуна отрезки, равные радиальным скоростям каждой из этих точек; повернув теперь полученные отрезки около соответствующих им точек

¹⁾ Направление вращения при превращении истинных скоростей в радиальные и обратно могут быть произвольными; необходимо лишь, чтобы направления вращения этих двух операций были обратны друг другу.

на 90° в обратную предыдущему вращению сторону, мы получим для любой точки шатуна вектор, представляющий по величине и направлению мгновенную абсолютную скорость, соответствующую данному положению механизма. Мы сможем заметить при этом, что скорость точки A (центра ползуна), в виду перпендикулярности мгновенного радиуса AC оси AD цилиндра, всегда (как это и следовало ожидать), будет направлена по оси цилиндра, одновременно же скорости других различных точек шатуна будут иметь весьма разнообразные направления; этим и объясняется довольно сложный характер траекторий этих точек, представляющих собою замкнутые кривые 6-го порядка (типа лемнискат), имеющие вид более или менее искаженных восьмерок.



Черт. 56.

В виде второго примера возьмем механизм так называемого шарнирного пятисторонника (черт. 56). Положим, что движение всего механизма задано угловыми скоростями ω_a и ω_d равномерного абсолютного вращения стержней a и d около неподвижных шарниров E и D ; требуется найти абсолютную скорость V_B точки B , соответствующую данному положению механизма. Построив скорости $V_A = \omega_a a$ и $V_C = \omega_d d$ центров шарниров A и C и повернув эти скорости (в определенную сторону) на 90° около соответствующих

им точек, мы построим радиальные скорости $V_{A'}$ и $V_{C'}$ точек A и C . Так как точка B , скорость которой мы ищем, принадлежит звену AB , то конец радиальной скорости точки B лежит на прямой, проходящей через конец радиальной скорости $V_{A'}$ точки A и параллельной прямой AB ; однако точка B принадлежит одновременно звену CB , а потому тот же самый конец радиальной скорости точки B лежит одновременно и на другой прямой, а именно на прямой, проходящей через конец радиальной скорости $V_{C'}$ точки C и параллельной прямой CB . Следовательно, конец искомой радиальной скорости точки B лежит на пересечении двух упомянутых прямых, чем и определяется величина и направление радиальной скорости $V_{B'}$ точки B . Остается повернуть построенную нами радиальную скорость $V_{B'}$ около точки B на 90° в направлении, обратном предыдущему вращению, чтобы получить искомую скорость V_B точки B .

Ст. 8.

§ 21. Мгновенное ускорение.

Касательное (тангенциальное) и нормальное (центростремительное) ускорения.—Кривая тангенциальных ускорений.—Ускорения точек плоской системы, вращающейся около неподвижного центра.—Ускорения точек плоской системы, вращающейся около подвижного центра.—Ускорение Кориолиса.—Мгновенная скорость катания центроид.—Мгновенное ускорение и мгновенный центр ускорений точек плоской системы.—Круг Лагиря или окружность перегибов.—Круг Бресса или окружность перемен.

Установив в предыдущих параграфах способ нахождения соответствующих любому положению плоского механизма одновременных скоростей различных его точек, наметим общий путь для исследования и второго из механических

элементов, характеризующих движение по данной траектории, а именно ускорений различных точек механизма.

По соображениям, подробно изложенным выше, мы не будем останавливаться на общем способе определения ускорений, принятом в теоретической механике, в котором проекции w_x и w_y (на две взаимно перпендикулярные оси x и y) ускорения w плоского движения любой точки определяются, как известно, путем двукратного дифференцирования уравнений

$$x = f_1(t) \text{ и } y = f_2(t),$$

выражающих прямоугольные координаты x и y данной точки в виде функций времени t , и получаются в виде равенств:

$$w_x = \frac{d^2x}{dt^2} = f_1''(t)$$

и

$$w_y = \frac{d^2y}{dt^2} = f_2''(t).$$

В этом способе мы, очевидно, разлагаем данное нам движение на два составляющих его движения по двум взаимно перпендикулярным неподвижным осям x и y .

Имея в виду, что в прикладной механике, которая, как на это указывалось уже неоднократно выше, ищет более наглядных и конкретных методов, плоское движение, как мы видели, обычно задается или законом перемещения точки по ее траектории или законом катания центроид (что в конечном счете приводит для каждой отдельной точки к тому же закону перемещения по траектории), следует признать более удобным для целей прикладной механики другой рассматриваемый в теоретической механике способ изучения ускорений, а именно в общем случае следует предпочесть разложение данного движения на два его составляющих движения по касательной и по нормали к траектории, т. е. по двум подвижным осям T и R , неизменно связанным с движущейся точкой. Как известно, при таком способе рассмотрения движения, полное ускорение w движущейся точки представляет собою геометрическую сумму двух ускорений: касательного (тангенциального) ускорения $w_t = \frac{dv}{dt}$, направленного по касательной к траектории (в сторону движения) и

нормального (центростремительного) ускорения $w_n = \frac{v^2}{r}$, (где r есть радиус кривизны траектории), направленного по нормали к траектории к центру кривизны.

При таких условиях полное ускорение w изображается геометрически диагональю прямоугольника со сторонами w_t и w_n , при чем величина его определяется выражением:

$$w = \sqrt{w_t^2 + w_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2},$$

а направление — углом ψ , составляемым им с направлением нормали к траектории:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{w_t}{w_n}.$$

Выражение $w_t = \frac{dv}{dt}$ показывает, что касательное ускорение w_t зависит от закона изменения величины линейной скорости v ; подобно тому, как при рассмотрении закона изменения расстояний мы по кривой расстояний $s = \varphi(t)$ построили кривую скоростей $v = \varphi'(t)$, показывающую закон изменения пройденных точкою расстояний, так и теперь мы можем по кривой скоростей $v = \varphi'(t)$ построить кривую ускорений $w = \varphi''(t)$, показывающую закон изменения величин линейных скоростей. Для этого, исходя из кривой скоростей $v = \varphi'(t)$ мы должны построить новую кривую, откладывая по оси x^{os} в условном масштабе различные промежутки времени t , а по оси y^{os} ординаты, выражающие в условном масштабе тангенсы углов α , образуемых в соответствующих точках касательными к кривой скоростей $v = \varphi'(t)$ с осью абсцисс; так как на кривой скоростей $v = \varphi'(t)$ тангенс угла между касательной и осью абсцисс графически изображает значение производной $\frac{dv}{dt}$, то полученная диаграмма и будет, очевидно, изображать собою кривую тангенциальных ускорений.

Выражение $w_n = \frac{v^2}{r}$ показывает, что нормальное ускорение w_n зависит от величины скорости v и от величины радиуса кривизны r , обращаясь в нуль при $r = \infty$, т. е. при прямолинейном движении.

Рассмотрим подробнее весьма важный частный случай движения по неподвижному кругу, т. е. вращения около неподвижного центра: в этом случае имеем, $v = \omega r$, где ω есть угловая скорость вращения, а потому

$$w_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

и

$$w_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r,$$

т. е.

$$w = r \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 + \omega^4} = kr,$$

где

$$k = \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 + \omega^4}$$

и

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{w_t}{w_n} = \frac{\frac{d\omega}{dt}}{\omega^2}.$$

Представим себе теперь, что с движущейся по неподвижной окружности точкой неизменно связана подвижная плоскость, участвующая в движении данной точки. Любая из точек этой плоскости будет при этом, очевидно, двигаться по соответствующей ее положению неподвижной окружности, имеющей тот же самый центр и с тою самою угловою скоростью ω ; поэтому установленные выше выражения для w и μ будут пригодны для всех точек подвижной плоскости, при чем для всех этих точек коэффициенты k и μ (как зависящие исключительно от ω и $\frac{d\omega}{dt}$) будут одни и те же, но различным точкам этой плоскости будут соответствовать различные значения расстояния r .

Равенство $w = kr$ при $k = \text{const}$ показывает, что одновременные ускорения всех точек подвижной плоскости будут в этом случае пропорциональны расстоянию точек до неподвижного центра вращения, а равенство $\mu = \text{const}$, что одновременные ускорения всех точек подвижной плоскости направлены под одним и тем же углом μ к нормали к траектории.

Таким образом мы получаем следующее общее положение:

Одновременные ускорения точек плоской системы, вращающейся около неподвижного центра, пропорциональны расстояниям этих точек от постоянного центра вращения и направлены к радиусам этих точек под одним и тем же острым углом $\mu = \arctg \frac{d\omega/dt}{\omega^2}$, где ω и $\frac{d\omega}{dt}$ представляют собою угловую скорость и угловое ускорение вращения системы, соответствующие рассматриваемому моменту.

На основании этого положения, имея плоскую систему, вращающуюся около неподвижного центра C , мы очень легко можем построить полное ускорение w любой точки P_n данной системы, если известно ускорение w_1 одной какой-либо точки P_1 этой системы. Действительно, (черт. 57), соединив концы вектора P_1Q_1 , изображающего ускорение w_1 точки P_1 с центром вращения C , мы получим треугольник P_1Q_1C , где сторона P_1Q_1 представляет собою ускорение w_1 точки P_1 , сторона P_1C радиус траектории этой точки, а угол Q_1P_1C — угол $\mu = \arctg \frac{d\omega/dt}{\omega^2}$; измерим в этом треугольнике угол P_1CQ_1 , образуемый радиусом P_1C и стороной CQ_1 и заметим его значение φ . Взяв любую другую точку P_n данной системы, соединим эту точку с центром вращения C прямою P_nC и проведем к этой прямой под углом μ другую прямую P_nQ_n ; так как направление ускорений любой точки системы составляет, по доказанному выше, один и тот же угол с направлением соответствующего этой точке радиуса траектории, то направление построенной нами прямой P_nQ_n изобразит собою направление ускорения w точки P_n . Проведем теперь из центра C прямую CQ_n под углом φ к радиусу, и пусть точка Q_n будет точкой пересечения построенных нами прямых P_nQ_n и CQ_n ; так как треугольники P_1Q_1C и P_nQ_nC , очевидно, подобны, то отрезки P_1Q_1 и P_nQ_n соответственно пропорциональны расстояниям точек P_1 и P_n от центра вращения, т. е. при равенстве отрезка P_1Q_1 ускорению w_1 , согласно доказанному выше, отрезок P_nQ_n оказывается и по величине равным ускорению w_n .

Черт. 57.

Таким образом, построенный нами отрезок P_nQ_n по величине и направлению изображает собою ускорение w точки P_n .

Изложенное дает нам способ нахождения одновременных ускорений любой точки плоской системы, вращающейся около неподвижного центра по известному нам закону изменения угловой скорости вращения всей системы.

Хотя, согласно показанному в предыдущих параграфах, всякое плоское движение можно рассматривать в любой момент времени как мгновенное вращение около мгновенного центра, однако, установленный выше прием определения ускорений не может быть без особых поправок применен к нахождению мгновенных ускорений точек при всяком плоском движении, так как до сего времени мы предполагаем, что вращение происходит около неподвижного центра, а при мгновенном вращении мгновенный центр вращения, как известно, непрерывно движется, т. е. мы имеем дело с но-

вым случаем вращения, а именно с вращением около подвижного центра; в этом случае центр вращения может иметь свое собственное ускорение, неравное нулю, что, очевидно, может отозваться и на ускорениях всех точек плоской системы, движущейся вместе с этим центром.

Можно показать, что в этом случае среди различных точек подвижной плоскости (двигающейся фигуры) в любой момент времени существует такая точка, мгновенное ускорение которой в данный момент равно нулю. Такая точка носит название мгновенного центра ускорений для данного положения подвижной фигуры.

Перейдем, для доказательства этого, к рассмотрению более общего случая вращения плоской системы около подвижного мгновенного центра.

Сделаем предварительно несколько общих замечаний.

Рассматривая наиболее общий случай какого угодно плоского движения данной нам системы M , мы можем, как известно, разложить движение всякой системы на два других простейших движения: например, мы можем разложить движение системы на

- 1) относительное движение системы M по отношению к какой-либо вспомогательной системе M' и
- 2) на переносное движение самой вспомогательной системы M'

По известной из теоретической механике теореме Кориолиса мы знаем, что полное ускорение W любой точки P системы M выразится геометрической суммой трех ускорений: 1) W отн.—ускорения в относительном движении точки P по отношению к системе M' , 2) W пер.—переносного ускорения той точки системы M' , с которой в данный момент совпадает точка P и 3) W доб.—добавочного, так называемого Кориолисова ускорения, зависящего от присутствия вращения в переносном движении, т. е.

$$W = W \text{ отн.} + W \text{ пер.} + W \text{ доб.}$$

Чрезвычайно выгодно применять такой способ разложения данного движения, при котором относительное движение является вращательным, а переносное — поступательным, т. е. разлагать данное плоское движение на вращательное около некоторого центра и поступательное движение выбранного центра, так как в этом случае добавочное ускорение Кориолиса оказывается равным нулю. Действительно, Кориолисово ускорение $W \text{ доб.}$, как это известно из теоретической механики, при плоском движении равняется $2\omega v$ ¹⁾, где v есть скорость относительного движения точки P (по отношению к системе M'), а ω — угловая скорость переносного движения этой точки; поэтому, в случае, если переносное движение является поступательным, т. е. если $\omega = 0$, то добавочное ускорение $W \text{ доб.} = 0$ и полное ускорение W оказывается равным геометрической сумме двух ускорений: 1) W вращ.—относительного ускорения точки P по отношению к системе M' , и 2) W пост.—ускорения переносного поступательного движения той точки системы M' , с которой в данный момент совпадает точка P . Следует при этом теперь же оговорить, что в случае поступательности переносного движения, движение это для всех точек системы M' будет одинаково, а потому вместо переносного ускорения той точки системы M' , с которой в данный момент совпадает точка P , можно говорить о переносном ускорении любой точки системы M' , а, следовательно, и о переносном ускорении центра вращения точки P . Поэтому, в окончательной форме, получим, что полное ускорение W является в этом случае геометрической суммой двух ускорений: 1) W вращ.—вращательного относительного ускорения точки P по отношению к центру C , принимаемому за неподвижный и 2) W пост.—ускорения переносного поступательного движения той точки системы M' , с которой в данный момент совпадает центр C . т. е.

$$W = (W \text{ вращ.})_C + (W \text{ пост.})_C$$

Возвращаясь теперь к случаю вращения плоской системы около подвижного мгновенного центра, разложим, согласно изложенному, полное мгновенное ускорение W точки P на его геометрические слагаемые: мгновенное вращательное ускорение $W \text{ вращ.}$ при вращении около мгновенного центра C , принимаемого за неподвижный, и мгновенное ускорение $W \text{ пост.}$ поступательного движения той точки плоской системы, с которой совпадает в данный момент мгновенный центр C .

¹⁾ См., например, Сомов, Основания теоретической механики, стр. 161.

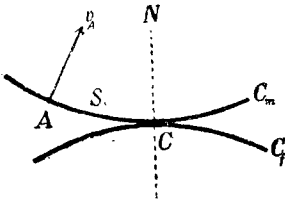
Первое слагаемое, т. е. мгновенное вращательное ускорение W -вращ. при мгновенном вращении с угловой скоростью ω , около мгновенного центра C , принимаемого нами за неподвижный, найдено нами уже ранее, равно, согласно изложенному выше,

$$W \text{ вращ.} = kr, \text{ где } k = \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 + \omega^4}$$

и направлено к мгновенному радиусу r под углом

$$\varphi = \arctg \frac{d\omega/dt}{\omega^2}.$$

Остается определить второе слагаемое W пост., т. е. мгновенное ускорение поступательного движения той точки плоской подвижной системы, с которой совпадает в данный момент мгновенный центр C . Для этой цели возьмем (черт. 58) на подвижной центроиде какую-либо точку A (расположенную вблизи от соответствующего данному моменту положения на этой центроиде мгновенного центра C в весьма малом расстоянии от этого центра, равном, считая по дуге центроиды, s) и посмотрим, каково будет ускорение W_A этой точки при вращении всей системы (а следовательно и точки A) около центра C . Линейная скорость V_A этой точки будет при этом, очевидно представлять собою вращательную скорость около центра C , т. е. $V_A = \omega s$, так как длина дуги s при малом расстоянии AC может быть принята за длину мгновенного радиуса. Поэтому, нормальное ускорение этой



Черт. 58.

точки $(W_A)_n$, направленное по радиусу s , т. е. по касательной к центроиде будет равно $\frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 s^2}{\omega} = \omega^2 s$, а касательное ускорение $(W_A)_t$ направленное нормально радиусу s , т. е. нормально центроиде, будет равно $\frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega s)}{dt} = \omega \frac{ds}{dt} + s \frac{d\omega}{dt}$. Если мы теперь в полученных нами выражениях $(W_A)_n$ и $(W_A)_t$ положим $s = 0$, то мы перейдем от ускорения точки A к искомым нами ускорениям точки C и получим

$$\begin{aligned} (W_C)_n &= 0 \\ (W_C)_t &= \omega \frac{ds}{dt}. \end{aligned}$$

При бесконечной малости расстояния s между точками A и C , точка A может быть принята за положение на подвижной центроиде мгновенного центра в предшествующий рассматриваемому момент, а потому выражение $\frac{ds}{dt}$ представляет собою, очевидно, нечто иное, как соответствующую данному моменту скорость с перемещения мгновенного центра по центроиде, обыкновенно называемую мгновенною скоростью катания центроида; принимая, кроме того, во внимание, что касательное ускорение $(W_A)_t$ было направлено по нормали к центроиде, приходим к окончательному выводу, что второе слагаемое W пост. искомой нами суммы, т. е. мгновенное ускорение той точки плоской системы, с которой совпадает в рассматриваемый момент мгновенный центр C , равно:

$$W \text{ пост.} = \omega c$$

и направлено по общей нормали к центроидам в точке C ¹⁾.

Все изложенное дает нам простой способ построения полного мгновенного ускорения W любой точки P в плоскости движения любой системы (черт. 59), если нам известно положение мгновенного центра (а следовательно и величина и направление

¹⁾ Так как мгновенный центр есть перемещенная точка касания обеих центроид, то обе центроиды, как это было установлено выше, имеют в точке C общую нормаль и скорость перемещения мгновенного центра по одной центроиде равна скорости его перемещения по другой центроиде. Можно показать, что ускорение W пост. $= \omega c$ направлено по общей нормали к центроидам в сторону подвижной центроиды.

мгновенного радиуса r данной точки), мгновенная угловая скорость ω вращения системы около мгновенного центра и скорость s движения мгновенного центра по центроиде. Построение полного мгновенного ускорения W надо производить при этом как геометрическое сложение двух величин W вращ. и W пост. Для этого откладываем от точки P под углом $\mu = \arctg \frac{d\omega/dt}{\omega^2}$ к направлению мгновенного радиуса отрезок W -вращ. длиной

$$PQ = kr \quad (\text{где } k = \sqrt{(\frac{d\omega}{dt})^2 + \omega^4}), \text{ из конца этого отрезка откладываем по направлению}$$

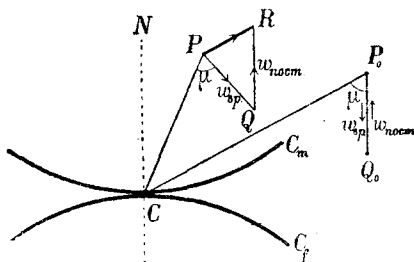
общей нормали к центроидам (в сторону подвижной центроиды) отрезок W пост. длиной $QR = \omega s$; соединяя точку P с концом R второго отрезка, получает отрезок PR , по направлению и величине изображающий полное мгновенное ускорение W данной точки.

Это построение можно, разумеется, проделать для любой точки подвижной плоскости.

Ход этого построения показывает, что среди различных точек подвижной плоскости будет одна, для которой полное мгновенное ускорение W окажется равным нулю; это, очевидно будет та точка P_0 , для которой геометрические слагаемые W -вращ. и W -пост. равны по величине и обратны по знаку: действительно

$$\text{при } W\text{-вращ.} = W\text{-пост.}$$

$$W = W\text{-вращ.} + W\text{-пост.} = 0$$



Черт. 59.

и в указанном выше построении конечная точка R второго отрезка W -пост. $= \omega s$ упадет в начальную точку P первого отрезка W -вращ. $= kr$.

Эта единственная для данного момента точка P_0 носит название мгновенного центра s' ускорений. Положение ее легко определить и построить на основании следующих соображений.

Вращательное ускорение W -вращ. всякой точки, как это было установлено выше, всегда составляет с направлением мгновенного радиуса этой точки угол μ ; поступательное ускорение W -пост. всякой точки совпадает по направлению, согласно доказанному выше, с направлением общей нормали к центроидам. Так как для мгновенного центра ускорений W -вращ. и W -пост. обратны по направлению, т. е. линии действия их совпадают, то для мгновенного центра ускорений направление мгновенного радиуса составляет угол μ с общей нормалью к центроидам. Кроме того, для мгновенного центра ускорений W -вращ. и W -пост. по абсолютной величине равны, т. е. $kr = \omega s$, поэтому величина мгновенного радиуса r_0 для мгновенного центра ускорений равна

$$r_0 = \frac{\omega s}{k} = \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 + \omega^4}$$

Таким образом, мы получим положение мгновенного центра S' ускорений, если отложим от мгновенного центра S вращения под углом μ к направлению общей нормали к центроидам отрезок

$$r_0 = \frac{\omega s}{k}$$

Мы видели выше, что при движении всякой плоской системы в любой момент времени можно найти в этой системе точку, скорость которой равняется нулю; действительно, скорость точки, совпадающей в данный момент с мгновенным центром вращения S , всегда равняется нулю; таким образом, переменное положение мгновенного центра вращения определяет положение той точки системы, которая в рассматриваемый момент находится в состоянии покоя.

Мы видим теперь, что при движении всякой плоской системы можно в этой системе найти в любой момент и такую точку, ускорение которой

так же равняется нулю; это будет точка, совпадающая в данный момент с мгновенным центром ускорения C' ; так как при отсутствии ускорения всякая точка движется прямолинейно и равномерно, то можно сказать, что переменное положение мгновенного центра ускорений определяет собою положение той точки системы, которая в рассматриваемый момент находится в состоянии равномерного и прямолинейного движения.

Все остальные точки плоской системы в рассматриваемый момент движутся, вообще говоря, и неравномерно и непрямолинейно. Среди них, есть, однако, с одной стороны такие точки, которые движутся прямолинейно, но неравномерно, а с другой такие, которые движутся равномерно, но непрямолинейно; в первом случае для всех таких точек равно нулю нормальное ускорение $\frac{v^2}{r}$, а во втором равно нулю касательное ускорение $\frac{dv}{dt}$.

Можно показать (на этом доказательстве мы останавливаться не будем), что геометрическим местом точек плоской системы (движущейся плоской фигуры), которые не имеют в данном положении системы нормальных ускорений, т. е. движутся прямолинейно, является окружность с центром на общей нормали центроид, проходящая через мгновенные центры вращения C и ускорения C' . Эта окружность носит название круга Лагира (La Hire) или окружности перегибов. Для всех точек плоской фигуры, принадлежащих кругу Лагира, имеет место равенство $\omega_n = \frac{v^2}{r} = 0$, т. е. или $v = 0$

или $r = \infty$; но так как равенство $v = 0$ имеет место только для мгновенного центра вращения C , то все остальные точки круга Лагира находятся в рассматриваемый момент в таких положениях на своих траекториях, где радиус кривизны равен бесконечности, т. е. в общем случае в точках перегиба своих траекторий.

Можно также показать (и на этом доказательстве мы останавливаться также не будем), что геометрическим местом точек плоской системы (движущейся плоской фигуры), которые не имеют в данном положении системы касательных ускорений, т. е. движутся равномерно, является также окружность, проходящая через те же мгновенные центры вращения C и ускорения C' , но с центром на общей касательной к центроидам. Эта окружность носит название круга Бресса (Bresse) или окружности переман. Для всех точек плоской фигуры, принадлежащей кругу Бресса, имеет место равенство

$\omega_t = \frac{dv}{dt} = 0$, а следовательно, на круге Бресса лежат те точки подвижной фигуры, скорость которых в данный момент достигла своего максимума или минимума; круг этот отделяет те точки, у которых скорость в данный момент убывает (эти точки лежат внутри круга) от тех точек, скорость которых в данный момент возрастает (эти точки лежат вне круга) ¹⁾.

1) Так как точка, совпадающая с центром ускорения C' , движется, как это было установлено выше, и прямолинейно и равномерно, а точка, совпадающая с центром вращения C , находится в покое (т. е. может быть также принята находящейся в прямолинейном и равномерном движении, но лишь со скоростью $v=0$), то оба эти центра, очевидно, должны одновременно лежать на обоих упомянутых кругах. Отсюда становится понятным, почему круги Лагира и Бресса взаимно пересекаются именно в центре вращения C и в центре ускорения C' .

Ст. 9.

§ 22. Общая картина скоростей и ускорений точек плоского механизма.

Подводя итог всему сказанному в настоящей главе о тех целях, которые ставит себе прикладная механика при исследовании кинематических элементов плоского движения различных частей плоского механизма, и о тех результатах, которые мы получаем, применяя к этому исследованию изложенный выше метод, основанный на теории так называемых центроид, мы можем прийти к следующим общим заключениям.

Основная задача изучения кинематических элементов плоского движения различных частей механизма сводится к отысканию, для любого положения механизма, соответствующих этому положению значений скорости и ускорения любой точки механизма.

Наиболее наглядный, а следовательно, и наиболее отвечающий целям прикладной механики прием изучения плоского движения основан на доказанном в настоящей главе основном положении, согласно которому всякое относительное движение двух частей плоского механизма вполне и исчерпывающе определяется взаимным катанием друг по другу двух связанных с каждой из рассматриваемых частей центроид этого движения. Форма и взаимное положение этих центроид определяет вид траекторий любых точек рассматриваемых частей плоского механизма (т. е. чисто геометрические элементы движения), а закон взаимного катания этих центроид—значения мгновенных скоростей и мгновенных ускорений, соответствующих любому положению механизма (т. е. кинематические элементы рассматриваемого движения).

Мы будем знать закон взаимного катания центроид, если нам будет дан общий закон $s = f(t)$ перемещения мгновенного центра вращения C по данным центроидам и общий закон $\omega = \varphi(t)$ изменения мгновенной угловой скорости ω при мгновенном вращении рассматриваемой части механизма около этого мгновенного центра. В этом случае, зная для любого момента времени, т. е. для любого положения механизма, соответствующее положение мгновенного центра вращения C (а следовательно и величину и направление мгновенного радиуса r) и соответствующее значение мгновенной угловой скорости ω , мы сможем, пользуясь простыми графическими приемами, подробно разобранными выше, построить для любой точки каждой части механизма значение (т. е. величину и направление) соответствующей данному моменту мгновенной скорости.

Далее, зная, сверх сего, для любого момента времени, т. е. для любого положения механизма, значение мгновенного углового ускорения $\frac{d\omega}{dt}$ и значение мгновенной скорости катания центроид (скорости перемещения мгновенного центра вращения C по центроидам) $c = \frac{ds}{dt}$, мы сможем, путем применения указанных выше графических способов, построить для любой точки каждой части механизма значение (т. е. величину и направление) соответствующего данному положению механизма мгновенного ускорения и отыскать соответствующее данному моменту положение мгновенного центра ускорений C' .

Таким образом, зная закон катания центроид, мы можем получить полное решение поставленной выше основной задаче, т. е. построить для любого положения механизма одновременные скорости всех интересующих нас точек любой части данного механизма.

В целях наглядности, результат этих построений всегда можно обобщить в общем чертеже, дающем общую картину распределения соответствующих данному положению одновременных скоростей, т. е. построить так называемую картину скоростей наиболее важных в кинематическом отношении точек рассматриваемого механизма. Такими точками будут, например, центры шарнирных узлов, центры ползунов и т. д. Для построения картины скоростей данного нам механизма на отдельном чертеже из произвольной, но постоянной точки O , называемой полюсом картины скоростей, проводят ряд лучей O_a , O_b , O_c и т. д., соответственно параллельных одновременным скоростям тех точек механизма A , B , C и т. д., которые мы ввели в наше рассмотрение, и на каждом из этих лучей откладывают отрезок, равный скорости соответствующей этому лучу точки механизма. Таким образом, мы приводим в однозначное соответствие каждую введенную нами в рассмотрение точку механизма A , B , C и т. д. с соответствующей ей точкой (концом луча) a , b , c и т. д. картины скоростей; неподвижным точкам механизма в этом построении будет, очевидно, соответствовать полюс картины скоростей.

Совершенно аналогичные построения мы можем произвести и для получения картины ускорений, откладывая от другой произвольной, но также постоянной точки O' называемой полюсом картины ускорений, ряд отрезков, изображающих по величине и направлению соответствующие данному положению механизма одновременные ускорения избранных нами точек; очевидно, что полюс картины ускорений будет при этом построении соответствовать тем точкам механизма, движение которых в данный момент равномерно и прямолинейно.

Имея построенную таким образом картину скоростей, мы легко сможем отыскать в ней отвечающие данному положению механизма скорости любой из избранных нами точек механизма. Разумеется, что построенные таким образом скорости соответствуют лишь определенным положениям механизма и для каждого нового положения механизма необходимо строить новые соответствующие этому положению картины; таким образом, картина скоростей отражает лишь одновременно существующие скорости в определенный момент движения механизма, и для получения понятия об изменениях скоростей различных точек с течением времени приходится прибегать к сравнению ряда картин, построенных для различных моментов, т. е. соответствующих различным наиболее характерным положениям рассматриваемого механизма¹⁾.

То же самое, очевидно, относится и к картине ускорений.

Г л а в а III.

Теория кинематических цепей.

Ст. 1.

§ 23. Кинематический анализ механизма.

Степени свободы движения отдельных частей механизма.—Ограничение свободы движения отдельных частей механизма присутствием соседних частей.—Кинематическая пара.—Разложение механизма на ряд кинематических пар.

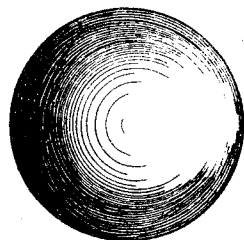
В самом начале нашего курса было отмечено, что непременным признаком всякой машины, отличающим ее от простого инструмента, является присутствие в ней одной неподвижной части (стаины или фундамента); таким образом,

*) Подробное изложение упрощенных графических приемов для построения картин скоростей и ускорений приведено в брошюре проф. В. А. Кирпичева: Построение картины скоростей и картины ускорений для плоских механизмов. Издаваемый в этой работе прием основан на так называемом способе Мора.

разлагая механизм всякой машины на его отдельные составные части, мы непременно обнаружим, что одна из его частей остается все время неподвижной, а остальные могут находиться в движении по отношению к этой неподвижной части и относительно друг друга ¹⁾.

Однако, нетрудно убедиться, что подвижность отдельных частей механизма не является безусловною, так как свобода перемещения любой части механизма ограничена влиянием на нее соседних соприкасающихся с нею частей; таким образом, движения, происходящие в машинах, относятся к категории так называемых несвободных движений, при которых траектория и характер движения зависят не только от величины и направления активных сил, действующих на данную часть механизма извне, но и от величины и направления пассивных сил (реакций), действующих на данную часть механизма от соседних его частей.

Присутствие этих частей и их воздействие на данную часть допускает лишь определенные перемещения данной части, делая все остальные ее перемещения невозможными, т. е. совершенно исключая их. По характеру перемещений, допускаемых конструкцией взаимной связи отдельных частей механизма, отличают различные степени свободы движения любой точки данной части механизма: точка, могущая занимать любое положение внутри определенного пространства ²⁾, обладает, — в соответствии со своими тремя независимыми друг от друга координатами, — тремя степенями свободы; точка, принужденная все время оставаться на определенной поверхности и имеющая, благодаря этому, лишь две независимые друг от друга координаты ³⁾, обладает двумя степенями свободы и, наконец, точка, принужденная все время оставаться на определенной линии, и имеющая, следовательно, только одну независимую координату ⁴⁾, обладает одной степенью свободы.



Черт. 60.

Возьмем, в виде примера, тяжелый шар и рассмотрим характер перемещения его центра в следующих трех случаях:

1) Шар (черт. 60) свободно падает (в ограниченной области пространства). Центр шара представляет собою свободную материальную точку, т. е. он ничем не стеснен в своем движении и обладает тремя степенями свободы; любая внешняя сила, дополнительно приложенная к центру шара, беспрепятственно изменит траекторию его движения, так как любое перемещение его является равновозможным.

2) Шар (черт. 61) заключен между двумя параллельными плоскостями, расположенными друг от друга на расстоянии, равном диаметру шара. Центр шара в этом случае, очевидно, принужден будет во все время движения шара оставаться в определенной плоскости (плоскости принужденного движения), а именно в плоскости параллельной данным и равноотстоящей от каждой из них, т. е. он будет обладать двумя степенями свободы; внешняя сила, дополнительно приложенная к центру шара, беспрепятственно может из-

¹⁾ Неподвижность станины, разумеется, является только относительной: не принимая участия в движении частей данного механизма, станина, очевидно, может двигаться вместе со всем механизмом, в случае наличия переносного движения всего механизма в целом (паровоз, автомобиль, аэроплан и т. п.).

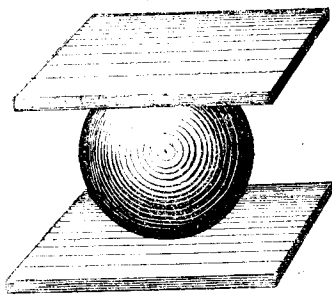
²⁾ Точек, могущих занимать любое положение в неограниченном пространстве т. е. совершенно свободных точек, в механизмах, очевидно, не имеется, так как присутствие любой взаимной связи отдельных частей механизма (а наличие такой связи есть непременное условие самого существования механизма) исключает уже существование таких точек.

³⁾ Третья координата явится функцией двух первых и может быть определена из уравнения данной поверхности.

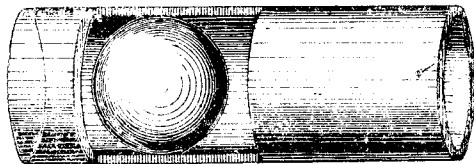
⁴⁾ Вторая и третья координаты явятся функциями первой и могут быть определены из двух уравнений данной линии.

менить его траекторию в плоскости принужденного движения, но вывести центр шара из этой плоскости приложенная сила не сможет, так как в этом она немедленно встретит противодействие со стороны ограничивающих шар плоскостей (реакция преград) и будет уравновешена этим противодействием ¹⁾; таким образом, допустимыми будут лишь те перемещения центра, которые лежат в плоскости принужденного движения, а все остальные перемещения будут не осуществимы.

3) Шар (черт. 62) заключен в прямолинейную трубу, внутренний диаметр которой равен диаметру шара. Центр шара будет оставаться на определенной линии (линии принужденного движения), а именно на прямой, представляющей ось трубы, т. е. он будет обладать одной степенью свободы; никакой внешней силе, дополнительно приложенной к центру шара, не удастся изменить траекторию его движения, т. е. вывести его с оси трубы, так как всякая такая сила немедленно встретит в этом противодействие со стороны стенок



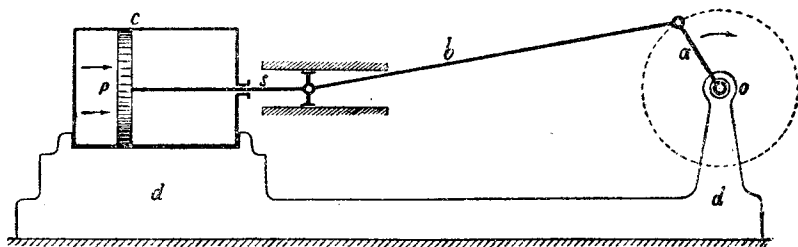
Черт. 61.



Черт. 62.

трубы (реакция преград) и будет уравновешено этим противодействием; таким образом, допустимыми будут лишь те перемещения центра, которые лежат по линии принужденного движения, т. е. по оси трубы, а все остальные перемещения будут не осуществимы.

В громадном большинстве механизмов встречается именно третий случай, т. е. наиболее часто наличие и конструкция соседних частей механизма оставляет



Черт. 63.

за любой точкой данной части лишь одну степень свободы, а следовательно, вполне предопределяет траекторию этой точки. Действительно, взяв в виде примера знакомый нам главный механизм горизонтальной поршневой машины (черт. 63), легко убедиться, что наличие и конструкция стенок цилиндра, сальника цилиндра и направляющих ползун параллелей (все эти части неподвижны, т. е. они играют роль различных частей одной и той же станины) заставляет любую точку поршня и скрепленного с ним поршневого штока двигаться по заранее определенной траектории (горизонтальной прямой), а наличие и конструкция подшипников (другая часть той же станины) заставляет любую точку неизменно скрепленного с валом кривошипа перемещаться по заранее определенному пути (окружность). Таким образом, с этой точки зрения влияние соседних частей

¹⁾ Изложенное справедливо лишь в пределах прочности материала, так как при достаточной величине силы преграда, очевидно, будет разрушена; этот случай, разумеется, исключается из наших рассуждений.

в общем режиме механизма сводятся к уничтожению в данной части механизма всякой подвижности по всем направлениям, кроме одного, необходимого для наших целей.

Отсюда очевидна настоятельная необходимость изучения каждой части механизма в тесной связи с каждой другой частью, с ней соприкасающейся, и явная бесплодность рассмотрения частей механизма в виде самостоятельных единиц, т. е. вне их связи с соседними. Это соображение заставляет нас при кинематическом изучении механизма разлагать его не на отдельные самостоятельные части, а на пары взаимно соприкасающихся частей, взаимно определяющих их относительное движение.

Всякую совокупность двух тел, находящихся во время движения в постоянном взаимном соприкосновении и взаимно ограничивающих друг у друга свободу перемещения, мы будем называть, согласно Рело, кинематической парой, а каждое из этих двух тел — элементом данной кинематической пары.

Чрезвычайно плодотворная идея разложения механизма не на отдельные самостоятельные части, а на пары взаимно-соприкасающихся частей принадлежит берлинскому проф. Францу Релю, создавшему своим капитальным трудом *Theoretische Kinematik* 1875 и затем в известной работе *Die praktischen Beziehungen der Kinematik zu Geometrie und Mechanik*, 1900 (представляющей, в сущности, второй том первого труда) новое направление в практической механике, которому мы обязаны наиболее глубоким анализом явлений, происходящих в машине. Этот метод, в дальнейшем его развитии, не только дал возможность с наибольшей ясностью и исчерпывающей простотой разложить данную машину на ее составные части (кинематический анализ), но и указал пути к творческому созданию новых механизмов (кинематических синтез) и, что особенно важно, объединил в общие группы кинематически родственные между собою механизмы, научив рассматривать каждый механизм в тесной связи с другими механизмами той же кинематической семьи.

В последнем обобщении заключается весьма ценная заслуга Рело, и это воззрение представляет собою несомненный шаг вперед по сравнению с кинематическими методами изучения механизмов, применявшимися до Рело; действительно, вдумываясь в работы предшественников Рело, не трудно увидеть, что в большинстве их работ каждый механизм исследуется сам по себе, вне всякой связи с другими, только как средство для некоторого преобразования движений: хотя при этом и получают некоторые практически полезные результаты в отдельных частных случаях, но обобщающий метод совершенно отсутствует.

Тем не менее, новое направление, созданное Рело, ничем не умаляет работ предшествовавшего ему периода, т. к. теория Рело, пользуясь новым понятием кинематических пар, устанавливает лишь более глубокий и широкий взгляд на сущность явлений, происходящих в механизме, но для изучения этих явлений пользуется, разумеется, всеми предыдущими достижениями. Обращаясь, поэтому к предшественникам Рело, следует прежде всего указать, что на пользу выделения и разработки кинематики, как самостоятельной отрасли науки о движении (вне зависимости от сил, создающих это движение) обратили внимание еще Эйлер и Карно. Можно, в сущности, считать, что основные начала кинематики, как отдельной науки, положены Монжем в его лекциях (1794) о движении, при чем названием своим эта отрасль науки обязана Амперу, который в одном из своих последних трудов (*Sur la philosophie des Sciences*, 1834) указал, что отделив геометрическое учение от статики и динамики, можно достигнуть значительного упрощения в излечении многих вопросов, касающихся движения. Практическое значение в области машиностроения кинематика получила после известного труда, посвященного теории механизмов, кембриджского проф. Роберта Виллиса (*Principles of mechanism*, 1841); за ним последовал целый ряд других трудов (преимущественно французов), в частности Лабулэ, Морена, Беланже, Резаля, Бура и др. Интересно, между прочим, отметить, что в Германии до работы Рело, почти не было серьезных работ по кинематике механизмов; идеи Рело создали около его теории целую школу, система которой продолжительное время господствовала в области преподавания машинной техники в высшей немецкой школе и во всяком случае оказала очень большие услуги в деле проектирования механизмов (Риттерауэ, Бек и др.); в своем капитальном труде по машиноведению (*Theoretische Maschinenlehre*, 1878) проф. Грасгоф следует в своем изложении кинематики идеям и методу Рело.

Следует, однако, упомянуть, что полное и исключительное господство метода Рело едва-ли может быть признано удовлетворяющим правильно понятым интересам развития машиностроения: теория эта, — оставляя совершенно в стороне чисто динамическую сторону и выдвигая на первый план вопросы кинематики, — страдает некоторой односторонностью; кинематика, разорвав связь с динамикой, в крайних своих выводах подвергается опас-

ности стать на путь узкого формализма и полной оторванности от основной задачи машины (преобразования энергии), в силу чего последнее время наблюдается определенная реакция против односторонних увлечений учением Рело (напр. у Лоренца, Technische Mechanik.)

Рассмотренный нами главный механизм поршневой машины, при внимательном изучении его, сразу же дает нам целый ряд примеров кинематических пар: так как цилиндрические боковые стенки и сальник цилиндра (неизменно связанные со станиной, т. е. составляющие с ней одно целое) во все время движения механизма находятся в непрерывном соприкосновении с цилиндрической боковой поверхностью поршня и с поршневым штоком (неизменно связанным с поршнем) и принудительно ограничивают свободу перемещения поршня и штока, заставляя их двигаться по определенному пути (прямая линия), то совокупность цилиндра (как части станины) и поршня (с поршневым штоком) представляет первую кинематическую пару, обнаруживаемую нами в главном механизме поршневой машины; легко далее убедиться, что тем же условиям удовлетворяет совокупность поршневого штока (с поршнем) и шатуна, составляющая вторую кинематическую пару, совокупность шатуна и кривошипа (неизменно скрепленного с валом), составляющая третью кинематическую пару и, наконец, совокупность вала (неизменно связанного с кривошипом) и подшипников (как части станины), составляющая четвертую и последнюю кинематическую пару главного механизма поршневой машины ¹⁾.

Следует оговорить, что элементы встречающихся в механизмах кинематических пар, в общем случае, могут быть не только твердыми телами (как в приведенных выше примерах цилиндра и поршня, штока и шатуна, шатуна и кривошипа, вала и подшипников и хотя бы одной из наиболее употребительных кинематических пар, а именно винтовой пары, которую образуют винт и гайка), но и телами гибкими и даже жидкими; с этой точки зрения шкив и ремень, охватывающий этот шкив, и стенки трубы и вода, текущая по этой трубе, также могут быть названы кинематическими парами ²⁾.

¹⁾ Весьма важно отметить, что неподвижно соединенные между собою части машины принимаются в этом анализе за одно целое (т. е. за один элемент механизма), а не за пару; так, совокупность неизменно скрепленных между собою поршня и штока составляет один элемент, а не пару; то же относится и к совокупности вала и кривошипа, наглухо насаженных на вал; точно также совокупность неподвижных боковых стенок цилиндра, его сальника, направляющих ползун штока параллелей и подшипников вала, объединяется в одно целое в представлении неподвижной станины механизма.

²⁾ Интересно отметить, что Рело вводит в свой анализ механизма не только кинематические пары, образуемые друг с другом отдельными частями механизма, но и кинематические пары, образуемые частями машины (приемником и орудием) с посторонними механизму элементами: с телом, представляющим собою источник движущей силы (падающая вода, пар, и т. п.) и с телом, являющимся продуктом действия машины (обрабатываемый материал, поднимаемая вода и т. п.); таким образом резец станка и обрабатываемый предмет или вода, входящая в турбину и лопасти колеса турбины, составляет также кинематические пары, принимаемые Рело во внимание при анализе данной машины.

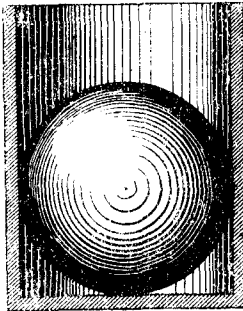
Ст. 2.

§ 24. Классификация и свойства кинематических пар.

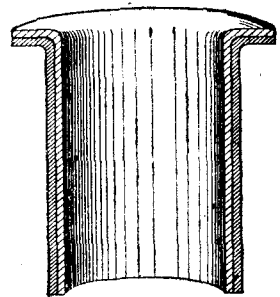
Классификация пар по степени ограничения относительной подвижности элементов; пары тройкой подвижности, пары двойкой подвижности, пары одиночной подвижности или пары принужденного движения (определенные пары).—Классификация пар по характеру взаимного соприкосновения элементов; пары высшие и пары низшие.—Форма элементов пары; огибающая и облегающая форма; обратимость пар.—Низшие определенные пары; пары призматическая, вращательная и винтовая. Классификация пар по характеру замыкания; пары с самостоятельным замыканием, пары с силовым замыканием.

По характеру того ограничения, которое пара налагает на свободу относительной подвижности ее элементов, мы будем различать три категории пар:

1. Пары тройкой подвижности, в которых закрепление одного из ее элементов оставляет, в общем случае, за любой точкой второго ее элемента три степени свободы. Примером такой пары может служить сплошной шар, помещенный внутри полого цилиндра с внутренним радиусом, равным радиусу шара (черт. 64); при закреплении одного из элементов этой пары, например, цилиндра, и при любом допускаемом парю движении другого элемента этой пары, т. е. шара, любая точка подвижного шара, лежащая на расстоянии a от центра шара, может, очевидно, перемещаться как угодно внутри пространства, ограниченного цилиндрической поверхностью радиуса a , имеющей общую с полым цилиндром ось, т. е. любая точка шара будет обладать при неподвижности цилиндра тремя степенями свободы (в ограниченном пространстве).



Черт. 64.



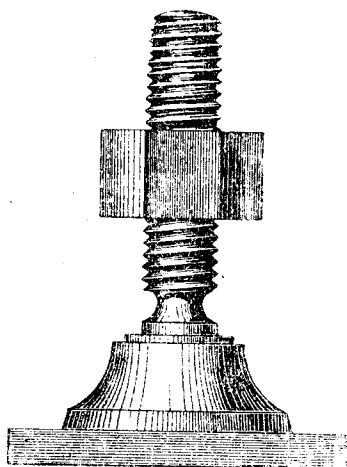
Черт. 65.

2. Пары двойкой подвижности, в которых закрепление одного из ее элементов оставляет, в общем случае, за любой точкой второго ее элемента две степени свободы. Примером такой пары может служить сплошной цилиндр, помещенный внутри полого цилиндра с внутренним радиусом равным наружному радиусу сплошного цилиндра (черт. 65); при закреплении одного из элементов этой пары, например, внешнего цилиндра, и при любом допускаемом парю движении другого элемента этой пары, т. е. внутреннего цилиндра, любая точка подвижного цилиндра, лежащая на расстоянии a от его оси, должна будет, очевидно, всегда оставаться на определенной поверхности, а именно на цилиндрической поверхности радиуса a , имеющей общую с обоими цилиндрами ось, т. е. любая точка подвижного сплошного цилиндра будет обладать, при неподвижном полом цилиндре, двумя степенями свободы.

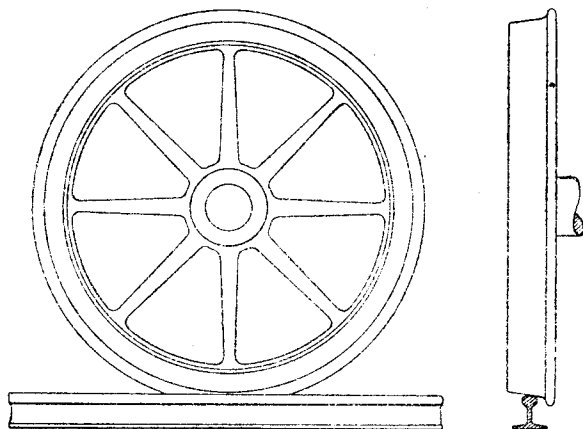
3. Пары одиночной подвижности, иначе называемые определенными парами, в которых закрепление одного из ее элементов оставляет, в общем случае, за любой точкой второго ее элемента одну степень свободы, т. е. принуждает эту точку двигаться по определенной линии; поэтому опре-

деленные пары носят иногда название пар принужденного движения¹⁾. Примером такой пары может служить винт и гайка (черт. 66); при закреплении гайки, любая точка ввинчивающегося в неподвижную гайку винта принуждена описывать, как известно, винтовую линию, т. е. обладает одной степенью свободы²⁾.

Выше было указано, что в громадном большинстве случаев конструкция соседних частей механизма оставляет за любой точкой данной части механизма лишь одну степень свободы; таким образом, большинство кинематических



Черт. 66.



Черт. 67.

пар, встречающихся в имеющих практическое значение механизмах, представляет собою определенные пары, преимущественному изучению которых и будет посвящено дальнейшее изложение.

По характеру взаимного соприкосновения элементов пары мы будем различать две категории пар:

- 1) пары низшие, в которых соприкосновение элементов пары происходит по целым поверхностям, и
- 2) пары высшие, в которых соприкосновение элементов пары происходит по отдельным точкам или линиям.

Примером низшей пары может служить вал и подшипник в котором данный вал вращается: здесь оба элемента пары постоянно взаимно соприкасаются по боковой поверхности кругового цилиндра, имеющего радиус основания, равным радиусу вала, и высоту, равную длине подшипника, т. е. по целой поверхности конечных размеров.

Примером высшей пары может служить вагонное колесо и рельс (черт. 67), по которому данное колесо катится: действительно, благодаря тому, что колесным скатам дается форма конуса, а рельс представляет собою цилин-

¹⁾ Рело называет такие пары десмодромическими парами, что по греческой терминологии значит, собственно, пары со связанной траекторией, т. е. пары принужденного движения.

²⁾ Закрепляя один из элементов пары и заставляя двигаться другой, мы наблюдаем, в сущности, характер относительного движения двух элементов нашей пары; так как характер этого движения, очевидно, останется тем же, если мы, обратно, закрепим второй элемент и заставим двигаться первый, то категория (или, как говорят, степень) подвижности пары не зависит от того, какой из двух ее элементов закреплен.

дрическое тело, при чем оси этих конуса (направление оси вагона) и цилиндра (направление рельса) взаимно перпендикулярны; катание вагонного колеса по рельсу кинематически равносильно катанию кругового конуса по цилиндру при взаимной перпендикулярности их осей; очевидно, что при таком взаимном расположении конус и цилиндр (т. е. колесо и рельс) всегда будут касаться друг друга в одной только точке, т. е. данная пара будет высшей с точечным соприкасанием элементов.

Другим примером высшей пары может служить сплошной шар, двигающийся внутри цилиндрической трубы того же диаметра; соприкосновение шара со стенками трубы все время происходит по окружности большого круга шара, т. е. данная пара будет высшей с линейным соприкасанием элементов.

Нетрудно установить, что для того, чтобы два данные элемента составляли какую-либо пару, т. е. для того, чтобы форма одного элемента принудительно ограничивала свободу движения другого элемента, оба элемента должны иметь определенные и зависящие друг от друга формы, вид которых будет определяться характером требуемого относительного движения. Во всех приведенных выше примерах легко подметить, что геометрическое очертание одного элемента пары имеет форму, огибающую все дозволяемые парой положения геометрического очертания другого элемента: это относится в одинаковой мере как к высшим, так и к низшим парам.

Действительно:

1) В низшей паре, составляемой валом и подшипником, поверхностью определяющей очертание первого элемента пары (вала) является боковая цилиндрическая поверхность цапфы: данная кинематическая пара позволяет только вращение этой цапфы около ее неподвижной оси, т. е. все последовательные положения боковой цилиндрической поверхности цапфы геометрически тождественно совпадают с предыдущими; при этих условиях, поверхностью, огибающей все последовательные положения цапфы, будет цилиндрическая же поверхность, геометрически тождественная с цилиндрической поверхностью цапфы, а такая именно поверхность и определяет очертание второго элемента пары (подшипника); при этом совершенно очевидно, что с одинаковым правом мы можем считать, с одной стороны, цилиндрическую поверхность подшипников за поверхность, огибающую все возможные положения цапфы и с другой стороны, цилиндрическую поверхность цапфы за поверхность, в свою очередь огибающую все возможные положения подшипников, т. е. что поверхности, определяющие очертание элементов данной пары, взаимно огибают все возможные положения друг-друга.

2) В высшей паре, составляемой вагонным колесом и рельсом, как во всякой высшей паре точечного соприкасания, можно говорить не о поверхности, а о линии, определяющей очертание определенного сечения (так называемого профиля) каждого из элементов пары. В данной паре линией, определяющей очертание профиля первого элемента пары (колеса) является окружность; данная кинематическая пара позволяет только прямолинейное перенесение центра этой окружности, связанное с вращением ее около этого центра, т. е. все последовательные положения профиля первого элемента представляют собою ряд равных окружностей, центры которых последовательно расположены по заданной прямой; при этих условиях линией, огибающей все последовательные положения профиля колеса, будет параллельная заданной прямой линии прямая, касательная ко всем последовательным положениям профиля колеса, а такая именно линия и определяет собою образующую второго элемента пары (образующую цилиндрического рельса); при этом очевидно, что оба элемента пары (окружность и касательная) являются линиями, взаимно огибающими все возможные положения друг друга.

3) В высшей паре, составляемой сплошным шаром и цилиндрической трубой того же диаметра, поверхностью, определяющей очертание первого элемента (шара) является шаровая поверхность; данная кинематическая пара позволяет только прямолинейное перенесение центра этого шара, связанное с вращением его около этого центра, т. е. все последовательные положения второго элемента представляют собою ряд равных шаров, центры которых последовательно расположены по заданной прямой; при этих условиях, поверхностью, огибающей все последовательные положения шара, будет боковая поверхность полого цилиндра (внутренняя поверхность цилиндрической трубы) того же радиуса, касательная ко всем последовательным положениям шара, а такая именно поверхность и определяет собою очертание второго элемента пары (цилиндрической трубы); при этом очевидно, что поверхности обоих элементов пары (шар и труба) являются поверхностями, взаимно огибающими все возможные положения друг друга.

Те же примеры показывают, что в случае наличия низшей пары, т. е. такой, где соприкасание элементов происходит (хотя бы на некотором ограниченном участке) по определенным поверхностям, взаимно огибающие формы должны (хотя бы на этом участке)

тождественно совпадать, как это имело место в разобранный выше примере вала и подшипника, т. е. взаимно огибающая форма должна переходить в взаимно облекающую форму; при этих условиях формы обоих элементов становятся геометрически тождественными, что и характеризует собою все низшие пары, называемые иногда поэтому облекающими парами.

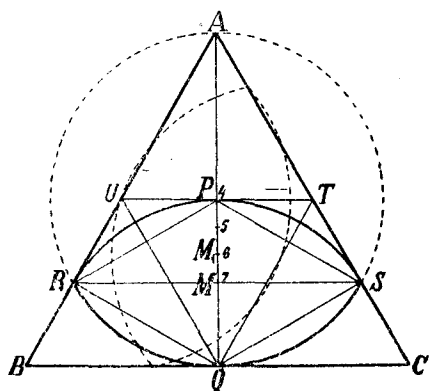
Для сравнения между собою свойств низших и высших пар разберем подробнее характер относительного движения элементов пары в обоих этих случаях:

1) В виде первого примера низшей пары возьмем прежний пример вала и подшипника (низшая пара одиночной подвижности). Закрепив подшипник и вращая вал, мы видим, что все точки вала описывают концентрические друг с другом окружности; закрепив, обратно, вал и вращая подшипник, мы убеждаемся, что все точки подшипника будут описывать в свою очередь тоже концентрические друг с другом окружности с тем же центром, т. е. окружности, подобные первым. Таким образом, в данном случае возможные траектории точек обоих элементов (вала и подшипника) оказываются подобными друг другу (концентрическими окружностями) и независимыми от того, который из двух элементов пары принят за подвижный и который закреплен. Это свойство пар называется обратимостью данной пары; в тех парах, в которых это свойство встречается, можно безразлично закреплять любой из элементов пары, при чем движение оставленного подвижным элемента в обоих случаях будет иметь один и тот же характер. Нетрудно видеть, в чем именно лежит общая причина обратимости пар: действительно, вид траектории любой точки первого элемента пары зависит от характера движения поверхности первого элемента по огибающей его поверхности второго элемента и, обратно, вид траектории любой точки второго элемента зависит от характера движения поверхности второго элемента по огибающей его поверхности первого элемента; само собою разумеется, что обе эти траектории будут иметь тождественный характер в том и только в том случае, если характер движения первого элемента по второму будет тождественен характеру движения второго элемента по первому; последнее же, очевидно, возможно только в том случае, когда формы соприкасающихся поверхностей обоих элементов геометрически тождественны, т. е. только в случаях облекающих (а не только огибающих), или низших пар. Таким образом, обратимость представляет собою свойство не только разобранными нами примера (в виде вала и подшипника), но и общее свойство всех вообще низших пар. Действительно, взяв, в виде второго примера низшей пары, шаровой шарнир, т. е. сплошной шар, заключенный внутри полого шара того же внутреннего радиуса (низшая пара двойкой подвижности), мы видим, что и в этой паре одинаково возможно закреплять и внутренний и наружный шар, не меняя характера траекторий, описываемых точками оставленного свободным элемента: свойство любого подвижного элемента этой пары описывать любыми своими точками поверхности концентрических сфер, т. е. подобные друг другу поверхности, останется при замене одного закрепленного элемента другим неизменным.

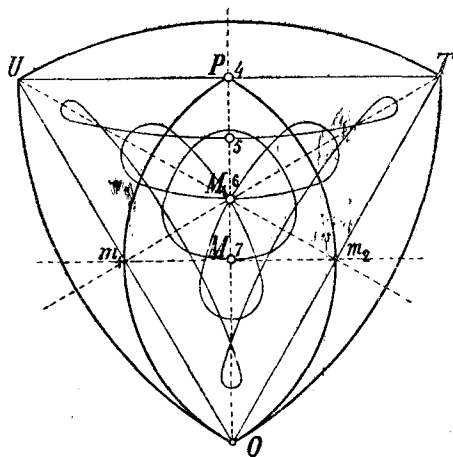
2) В виде примера высшей пары возьмем пару (черт. 68), составленную из двух цилиндрических тел: наружного, полого, поперечное сечение (основание) которого представляет прямолинейный равносторонний треугольник ABC , и внутреннего, сплошного, поперечное сечение (основание) которого представляет круговой двугульник $RPSQ$ ¹⁾. Второй элемент пары (круговой двугульный цилиндрический шип) движется внутри первого элемента

¹⁾ Мы получим очертания этого двугульника, если опишем из концов P и Q прямой PQ , составляющей половину высоты AQ треугольника, круговые дуги радиусами PQ до взаимного пересечения этих дуг в точках R и S .

(полой треугольной призмы), постоянно касаясь его по трем прямым линиям (образующим цилиндра и призмы), при чем, очевидно, профиль (основание) второго элемента (круговой двуугольник) движется внутри профиля (основания) первого элемента (треугольника), постоянно касаясь его в трех точках ¹⁾. Закрепив первый элемент (треугольник) и двигая второй элемент (двуугольник), мы можем построить определяемую парой траекторию движения любой точки двуугольника; построив такие траектории для ряда точек двуугольника и сравнивая их между собою, мы видим (черт. 69), что траектории различных точек двуугольника ничего общего между собою не имеют ²⁾. Закрепив первый элемент (двуугольник) и двигая второй элемент (треугольник),



Черт. 68.



Черт. 69.

мы можем построить определяемую парой траекторию движения любой точки треугольника. Рассматривая эти траектории, мы прежде всего видим, что траектории различных точек треугольника также ничего общего между собой не имеют, а кроме того немедленно замечаем, что траектории точек двуугольника (при закреплённом треугольнике) и траектории точек треугольника (при закреплённом двуугольнике) носят совершенно отличный друг от друга характер, т. е., что высшие пары обратимостью не обладают.

Изложенное приводит нас к следующему заключению:

Существенное отличие, характеризующее относительное движение элементов в низших и высших парах, заключается в следующем:

1) В низших парах (например, вал и подшипник):

а) траектории всех точек одного и того же элемента имеют один и тот же характер (траектории всех точек вала подобны друг другу, а именно представляют собою концентрические окружности; траектории всех точек подшипника

¹⁾ Легко убедиться, что данная высшая пара, — если только конструкция не допускает продольного передвижения элементов, — представляет собою пару одиночной подвижности: действительно, вращение двуугольного шипа в треугольной муфте также определено, как и вращение кругового шипа в круговом подшипнике; двуугольник в каждое мгновение может вращаться только около точки, в которой пересекаются три перпендикуляра, восстановленные из точек касания к сторонам треугольника; таким путем могут быть определены траектории любых точек обоих элементов данной пары.

²⁾ На рис. 69 представлен вид траекторий четырех точек двуугольника, соответственно обозначенных теми же цифрами, как и на рис. 68.

подобны друг другу, а именно представляют собою концентрические окружности)

б) характер движения подвижного элемента не меняется при закреплении любого из двух элементов пары (траектория любой точки вала при неподвижном подшипнике подобна траектории любой точки подшипника при неподвижном вале), т. е. низшая пара обладает свойством обратимости.

2) В высших парах (например: двугольный шип в треугольной призматической муфте):

а) траектории различных точек одного и того же элемента носят в общем случае совершенно различный характер и

б) характер движения подвижного элемента существенно меняется в зависимости от того, который из двух элементов пары закреплён, т. е. высшая пара не обладает свойством обратимости.

Кроме того, низшие пары, благодаря тому, что соприкосновение элементов пары происходит по поверхностям достаточно больших размеров, обладают значительно меньшей взаимной истираемостью их элементов, чем высшие пары, в которых соприкосновение осуществляется по линиям и точкам, так как в последнем случае давления от взаимного нажатия элементов распределяются на весьма малые площади (чрезвычайно малые площадки, каковыми на практике являются теоретические точки и линии), что и вызывает большие напряжения в материале, обуславливающие в высших парах сравнительно скорую его изнашиваемость. Меньшая изнашиваемость, а следовательно и более долговечная и надежная (в смысле сохранения первоначальной формы) служба составляет существенное преимущество низших пар, особенно ценное для машиностроения.

Остановимся теперь подробнее на весьма важной категории низших определенных пар, т. е. на категории таких пар, элементы которых соприкасаются друг с другом по целым поверхностям и конструкция которых ограничивает подвижность каждого элемента пары лишь одной степенью свободы. Отмеченные выше свойства таких пар—взаимное подобие траекторий всех точек каждого элемента, обратимость пары, меньшая изнашиваемость конструкции и определенность пути принужденного движения любой точки каждого элемента,—делают низшие определенные пары заслуживающими особого внимания с теоретической стороны и наиболее часто применяемыми на практике.

Можно, прежде всего, показать, что различных типов низших пар существует, вообще говоря, весьма ограниченное количество. Действительно, по самому определению низшей пары, поверхности, ограничивающие оба ее элемента, хотя бы в части своей должны при движении элементов находиться в постоянном и полном соприкосновении всеми своими точками; очевидно, что такое относительное передвижение возможно будет не для любых двух поверхностей, а только для двух поверхностей постоянной (и притом одинаковой для обеих) кривизны, каковыми являются плоскость (как поверхность с кривизною равной нулю), боковая поверхность кругового цилиндра и поверхность сферы. Изложенное ограничивает низшие пары вообще говоря тремя типами:

1. Плоскость с плоскостью.

2. Сплошной круговой цилиндр с облегающим его полым круговым цилиндром того же внутреннего радиуса и

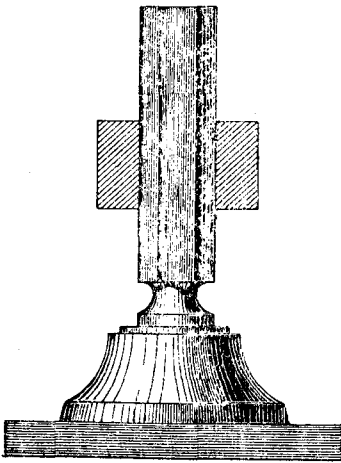
3. Сплошной шар с облегающим его полым шаром того же внутреннего радиуса.

Нетрудно, однако, видеть, что все три указанных выше типа низших пар принадлежат к категории пар двойкой подвижности: действительно, во всех

этих случаях любая точка подвижного элемента (при закреплении любого из них) сохраняет за собою две степени свободы, будучи принуждена оставаться в первом случае на определенной плоскости, во втором — на определенной цилиндрической поверхности и в третьем — на определенной шаровой поверхности.

Чтобы превратить эти пары в пары принужденного движения, необходимо лишить каждую из них одной степени свободы.

Для этой цели в упомянутой выше паре двоякой подвижности, составленной из двух элементов, соприкасающихся по плоскостям, ограничим (хотя бы соответствующими направляющими) возможное движение одного из элементов одним определенным направлением: тогда мы получим низшую определенную пару, носящую название призматической пары или пары поступательного движения (черт. 70, 71 и 72), состоящую, в общем случае, из



Черт. 70.



Черт. 71.

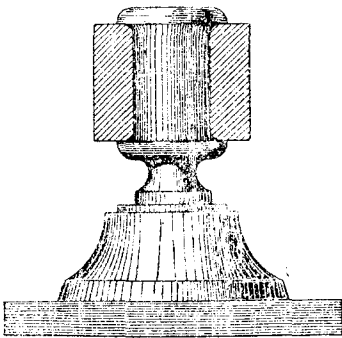


Черт. 72.

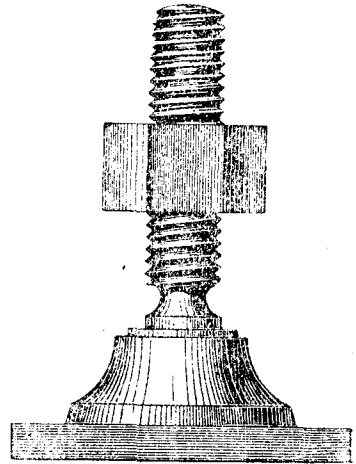
сплошного призматического тела любого сечения, входящего в полую призматическую муфту того же сечения (черт. 70); любая из точек как призмы, так и муфты (при закреплении другого элемента пары) описывает прямую параллельную оси призмы.

Вторую из упомянутых выше пар двоякой подвижности, составленную из сплошного цилиндра (цилиндрический вал) и полого цилиндра (цилиндрическая муфта) можно лишить одной из степеней свободы двояким способом: или лишить ее возможности вращения, с сохранением свободы продольного движения по оси пары или лишить ее возможности поступательного движения вдоль оси пары с сохранением свободы вращения около этой оси. Первую цель можно купить ценою отказа от кругового сечения вала и муфты, благодаря чему мы придем к прежней, уже полученной нами, призматической паре; вторая цель может быть достигнута, например, устройством на валу выступов (закраин), препятствующих продольному перемещению вала, благодаря чему мы получим вторую новую низшую определенную пару, носящую название вращательной пары или пары вращательного движения (черт. 73), состоящую в общем случае, из сплошного цилиндрического тела (цапфы вала) кругового сечения, находящегося внутри полого цилиндрического тела (подшипника) того же сечения; любая из точек как цапфы, так и подшипника (при закреплении другого элемента пары) описывает окружность с центром на оси вращения.

Можно, однако, лишить рассматриваемую нами пару двойкой подвижности, состоящую из цилиндрического вала и цилиндрической муфты, одной степени свободы и другим способом, а именно, оставив за подвижным ее элементом возможность как поступательного, так и вращательного движения, но лишь подчинив определенное продольное перемещение элемента определенному вращению его; этой цели можно достигнуть устройством как на цилиндрическом теле, так и на внутренней стороне полый муфты одинаковой винтовой нарезки, благодаря чему мы получим третью новую низшую определенную пару, носящую название винтовой пары (черт. 74) и состоящую из винта и гайки; любая точка как винта, так и гайки (при закреплении другого элемента пары) описывает винтовую линию одного и того же угла подъема и с осью, расположенной по оси пары.



Черт. 73.



Черт. 74.

Третью из упомянутых выше пар двойкой подвижности, составленную из сплошного шара, облеченного полым шаром, можно было бы лишить одной из степеней свободы, заставив один из шаров (при закреплении другого) вращаться не около центра, а около определенной и постоянной оси; нетрудно видеть, что при этом мы не получим никакой новой пары, но лишь частный случай уже

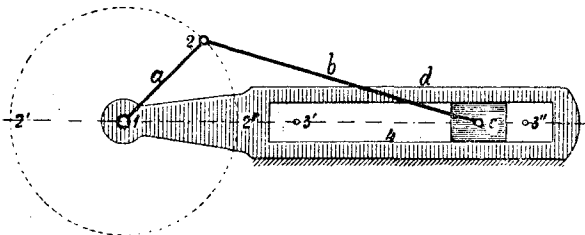
полученной нами вращательной пары, вал который, очевидно, может иметь не только цилиндрическую форму, но и форму тела вращения.

Таким образом мы установили, что количество видов низших определенных пар исчерпывается следующими тремя:

1. Призматическая пара (пара поступательного

движения) состоящая из двух облекающих друг друга призм, поперечное сечение которых исключает возможность вращения их около их оси; примером может служить ползун и направляющая его параллель (черт. 75) в поршневой машине.

2. Вращательная пара (пара вращательного движения), состоящая из двух облекающих друг друга тел вращения, сечение ко-



Черт. 75.

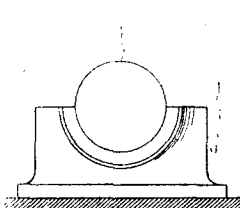
торых исключает возможность продольного их перемещения вдоль их оси; примером может служить вал в подшипнике.

3. Винтовая пара (пара винтового движения), состоящая из двух дополняющих друг друга форм: винта и гайки ¹⁾.

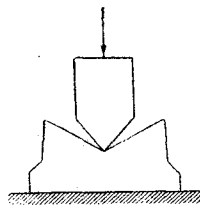
Рассматривая подробнее различные кинематические пары, мы легко сможем подметить возможность разделения всех пар на две отличные друг от друга группы в зависимости от способа, которым обеспечивается взаимное соприкосновение элементов данной пары.

В большинстве рассмотренных выше простейших пар взаимное соприкосновение элементов было обеспечено формой самих элементов, сохраняющих соприкосновение элементов при любых направлениях всевозможных сил, могущих действовать на элементы пары: такова, например, пара, состоящая из винта и гайки, так как самая форма гайки, со всех сторон облегающей винт путем полного обхвата его, исключает возможность нарушения соприкосновения между гайкой и винтом при любом направлении внешней силы, действующей на один из элементов пары; такие пары, в которых неизменность соприкосновения элементов обеспечивается самою формою этих элементов, носят название пар с самостоятельным замыканием; исправность их действия обеспечена при любом направлении действующих на них сил.

Существуют, однако, и такие пары, в которых одной формою их элементов взаимное соприкосновение элементов обеспечивается не всегда, а лишь при известном направлении внешних сил, действующих на эти элементы: такова, например, упомянутая выше пара, состоящая из рельса с колесом; действительно, колесо прижимается к рельсу исключительно силою веса, а при отсутствии веса и наличии какой либо другой силы, имеющей вертикальную составляющую, направленную вверх, колесо отделилось бы от рельса, и существование пары было бы уничтожено; такие пары, в которых для сохранения соприкосновения ее элементов требуется наличие внешней силы определенного направления, носят название пар с силовым замыканием, и внешняя сила называется замыкающею силою.



Черт. 76.



Черт. 77.

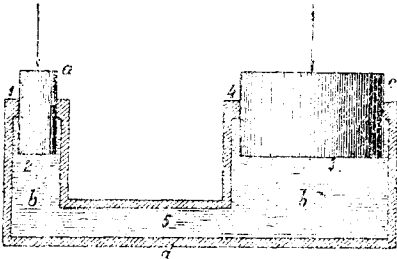
Силовое замыкание пар имеет весьма широкое применение в машиностроении; кроме указанной выше пары, составленной из рельса и колеса, примерами пар с силовым замыканием могут быть: тяжелый вал и открытый (сверху) подшипник (черт. 76), где значительный вес вала (напр., в водяных колесах) служит замыкающею силою, достаточно обеспечивающею вал от возможности поднятия вверх из открытого подшипника; опорные призмы и опорные выемки (черт. 77) коромысла и подставок весов, где роль замыкающей силы играет вес коромысла, чашек и грузов.

Отрицательной стороною всякого силового замыкания является его относительная ненадежность, так как случайное ослабление замыкающей силы или внезапно возникшее воздействие какой либо возмущающей силы, способно, при известных условиях, уничтожить данную пару: поэтому, по замечанию Рело, действительный прогресс в машинной технике состоял в постепенном вытеснении

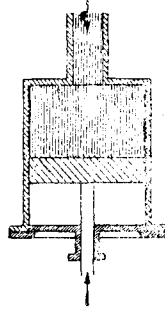
¹⁾ В сущности все три вида сводятся к одному последнему: действительно, при угле подъема винтовой линии равно нулю ($\alpha = 0$) винтовая пара переходит во вращательную, а при угле подъема равном прямому ($\alpha = 90^\circ$) винтовая пара обращается в поступательную.

менее надежных пар с силовым замыканием и постепенной замене их самостоятельно-замкнутыми парами.

Тем не менее, силовое замыкание всегда будет играть весьма существенную роль в машиностроении, так как только благодаря этому способу замыкания



Черт. 78.



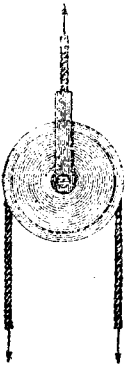
Черт. 79.



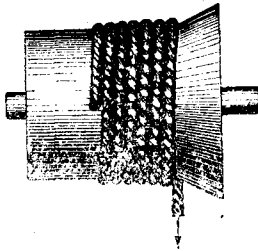
Черт. 80.

оказывается возможным значительно расширить понятие об элементе пары, введя в состав пары не только твердые, но и жидкие, газообразные, гибкие и упругие тела.

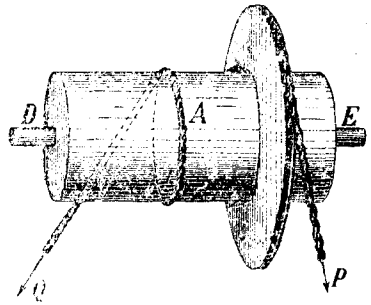
Жидкости представляют собою изменяемые по форме тела, способные оказывать сопротивление только сжимающим (сдавливающим) силам; в частности, всякая весома жидкость, налитая в сосуд, сопротивляясь действующим



Черт. 81.



Черт. 82.

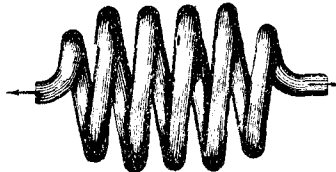


Черт. 83.

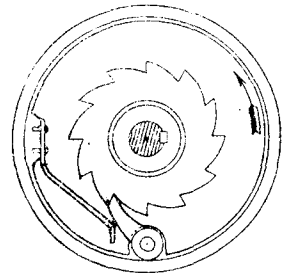
на нее силам тяжести, оказывается прижатой к дну и стенкам сосуда, в который она налита, сохраняя таким образом постоянное соприкосновение с внутренней поверхностью сосуда; очевидно при этом, что внутренняя поверхность сосуда ограничивает свободу передвижения жидкости. Таким образом создается пара, состоящая из жидкости и полого твердого тела (сосуда), в который она налита, при чем эта пара обязана своим существованием наличию силы, прижимающей жидкость к внутренним стенкам сосуда, т. е. исключительно силовому замыканию. Такие пары (черт. 78 и 79) встречаются, например, в гидравлических прессах, нагнетательных насосах, а также и во всех тех случаях, когда какая либо жидкость течет под определенным давлением по трубопроводам.

Гибкие тела представляют собою изменяемые по форме тела, способные оказывать сопротивление только растягивающим силам; в частности, всякая гибкая нить (канат, ремень, цепь), будучи перекинута через твердое тело

(барабан, шкив, блок) и сопротивляясь растягивающим ее силам, окажется прижатой к твердому телу, через которое она перекинута, сохраняя таким образом постоянное соприкосновение с наружной поверхностью этого тела; очевидно, при этом, что наружная поверхность твердого тела ограничивает свободу передвижения гибкого тела. Таким образом создается пара, состоящая из гибкого тела и твердого тела, через которое это гибкое тело перекинута, причем эта пара обязана своим существованием, очевидно, исключительно силовому замыканию. Такие пары (черт. 80, 81, 82, 83) имеются, между прочим, во всякой гибкой передаче (канат и блок, канат и барабан, ремень и шкив), а также в ряде подъемных машин (подъемная цепь и барабан ворота).



Черт. 84.



Черт. 85.

Упругие тела, как, например, пружины (черт. 84), способны сопротивляться как сжимающим, так и растягивающим силам, а потому и могут входить в состав пары, в качестве элемента, присутствие которого обеспечивает надлежащее силовое замыкание пары: таковы (черт. 85), например, так называемые собачки храповых колес, поршни с металлической набивкой и т. п.

Ст. 3.

§ 25. Кинематическая цепь.

Открытые и замкнутые цепи. — Эквивалентность пары и цепи. — Замена пары высшей подвижности цепью пар низшей подвижности. — Замена высшей пары цепью низших пар.

Несколько кинематических пар, последовательно соединенных друг с другом таким образом, что второй элемент предыдущей пары образует одно целое с первым элементом следующей пары, составляют так называемую кинематическую цепь; соединенные в одно целое элементы двух соседних пар образуют так называемое звено кинематической цепи.

Разобранный выше главный механизм поршневой машины, представляющий последовательное соединение четырех низших пар:

I-я пара (призматическая): станина (цилиндр) — поршень со штоком;

II-я пара (вращательная): поршень со штоком — шатун;

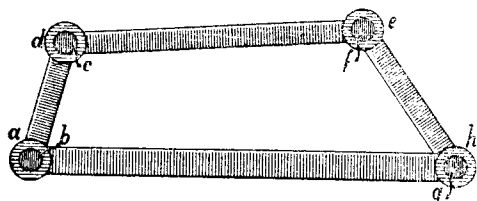
III-я пара (вращательная): шатун — кривошип с валом;

IV-я пара (вращательная): кривошип с валом — станина (подшипники), может служить примером кинематической цепи: действительно, все перечисленные выше четыре пары, последовательно входящие в эту цепь, составлены и расположены таким образом, что второй элемент каждой пары является в то же время первым элементом следующей пары; в виду этого, роль звеньев данной цепи (которых будет четыре) будут играть: 1) станина, 2) поршень со штоком, 3) шатун и 4) кривошип с валом.

Наиболее простым примером кинематической цепи служит так называемый шарнирный многосторонник, состоящий из ряда стержней, последовательно соединенных шарнирами, позволяющими стержням вращаться друг отно-

сительно друга; все пары, образующие эту цепь, являются вращательными парами, а все звенья представляют собою стержни (черт. 85).

В обоих приведенных выше примерах, первый элемент первой пары составляет одно целое с последним элементом последней пары, т. е., другими словами,

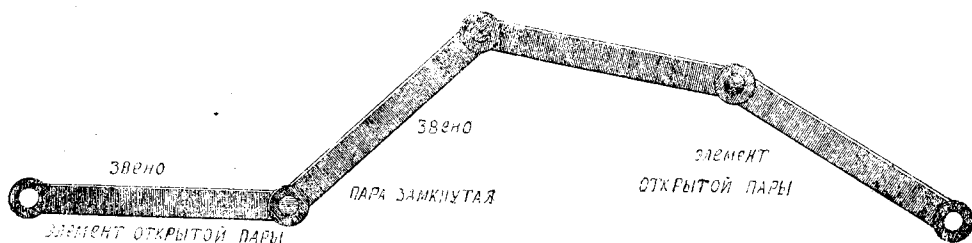


Черт. 85.

существует звено, замыкавшее всю цепь¹⁾: кинематические цепи, удовлетворяющие этому требованию, называются замкнутыми кинематическими цепями. Можно, однако, представить себе кинематические цепи и без замыкающего звена: таков, например, ряд последовательно расположенных стержней, соединенных в узлах шарнирами, но не имеющих замыкающего звена (черт. 86): цепи такого

рода носят название открытых кинематических цепей.

Замкнутые кинематические цепи могут быть разделены на две категории: 1) если при неподвижности одного из звеньев цепи, траектория любой точки любого звена представляет собою вполне определенную кривую, — цепь называется определенной цепью или цепью принужденного движения и 2) если при неподвижности одного из звеньев цепи, траектории некоторых точек некоторых звеньев неопределенны, цепь называется неопределенной. Примером определенной замкнутой цепи может служить шарнирный четырехугольник: траектория любой точки каждого из двух звеньев, непосредственно примыкающих к станине, представляет собою окружность, а траектория любой точки звена, противо-



Черт. 86.

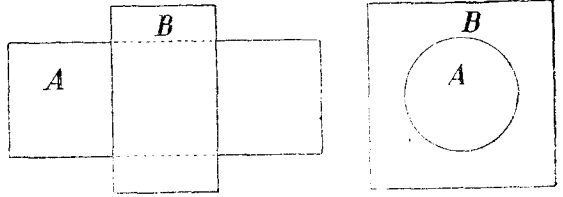
ложного станине, в общем случае, представляет собою, как это можно доказать, так называемую лемнискоиду. Примером неопределенной замкнутой цепи может служить хотя бы шарнирный пятисторонник, так как любая точка двух звеньев, не примыкающих к станине, может описывать весьма разнообразные кривые.

Применяя открытую кинематическую цепь, мы ставим себе, в сущности говоря, ту же самую цель, что и при применении простой кинематической пары: цель эта, как упомянуто выше, заключается в определенном ограничении свободы движения последнего элемента (звена) цепи или пары по отношению к первому элементу; различие сводится лишь к тому, что в паре первый и последний элементы соединены непосредственно, а в цепи — при помощи ряда промежуточных элементов, т. е. посредством ряда звеньев цепи. С этой точки зрения мы будем называть эквивалентными друг-другу

¹⁾ В первом примере роль замыкающего звена (т. е. первого элемента первой пары) играет станина; станина, с кинематической точки зрения, представляет собою совокупность всех неподвижных частей механизма, а, следовательно, в данном случае объединяет в одно кинематическое целое столь разнородные части машины, как цилиндр и подшипники.

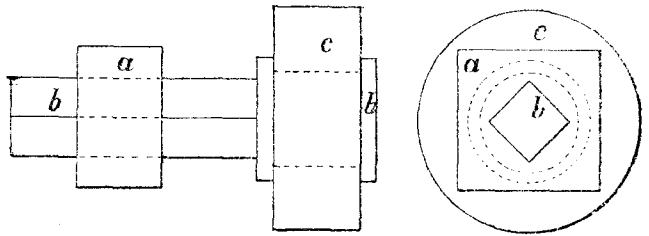
такие цепь и пару, при помощи которых достигаются тождественные конечные результаты, т. е. в которых относительное движение последнего элемента по отношению к первому носит одинаковый характер. Вышеизложенное дает нам, в случае надобности, право, не меняя окончательных кинематических результатов, заменять данную нам пару эквивалентною ей цепью (т. е. развертывать данную пару в цепь) и, обратно, заменять данную нам цепь эквивалентною ей парой (т. е. свертывать данную цепь в пару).

На целом ряде примеров легко убедиться, что при развертывании данной пары в цепь мы заменяем или пару большей подвижности рядом пар меньшей подвижности или высшую пару рядом низших пар, т. е., другими словами, что процесс развертывания пары в цепь связан, в конечном результате, с понижением или степени подвижности, или характера имеющейся в нашем распоряжении пары, а, следовательно, обратный процесс свертывания цепи в пару — с повышением или степени подвижности или характера составляющих данную нам цепь пар.



Черт. 87.

В виде первого примера возьмем пару A/B , образованную круговым цилиндрическим телом (валом) A и круговой цилиндрической муфтой B , могущей вращаться около вала и в то же время перемещаться вдоль него (черт. 87); очевидно, что при неподвижности вала любая точка муфты должна



Черт. 88.

будет оставаться на определенной цилиндрической поверхности, а потому данная пара будет парой двойной подвижности. Развернем эту пару в эквивалентную ей цепь следующим образом (черт. 88): одну часть тела A оставим в виде вала, т. е. кругового цилиндра, а другую часть того же тела A превратим в призматический брус квадратного сечения; на цилиндрический конец тела A оденем круговую цилиндрическую муфту c , могущую вращаться около вала, но не имеющую возможности, благодаря устройству закраин, перемещаться вдоль него; на призматический конец бруса A оденем призматическую с квадратным отверстием муфту a , могущую двигаться вдоль бруса, но не имеющую, очевидно, возможности вращаться около него. Мы получим таким образом, трехзвенную открытую кинематическую цепь, состоящую из трех звеньев [цилиндрической муфты c , тела b и призматической муфты a], образующих две пары: вращательную пару c/b и призматическую пару a/b .

Взятая нами пара A/B и полученная трехзвенная цепь $a/b/c$, очевидно, эквивалентны друг другу, так как характер подвижности второго элемента B пары по отношению к первому ее элементу A , очевидно, тождественен с характером подвижности последнего звена c цепи по отношению к ее первому звену a ¹⁾. При этом важно отметить, что обе пары, входящие в полученную

¹⁾ Действительно, элемент B можно одновременно вращать и продольно перемещать относительно элемента A ; звено a можно продольно перемещать по отношению к звену b , по отношению к которому можно вращать звено c , а следовательно звено c можно одновременно вращать и продольно перемещать относительно звена a .

нами трехзвенную цепь (вращательная c/b и призматическая a/b), оказываются определенными парами, т. е. парами одиночной подвижности.

Таким образом оказалось, что развертывая кинематическую пару двоякой подвижности в эквивалентную ей открытую кинематическую цепь, мы получим цепь из двух пар одиночной подвижности. Легко убедиться на ряде примеров, что этот результат можно обобщить в следующем положении:

Пару большей подвижности можно заменить открытой цепью, составленной из нескольких пар меньшей подвижности.

В виде другого примера рассмотрим механизм, применяемый в швейных машинах для создания колебательного движения иголки (черт. 89); на вращающемся диске a укреплен цилиндрический шип b , который может при

вращении диска, скользить в горизонтальном прорезе так называемой кулисы c ; кулисса может дви-

гаться только вверх и вниз, будучи направляема в своем движении особыми приспособлениями, при чем с кулиссой наглухо соединен стержень, несущий иголку; при вращении диска a , шип b , вращаясь вместе с диском и

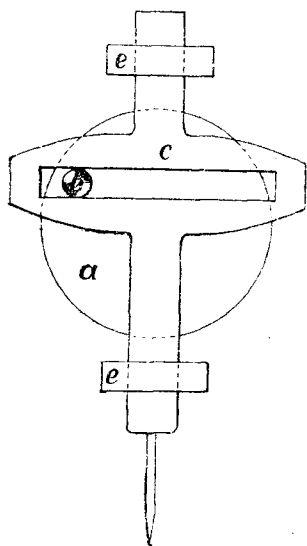
одновременно скользя вдоль прореза кулисы, создает вертикальное перемещение кулисы, то поднимая, то опуская ее, т. е. вызывает колебательное движение иголки.

В этом механизме имеется пара b/c , состоящая из цилиндрического шипа b и кулисы c ; так как всякая цилиндрическая поверхность может соприкасаться с плоскостью только по линии, то рассматриваемая пара представляет собою, очевидно, пару высшую и как таковая, при быстром вращении диска, подвергается значительному истиранию. Во

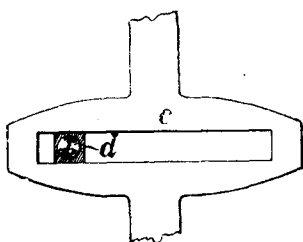
избежание этого, шип b вставляют не прямо в прорез кулисы c , а сначала в особую муфту (ползун или кулисный камень) d , в которой шип может вращаться, а вся муфта помещается в прорез кулисы, вдоль которого она и может скользить; таким образом муфта эта составляет с цилиндрическим шипом d вращательную пару b/d , и с кулиссой c призматическую пару d/c , при чем обе эти пары будут уже, очевидно, низшими. При помощи полученной таким образом цепи $b/d/c$, состоящей из двух низших пар, будет достигнут в конечном счете, тот же кинематический результат, что и при помощи одной высшей пары b/c , т. е. полученная цепь и данная пара будут эквивалентны; при этом, однако, наличие ползуна значительно уменьшит истирание.

Таким образом, развертывая данную нам высшую пару в эквивалентную ей цепь, мы получим цепь, составленную из двух низших пар; ряд примеров, как в этом легко убедиться, показывает, что этот результат можно обобщить в следующем положении:

Высшую пару можно заменить открытой цепью, составленной из нескольких низших пар.



Черт. 89.



Ст. 4.

§ 26. Механизм, как замкнутая определенная цепь, поставленная на одно из своих звеньев.

Изложенное в предыдущих параграфах показывает, что разложение всякого механизма на его составные части (кинематический анализ машины) приводит, в конечном счете, к замкнутой определенной кинематической цепи, роль звеньев которой играют отдельные части данной машины. Выше было указано, что непременно условием, необходимым для того, чтобы данная конструкция могла быть названа „машиной“, является обязательная неподвижность хотя бы одной ее части (станина); поэтому и в той кинематической цепи, к которой сводится, в результате кинематического анализа, механизм всякой машины, одно из звеньев (соответствующее станине данной машины) должно быть закреплено неподвижно. Когда в замкнутой кинематической цепи одно из звеньев остается все время неподвижным, то говорят, что цепь „поставлена“ на данное звено; таким образом, наиболее общее и вполне исчерпывающее определение всякого механизма будет следующее:

Механизмом называется замкнутая определенная кинематическая цепь, поставленная на одно из своих звеньев ¹⁾.

Это определение является центральным пунктом всей кинематики механизмов; оно не только позволяет простейшим способом и наиболее полно изучить данный нам механизм путем разложения его на его составные части (кинематический анализ), но и указывает путь последовательного получения из данного механизма ряда других механизмов, кинематически ему родственных, т. е. допускает возможность построения новых механизмов (кинематический синтез). Действительно, замкнутую кинематическую цепь, к которой сведен данный механизм, мы можем последовательно ставить на любое из ее звеньев; при этом, „согласно приведенному выше определению, мы будем каждый раз получать новый механизм, при чем этот новый механизм по своему внешнему виду и своей динамической цели во многих случаях не будет иметь ничего общего с данным, но несомненно будет кинематически не только ему родственен, но и прямо тождественен с ним, так все эти механизмы представляют собою одну и ту же кинематическую цепь и отличаются друг от друга лишь тем, что станиною их являются разные звенья этой цепи.

Для более удобной классификации и наглядного сравнения между собой различных механизмов Рело предложил обозначать каждый механизм особой условной формулой, выражающей особыми условными знаками кинематический состав соответствующей данному механизму цепи, подобно тому, как особой химической формулой выражается химический состав данного вещества.

Для этой цели форма каждого элементарного тела, входящего (в виде элемента) в состав любой пары кинематической цепи, обозначается особой условною буквою; таким образом, согласно Рело,

буквою P	обозначается призма,
C	цилиндр,
G	шар (сфера),
S	винт,
T	тяга (цепь, канат),
C_z	цилиндрическое зубчатое колесо и т. д.

¹⁾ См. выше, стр. 8 Это определение принадлежит Рело и приведено им в гл. I. (§ 3), его классической работы *Theoretische Kinematik*, 1875.

С целью указания, является ли данное элементарное тело сплошным или полым, применяются условно знаки + или —; таким образом

- символом $P+$ обозначается сплошная призма,
 „ $P-$ — полая призма, т. е. призматическая муфта,
 „ $C+$ — сплошной цилиндр,
 „ $C-$ — полый цилиндр, т. е. цилиндрическая муфта,
 „ $S-$ — тело винта,
 „ S — тело гайки и т. д.

Далее, условным знаком $=$ выражается тождественность размеров соприкасающихся элементов.

При таких обозначениях:

1) Символ $P+P-$ обозначает сплошную призму, соприкасающуюся с полой призмой того же сечения (призматический брус,двигающийся в соответствующей ему призматической муфте), т. е. призматическую пару или пару поступательного движения; эта пара, — вместо полного обозначения $P \pm P-$ — сокращенно обозначается символом (P) .

2) Символ $C+C-$ обозначает сплошной цилиндр в цилиндрической муфте того же диаметра (например, в частности, вал и подшипник), т. е. вращательную пару, сокращенно обозначаемую символом (C) .

3) Символ $S \pm S-$ выражает, очевидно, винт в гайке, т. е. винтовую пару, сокращенно обозначаемую символом (S) .

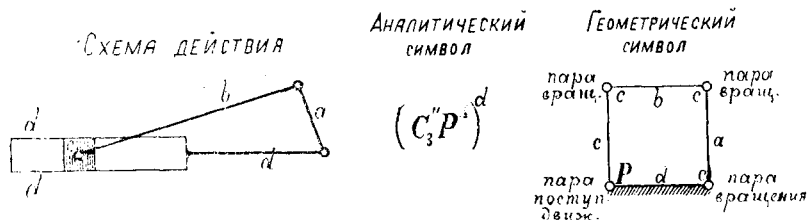
Присвоив, таким образом, каждой паре определенный условный знак, можно выразить кинематический состав каждой цепи рядом символов, соответствующих последовательным парам, входящим в состав данной цепи; при этом взаимное относительное направление осей соседних пар, т. е. их взаимная параллельность, перпендикулярность или наклонность, обозначаются, соответственно, знаками $\parallel$, $\perp$ и $<$.

Взяв, например, шарнирный четырехсторонник (черт. 85), мы видим, что эта цепь состоит из четырех вращательных пар с параллельными друг другу осями; поэтому рассматриваемая четырехзвенная цепь будет обозначать символом $(C) (C'') (C'') (C')$ или, сокращенно,

$$(C_4''),$$

где значек 4 показывает число одноименных пар.

Разбирая, в виде второго примера, главный механизм паровой машины (черт. 90), мы убеждаемся, что эта цепь состоит из последовательного



Черт. 90.

соединения четырех пар: 1) пары поступательного движения (P) — станина (цилиндр) и поршень; 2) вращательной пары (C) — поршневой сток и шатун; 3) вращательной пары (C) — шатун и кривошип и 4) вращательной пары (C) — вал (кривошип) и подшипник (станина). При этом оси всех трех вращательных пар параллельны друг другу, а ось пары поступательного движения (ось поршневого

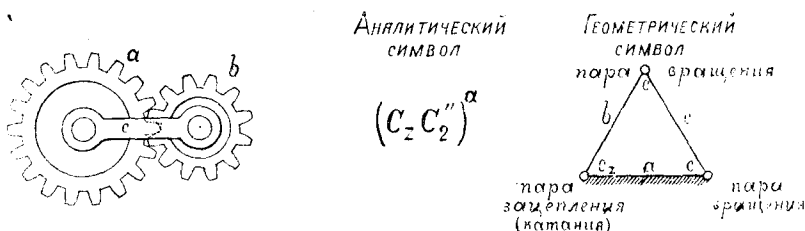
штока) перпендикулярна осям вращательных пар (оси вала). Поэтому рассматриваемая четырехзвенная цепь будет обозначаться символом

$$(C) (C'') (C'') (P)$$

или, сокращенно,

$$(C_3'' P).$$

Взяв, как последний пример, частный случай так называемого э п и ц и к л и ч е с к о г о м е х а н и з м а (черт. 91), состоящего из двух сцепленных зубчатых цилиндрических колес с параллельными осями, связанными стержнем, мы видим,



Черт. 91.

что данная цепь состоит из трех пар: 1) высшей пары зацепления (катания) (C_z) , — зубец первого колеса и зубец второго колеса, 2) вращательной пары (C) — ось первого колеса и стержень и 3) вращательной пары (C') — ось второго колеса и стержень; при этом оси обеих вращательных пар параллельны. Поэтому рассматриваемая трехзвенная цепь будет обозначаться символом

$$(C_z) (C) (C''),$$

или, сокращенно,

$$(C_z C_2'').$$

Если мы теперь от разобранных нами цепей желаем перейти к соответственным механизмам, мы должны указать, какое именно из звеньев данной цепи является неподвижным, т. е., другими словами, указать станину данного механизма. В условном обозначении, введенном Рело, это достигается тем, что в приведенных выше символах цепей вводят добавочную букву, условно соответствующую тому звену, которое считается закрепленным, получая таким образом из символа цепи — символ механизма.

Таким образом, условное обозначение главного механизма паровой машины (черт. 90), где станиной является звено d , будет иметь вид:

$$(C_3'' P)^d,$$

а условным обозначением эпициклического механизма (черт. 91), где станиной является колесо a , будет формула

$$(C_z C_2'')^a.$$

Следуя указанному выше приему, мы для каждого механизма можем составить чрезвычайно удобную для классификации механизмов краткую условную формулу (аналитический символ механизма) в сжатой форме, но исчерпывающе

выражающую весь его кинематический состав. В целях наглядности бывает иногда полезно развернуть этот аналитический символ в условный чертеж (геометрический символ цепи), в котором любая цепь изображается в виде многосторонника, стороны которого условно соответствуют звеньям цепи, а узлы—парам ¹⁾.

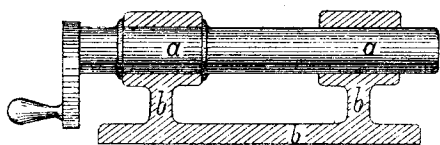
Установив кинематический состав данного механизма, т. е., имея его условный символ, мы получаем наиболее полную и исчерпывающую его характеристику; мы можем не только проследить происхождение данного механизма, но и установить сходство его и различие по отношению к целому ряду родственных ему механизмов, происходящих из общей с ним кинематической цепи; мало того, имея условный символ данного механизма, мы владеем ключом как к усовершенствованию и надлежащему видоизменению его, так и к сознательному и планомерному созданию из данного механизма целого ряда новых механизмов ²⁾.

Ст. 5.

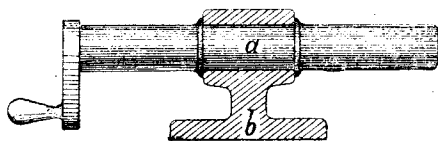
§ 27. Трехзвенные цепи с низшими парами.

Рассмотрим теперь подробнее простейшие замкнутые определенные кинематические цепи и некоторые из тех механизмов, которые можно получить из этих цепей, ограничив сначала круг нашего рассмотрения цепями с низшими парами.

Наиболее простой кинематической цепью являлась бы, конечно, двухзвенная цепь; нетрудно, однако, убедиться, что всякая определенная двухзвенная цепь с низшими парами кинематически эквивалентна на одной только



Черт. 92.



Черт. 93.

паре, к каковой эта цепь, в сущности, и сводится. В виде примера можно привести вал, лежащий на двух опорах (подшипниках), в которых он может вращаться (черт. 92), очевидно, что эта двухзвенная цепь (C_2'') кинематически тождественна с простой парой вращения (C), так как движение вала будет таким же и в том случае, если вместо двух подшипников по краям вала по-

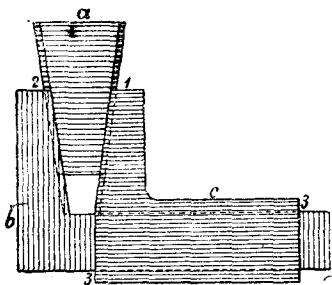
¹⁾ На черт. 90 и 91 это и сделано для главного механизма паровой машины и эпициклического механизма. — Следует помнить, что геометрический символ является условным изображением кинематического состава цепи, соответствующей данному механизму, а отнюдь не изображением его действительной схемы; геометрический символ и схема совпадают между собою, как в этом легко убедиться, только для шарнирных многосторонников.

²⁾ Попытки систематического обозначения механизмов формулами принадлежали еще Гук у; в недавнее время это было сделано Вил л и с о м. Однако, цель этих обозначений сводилась к намерению выразить действие механизма, а цель обозначений Рело состоит в намерении выразить состав его.

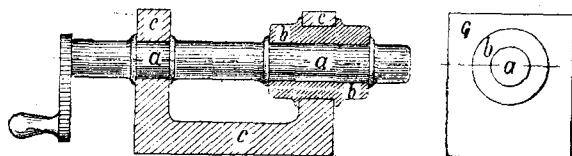
ставить один (широкий) подшипник посередине его; однако, вал и подшипник (черт. 93) очевидно составляют только пару, а не цепь ¹⁾.

Переходя поэтому к трехзвенным цепям с низшими парами, остановимся лишь на тех механизмах, получаемых из этих цепей, которые имеют практическое применение.

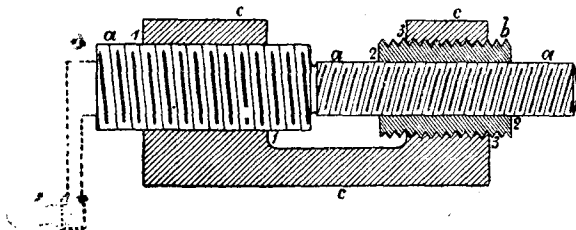
Простейшим трехзвенным механизмом является так называемый клиновой пресс (черт. 94), представляющий собою трехзвенную цепь (P_3), состоящую из трех призматических пар. Подвижный клин, могущий двигаться (в особых



Черт. 94.



Черт. 95.



Черт. 96.

пазах) в вертикальном направлении между выступающей частью неподвижной станины и подвижной муфтой, заставляя эту муфту передвигаться в горизонтальном направлении по станине и сжимать постороннее тело, помещенное между муфтой и второй выступающей частью станины ²⁾.

Конструкция, состоящая из трех вращательных пар, т. е. представляющая собою трехзвенную кинематическую цепь (C_3) (черт. 95), не обладает, как это легко видеть, принужденным движением своих звеньев, а потому и не может быть причислена к механизмам.

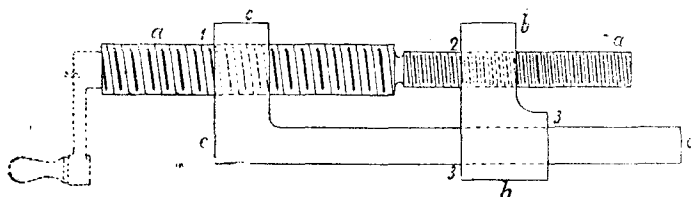
Механизм, состоящий из трех винтовых пар, т. е. представляющий собою трехзвенную кинематическую цепь (S_3) (черт. 96) практического значения не имеет.

Из числа трехзвенных механизмов с различными низшими парами укажем, в виде примера, на механизм, называемый дифференциальным винтом Прони (черт. 97), представляющий собою трехзвенную цепь (PS''_2), состоящую

¹⁾ При замене одной из пар этой двухзвенной цепи (C_2) парой призматической, т. е. при переходе к двухзвенной цепи (CP) мы, — как в этом легко убедиться, — лишаем конструкцию подвижности, т. е. упраздняем механизм, так как парой C будет уничтожено движение вала вдоль оси, а парой P его вращение; то же, очевидно, относится и к двухзвенным цепям вида (CS) и (PS), где одна пара исключает возможность движения, допускаемого другой. Таким образом, двухзвенные цепи (CP), (CS) или (PS) (т. е. двухзвенные цепи, разноименными низшими парами) теряют свою подвижность, или, другими словами, перестают быть кинематическими цепями, а двухзвенные цепи (C_2), (P_2) или (S_2), (т. е. двухзвенные цепи, с одноименными низшими парами) кинематически сводятся к одной только паре (C), (P) или (S), т. е. также теряют характер цепи.

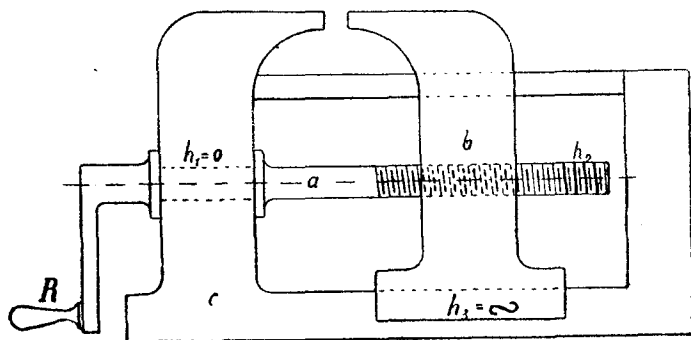
²⁾ Кинематические свойства этого механизма рассмотрены ниже в § 33 и динамические его свойства в Огд. III.

из одной призматической и двух винтовых пар. Вал a (снабженный особой рукояткой R) ввинчивается одновременно в две гайки: вертикальную часть станины c и муфту b , могущую скользить по горизонтальной части станины.



Черт. 97.

сколь угодно малых горизонтальных передвижений муфты b при одном обороте рукоятки R ¹⁾.



Черт. 98.

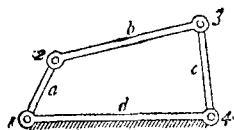
особой рукояткой R) может вращаться в вертикальной части станины c и одновременно ввинчиваться в гайку подвижной муфты b , могущей скользить по горизонтальной части станины; благодаря этому, в тисках может быть зажат любой предмет, помещенный между вертикальной частью станины и муфтой ²⁾.

Ст. 6.

§ 28. Четырехзвенная плоская цепь механизма шарнирного четырехсторонника.

Станина, шатун, колебатели и кривошипы.—Теорема Грасгофа.—Прямила.

Четырехзвенная плоская цепь (шарнирный четырехсторонник) (C''_4) (черт. 99) состоит из четырех звеньев (стержней), соединенных в узлах шарнирами, т. е. заключает в себе четыре вращательных пары; эта цепь является простейшей четырехзвенной цепью и из нее, как это мы увидим ниже, можно при помощи довольно простых приемов получить все другие четырехзвенные плоские цепи. Если все четыре звена этой цепи представляют собою неравные друг другу стержни, то, ставя эту цепь последовательно на каждое из этих звеньев, мы получим в общем случае четыре механизма.

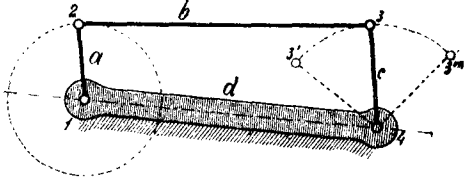


Черт. 99.

¹⁾ Кинематические свойства этого механизма рассмотрены ниже в § 36.

²⁾ Кинематические свойства этого механизма рассмотрены ниже в § 36.

Неподвижное звено d носит, как известно, название станины, звено b , противоположащее станине, называется шатуном, а два других звена a и c или кривошипами или колебателями. Кривошипом такое звено называется в том случае, если оно может по конструкции всего механизма совершать полный оборот около шарнира станины (звено a , черт. 100); в противном случае это звено носит название колебателя (звено c , черт. 100).



Черт. 100.

Изучая шарнирный четырехсторонник, мы будем различать три возможных случая: 1) оба прилегающих к станине звена являются кривошипами, 2) оба прилегающие к станине звена представляют собою колебатели и 3) одно из прилегающих к станине звеньев является кривошипом, а другое — колебателем. Наличие каждого из трех перечисленных случаев зависит от отношения длин четырех стержней, составляющих шарнирный четырехсторонник.

Возьмем какие-либо два соседних стержня a и b шарнирного четырехсторонника и посмотрим (черт. 100), при каких условиях стержень a может совершать полный оборот около шарнира 2, соединяющего его со стержнем b , т. е. при каких условиях угол α между стержнями a и b может принимать любые значения от 0 до 2π .

Проведя диагональ 13, имеем из треугольников 123 и 143 известные соотношения между сторонами каждого из этих треугольников:

$$13^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha \quad (\text{треугольник } 123)$$

$$\left. \begin{aligned} 13^2 &\geq (d - c)^2 \\ 13^2 &\leq (d + c)^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{треугольник } 143).$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} (d - c)^2 &\leq a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha \\ \text{и } (d + c)^2 &\geq a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha \end{aligned}$$

т. е.

$$\frac{a^2 + b^2 - (d - c)^2}{2ab} \geq \cos \alpha \geq \frac{a^2 + b^2 - (d + c)^2}{2ab}.$$

Если α может получать всевозможные значения между 0 и 2π , то очевидно:

$$+1 \geq \cos \alpha \geq -1.$$

Из сравнения двух последних равенств следует:

$$\frac{a^2 + b^2 - (d - c)^2}{2ab} \geq +1 \text{ и } -1 \geq \frac{a^2 + b^2 - (d + c)^2}{2ab}.$$

Примем, что $a < b$ и $c < d$.

При этих условиях из двух последних неравенств получим:

$$(b - a)^2 - (d - c)^2 \geq 0 \text{ и } (a + b)^2 - (d + c)^2 \leq 0.$$

Первое из этих неравенств даст:

$$\begin{aligned} b - a &\geq d - c, \\ \text{т. е. } a + d &\leq b + c \dots \dots \dots (*) \end{aligned}$$

Второе из этих неравенств даст:

$$a + b \leq d + c \dots \dots \dots (**)$$

Полученные нами неравенства (*) и (**) показывают, что

$$a < c.$$

Действительно, при $d > b$, неравенство $a < c$ вытекает из неравенства (*), а при $d < b$ неравенство $a < c$ вытекает из неравенства (**).

Однако, выше мы приняли, что $a < b$ и $c < d$; поэтому полученный нами результат $a < c$ сводится к неравенствам:

$$\begin{aligned} a &< c < d \\ \text{и } a &< b, \end{aligned}$$

т. е. равносильно выводу, что стержень a представляет собою наименьшее звено шарнирного четырехсторонника, при чем наибольшим звеном его могут быть или стержень b или стержень d .

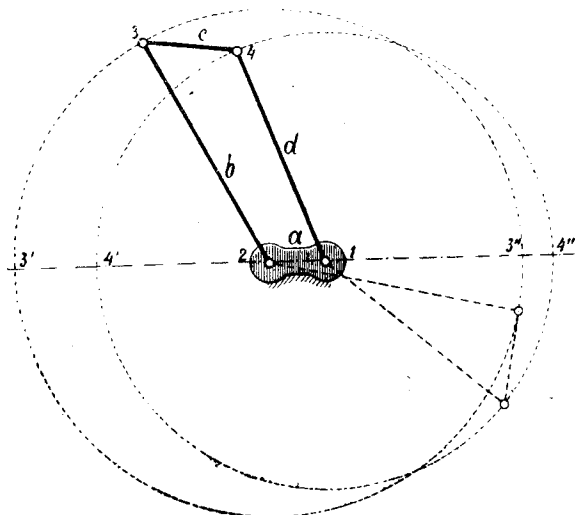
При этих условиях каждое из полученных нами выше неравенств (*) и (**) выражают одно и то же положение, сводящееся к тому, что сумма длин наи-

$$\begin{aligned} a + d &\leq b + c \\ a + b &\leq d + c \end{aligned}$$

меньшего (a) и наибольшего (d или b) звеньев должна быть меньше или равна сумме длин двух остальных звеньев шарнирного четырехсторонника.

На основании изложенного мы можем прийти к следующему выводу, известному под именем теоремы Грасгофа:

Стержень a шарнирного четырехсторонника только тогда может совершать полный оборот около шарнира, соединяющего его с соседним стержнем, если: 1) стержень a является наименьшим и 2) сумма



Черт. 101.

длин наибольшего и наименьшего звеньев, меньше или равна сумме длин двух остальных звеньев.

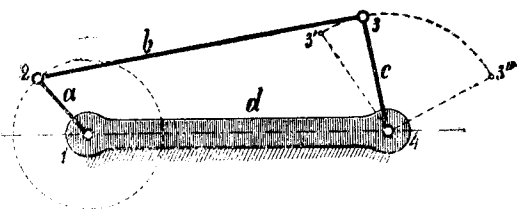
Рассмотрим теперь различные механизмы, получаемые из кинематической цепи шарнирного четырехсторонника, в котором соблюдено требование теоремы Грасгофа, т. е. в котором сумма длин наибольшего и наименьшего звеньев меньше или равна сумме длин двух остальных звеньев.

Поставим, прежде всего, цепь на наименьший стержень a (черт. 101). Согласно теореме Грасгофа, в этом случае оба соседних станине стержня b и d могут описывать около шарниров, соединяющих их со стержнем a , полные обороты ¹⁾, т. е. мы получим четырехсторонник с двумя кривошипами b и d .

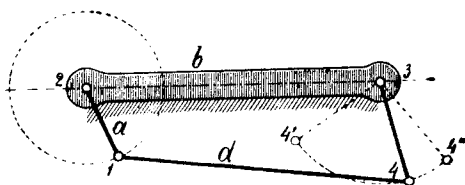
Поставим теперь цепь на один из стержней d или b , соседних с наименьшим стержнем a (черт. 102 и 103). Согласно теореме Грасгофа, в этом случае из двух соседних станине стержней a и c , только стержень a , как наименьший, может делать полный оборот около шарнира, соединяющего его со станиной, а потому мы получим четырехсторонник с одним кривошипом a и с одним колебателем c .

Поставив, наконец, цепь на стержень c , против лежащий наименьшему стержню a (черт. 104), мы легко убедимся, что согласно теореме Грасгофа из двух соседних станине стержней b и d , ни один не может делать полного оборота около шарнира, соединяющего его со станиной, так как ни один из них не является наименьшим. В этом случае мы получаем четырехсторонник с двумя колебателями b и d .

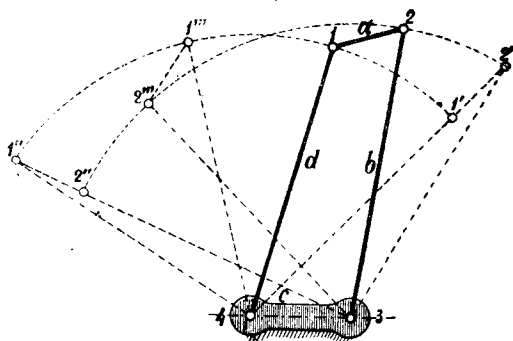
Легко заметить, что при движении звеньев шарнирного четырехсторонника неизбежны такие положения, при которых направления двух соседних



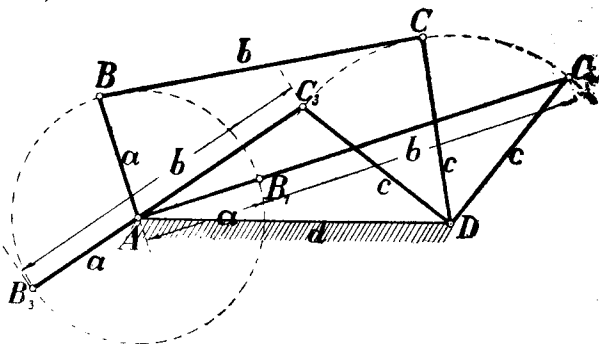
Черт. 102.



Черт. 103.



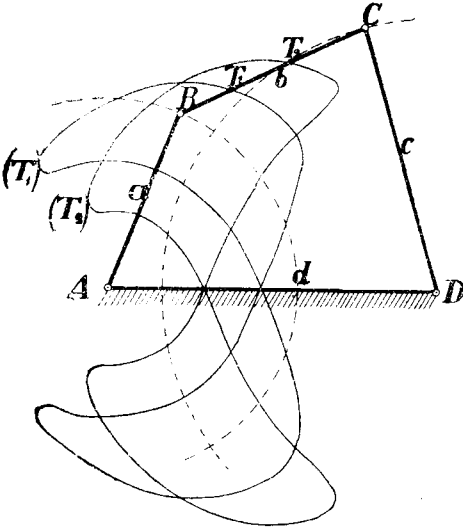
Черт. 104.



Черт. 105.

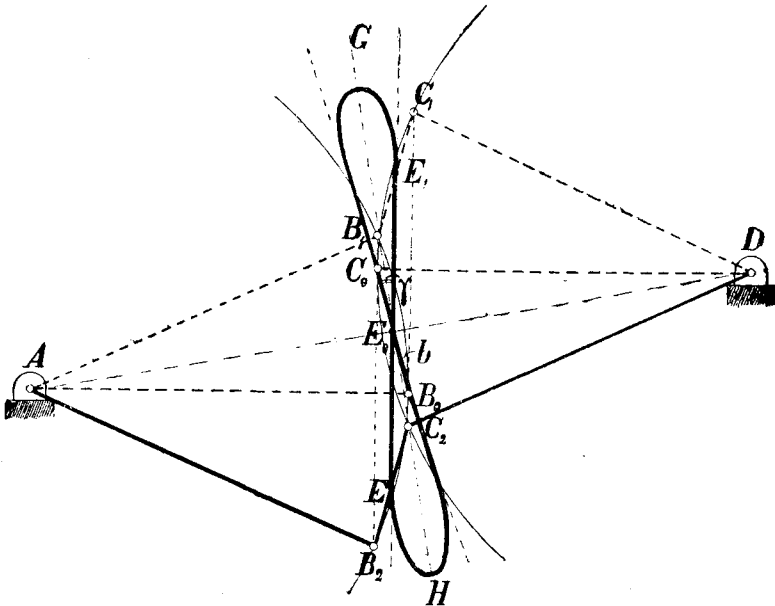
¹⁾ Согласно теореме Грасгофа, стержень a может совершать полный оборот как около стержня b , так и около стержня d ; значит и стержни b и d могут совершать, в свою очередь, полный оборот около стержня a .

стержней между собою совпадают. Возьмем, например, случай, когда звено a является кривошипом, а звено c колебателем (черт. 105). Нетрудно видеть, что при полном обороте кривошипа a около точки A кривошип a и шатун b дважды совпадут между собою по направлению, и ломанная линия ABC дважды превратится в прямую AB_1C_1 или AB_2C_2 . Эти положения механизма носят название мертвых положений, а положения шарнира C колебателя, меняющего в этот момент направление своего движения, точками возврата¹⁾.



Черт. 106.

при движении звеньев четырехсторонника особые замкнутые кривые типа вось-



Черт. 107.

¹⁾ Если ведущим звеном (т. е. приемником движущей силы) является кривошип a , то мертвое положение никакого влияния на ход машины не имеет; но если ведущим звеном является колебатель (этот случай имеет, например, место в педальях), то усилие, передаваемое шатуном кривошипу, в мертвых положениях механизма совпадает с направлением кривошипа и, очевидно, может только сжимать его, но не вращать. Таким образом, в этих положениях вращающее кривошип усилие оказывается равным нулю, и кривошип проходит через мертвые положения механизма исключительно благодаря силе инерции, если не приняты какие либо другие меры к переводу механизма через эти положения.

мерок (лемнискатоиды), средние части которых весьма мало уклоняются от прямых. Поэтому шарнирный четырехсторонник сам играет роль приближенного прямого, при чем станина AD заменяется обычно неподвижным закреплением шарниров A и D (черт. 107), а шатун BC носит название серги (приближенное прямого Уатта). Звенья AB и CD служат колебателями, при движении которых средняя точка серги совершает движение, весьма близкое к прямолинейному колебательному движению ¹⁾.

Ст. 7.

§ 29. Видоизменения механизма шарнирного четырехсторонника и преобразование его в другие четырехзвенные механизмы.

Различные конструкции, осуществляющие вращательную пару. — Шарнирное соединение: круговое кулисное соединение (круговая кулисса и ползун). — Преобразование шарнирного соединения при помощи расширения цапф. Соединение круговой шайбой и хомутом. — Эксцентриковое соединение. Преобразование кулисного соединения при помощи выпрямления круговой щели. Механизм-кривошип-шатун-ползун и механизм кривошип-ползун-ползун, как видоизменения механизма шарнирного четырехсторонника.

Не следует думать, что шарнирный четырехсторонник представляет собою единственную конструкцию, осуществляющую замкнутую четырехзвенную цепь (C_4'') с четырьмя вращательными парами. Эта кинематическая цепь может быть осуществлена при помощи целого ряда других конструкций, среди которых четырехсторонник, состоящий из четырех стержней, соединенных в углах шарнирами (черт. 99), будет являться лишь простейшей конструкцией. Существенным и неотъемлемым свойством этой цепи является лишь присутствие четырех вращательных пар, но конструкция, осуществляющая вращательную пару, может быть выполнена различными приемами. При конструировании вращательной пары важно лишь заставить любые точки обоих элементов пары при относительном движении этих элементов принудительно двигаться по концентрическим окружностям с общим центром на оси пары, осуществить же это возможно целым рядом конструктивных приемов, а не одним только соединением этих элементов шарниром.

Сделать это можно, во-первых, путем замены в шарнирном четырехстороннике некоторых стержней так называемыми кулиссами (с круговой щелью) и, во-вторых, путем применения так называемого принципа расширения цапф.

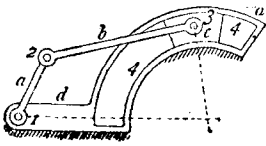
Рассмотрим, прежде всего, конструкцию вращательной пары в виде кулисного соединения.

Кулисным соединением, вообще говоря, называется такое соединение двух звеньев механизма, в котором одно звено (кулисса) снабжено прямолинейным или криволинейным пазом (щелью или прорезью), а другое звено имеет особый прямолинейный или криволинейный ползун (кулисный камень), соответствующий прорези кулиссы и могущий двигаться внутри кулисного паза. Для того, чтобы кулисное соединение могло заменить собою шарнирное соединение, т. е., чтобы кулисса и ползун представляли собою вращательную пару, необходимо, чтобы щель кулиссы была вырезана по дуге окружности с центром на оси вращательной пары.

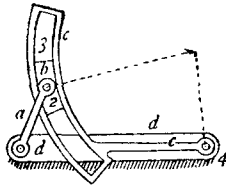
¹⁾ Кинематическая сторона движения механизма различных прямых (Уатта, Ивенса и др.) рассмотрена нами в § 46.

Выполним, например, в виде кулисного соединения вращательную пару c, d , представляющую собою в шарнирном четырехстороннике шарнирное соединение (стержней c и d) с неподвижным центром (4); для этого неподвижный стержень d заменим неподвижною кулисою с круговою прорезью, а подвижный стержень c подвижным круговым ползуном (черт. 108); центр неподвижной круговой щели должен, разумеется, лежать в неподвижном центре прежнего шарнира. Таким образом, вместо шарнирного соединения с неподвижным центром мы получили кулисное соединение с неподвижной круговой кулисой.

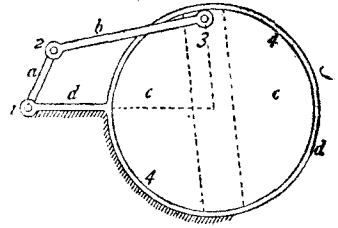
Выполним, теперь, в виде кулисного соединения, другую вращательную пару b/c , представляющую собою в шарнирном четырехстороннике шарнирное соединение (стержней b и c) с подвижным центром (3); для этого



Черт. 108.



Черт. 109.



Черт. 110.

придется заменить подвижный стержень c подвижною кулисою с круговою прорезью, а подвижный стержень b , подвижным же круговым ползуном b (черт. 109); центр подвижной круговой щели, разумеется, должен лежать в подвижном центре прежнего шарнира. Таким образом, вместо шарнирного соединения с подвижным центром мы получаем кулисное соединение с подвижной круговой кулисой.

Рассмотрим теперь конструкцию вращательной пары, основанную на так называемом принципе расширения цапф.

Возьмем опять вращательную пару d, c , представляющую собою в шарнирном четырехстороннике шарнирное соединение (стержней c и d) с неподвижным центром (4), и будем (черт. 110) постепенно увеличивать размер принадлежащей стержню c цапфы шарнира d/c , т. е. расширять размер цапфы до тех пор, пока радиус этой цапфы не окажется больше, чем длина стержня c или, другими словами, пока цапфа не поглотит подвижный шарнир b/c ; при этом, очевидно, надобность в самом стержне c совершенно отпадет, так как стержень b окажется возможным присоединить (при помощи шарнира b/c) прямо к расширенной цапфе c ; таким образом, расширенная цапфа стержня c заменит собою весь этот стержень.

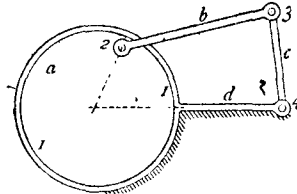
Так как свойства вращательной пары остаются, конечно, одними и теми же при всех размерах цапф, то полученная таким образом, конструкция осуществляет вращательную пару с тем же успехом, как и шарнирное соединение двух стержней, из которого новая конструкция и получилась. Таким образом, благодаря произведенному нами расширению цапфы стержня c мы получаем вместо этого стержня круговую шайбу c , вращающуюся в неподвижном круговом хомуте около неподвижного центра, совпадающего с центром круговой шайбы. То же самое можно было бы сделать в шарнирном четырехстороннике и с другой вращательной парой с неподвижным центром, а именно с вращательной парой a/d , представляющей

шарнирное соединение (стержней a и d) с неподвижным центром (1). Увеличивая (черт. 111) размеры принадлежащей стержню a цилиндрической цапфы до тех пор, пока цапфа эта не поглотит подвижного шарнира b/a , т. е. не заменит собою весь стержень a , мы получили бы вместо этого стержня круговую шайбу a , вращающуюся в неподвижном круговом хомуте около неподвижного центра, совпадающего с центром круговой шайбы.

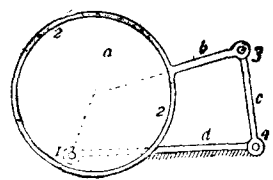
До сего времени мы брали цапфу шарнира с неподвижным центром (шарнира c/d или шарнира a/d) и увеличивали ее размер до тех пор, пока она не поглощала соседний подвижной шарнир (шарнир b/c или шарнир b/a).

Существенно иная картина будет нами получена, если мы возьмем теперь (черт. 112) цапфу шарнира с подвижным центром (например, принадлежащую стержню a цапфу подвижного шарнира b/a) и будем, как и в преды-

дущем случае, увеличивать ее размер до тех пор, пока она не поглотит соседний неподвижный шарнир (в рассматриваемом случае неподвижный шарнир a/d), т. е. пока цапфа эта попрежнему не заменит собою весь стержень,



Черт. 111.



Черт. 112.

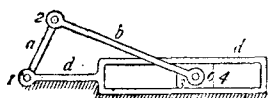
которому принадлежит (во взятом нами примере стержень a). Как и в предыдущем случае, мы получим вместо этого стержня круговую шайбу a , но в этом случае полученная нами круговая шайба будет вращаться в подвижном круговом хомуте или бугеле (принадлежащем подвижному стержню b) и, что самое главное, неподвижный центр вращения шайбы (центр неподвижного шарнира a/d) не будет совпадать с геометрическим центром самой шайбы (центром подвижного шарнира b/a), т. е. вращение круговой шайбы будет происходить эксцентрично.

Такого рода шайба носит название кругового эксцентрика, а стержень ее хомута называется эксцентриковой тягой; расстояние между центром вращения и геометрическим центром шайбы (равное длине стержня, который эта шайба заменяет) носит название эксцентриситета данной шайбы.

Рассмотренные нами выше три типа соединения (шарнирные соединения, соединения при помощи круговых кулисы и ползунов и соединения при помощи круговых шайб и хомутов) представляют собою, как это мы видели, лишь различные конструктивные построения, осуществляющие одну и ту же вращательную пару. Поэтому все рассмотренные до сего времени четырехзвенные цепи были кинематическими цепями с четырьмя вращательными парами, т. е. цепями типа (C_4'') .

Пользуясь конструктивным осуществлением вращательной пары в виде подробно рассмотренного выше кулисного соединения с круговой кулисной щелью, мы можем путем непрерывного увеличения радиуса круговой кулисной щели перейти к круговой кулисной щели бесконечно большего радиуса, т. е. к прямолинейному кулисному пазу с прямолинейно движущимся в нем ползуном; этим приемом мы, разумеется, превратим данную нам вращательную пару в пару поступательного движения, т. е. получаем из цепи типа (C_4'') кинематическую цепь нового типа.

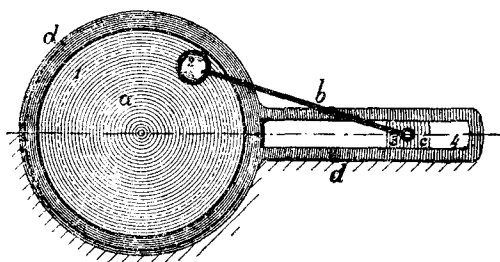
Придав одной из вращательных пар (например, паре c/d) шарнирного четырехсторонника конструкции кулисного соединения с круговой кулисной щелью (черт. 108) и применяя к этой паре только что указанный прием, мы перейдем от прежней четырехзвенной цепи (C_4'') с четырьмя вращательными парами к новой четырехзвенной цепи ($C_3''P^+$) с тремя вращательными и одной поступательной парами (черт. 113). Эта кинематическая цепь имеет очень большое практическое значение и особо широкое распространение (например, в главном механизме поршневых машин и насосов) в том ее частном виде,



Черт. 113.

когда ось пары поступательного движения проходит через центр неподвижного шарнира. В этом виде полученная кинематическая цепь (C_3P^+) служит основанием так называемому кривошипно-шатунному механизму или механизму кривошип-шатун-ползун.

Применяя к неподвижному шарниру a/d принцип расширения цапф и увеличивая принадлежащую кривошипу a цапфу до поглощения его подвижного шарнира b/a , получим, очевидно, механизм, кинематически тождественный только что полученному, с тем лишь отличием, что роль поглощенного цапфой кривошипа играет



Черт. 114.

в новом механизме круговая шайба a (черт. 114). В этом виде мы имеем применяемый иногда вместо кривошипно-шатунного механизма механизм шайба-шатун-ползун.

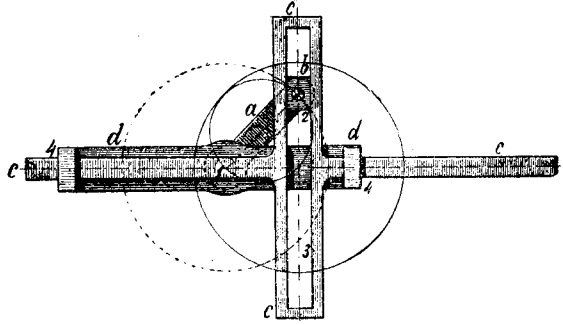
Применяя принцип расширения цапф к подвижному шарниру b/a и поглощая принадлежащей кривошипу цапфой, при ее расширении, неподвижный шарнир a/d , мы получим, как на это указывалось выше, эксцентриковый механизм,

имеющий широкое применение для передвижения парораспределительных приборов.

Придав, наконец, двум соседним вращательным парам шарнирного четырехсторонника (например, парам c/d и b/c) конструкцию кулисных соединений с круговыми кулисными щелями и применяя к каждой из этих пар изложенный выше прием замены этих двух вращательных пар (путем перехода от круговых кулисных щелей к прямолинейным) двумя парами поступательного движения, мы перейдем от прежней четырехзвенной цепи (C_4'') с четырьмя вращательными парами к новой четырехзвенной цепи ($C_2''P_2^+$) с двумя вращательными и с двумя призматическими парами. Эта кинематическая цепь, имеющая большое практическое значение особенно в том частном случае, когда оси обеих пар взаимно перпендикулярны, имеет широкое применение и целом ряде весьма различных по своим целям механизмов (прибор для вычерчивания эллипсов, патрон токарного станка для вытачивания эллипсоидов, муфта для соединения вращающихся и несовпадающих валов и т. п.). В этом виде полученная кинематическая цепь служит основанием механизму кривошип-ползун-ползун (черт. 115)¹⁾.

¹⁾ Можно было бы, идя тем же путем, получить из шарнирного четырехсторонника новую четырехзвенную цепь (CP_3^+) с одной вращательной и тремя призматическими парами. Так как цепь эта практического значения не имеет, то останавливаться на ней мы особо не будем.

Изложенное показывает нам, что, придавая вращательным парам четырехзвенной цепи (C_4'') (механизма шарнирного четырехсторонника) конструкцию круговых кулисных соединений, мы можем, увеличивая до бесконечности радиусы круговых кулисных щелей, получить из этой цепи ряд других четырехзвенных цепей, в том числе две других цепи, имеющие весьма важное практическое значение: четырехзвенную цепь ($C_3''P^+$) (механизм кривошип-шатун-ползун) и четырехзвенную цепь ($C_2P_2^+$) (кривошип-ползун-ползун). Вместе с этим мы видели, что, применяя к вращательным парам каждой из этих цепей указанные выше приемы конструирования, мы можем придавать тождественным друг другу механизмам различное конструктивное устройство, заменяя шарнирные или круговые кулисные соединения соединениями при помощи круговой шайбы и хомута. Наконец, мы знаем, что каждую кинематическую цепь мы можем поставить поочередно на любое из ее звеньев, т. е. извлечь из нее, вообще говоря, столько различных по цели и конструкции, но тождественных с кинематической точки зрения механизмов, сколько различных звеньев имеет данная цепь.



Черт. 115.

Отсюда мы видим, что шарнирный четырехсторонник, как простейшее конструктивное осуществление простейшей четырехзвенной цепи, должен быть признан основным четырехзвенным механизмом, из которого при помощи видоизменения кулисных соединений и принципа расширения цапф можно получить большинство других наиболее важных с практической точки зрения четырехзвенных механизмов, к рассмотрению которых мы теперь и перейдем.

Ст. 8.

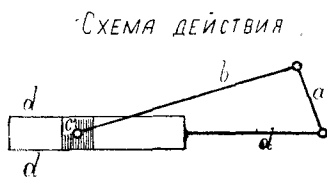
§ 30. Четырехзвенные плоские цепи кривошипно-шатунного и кривошипно-кулисного механизмов.

Механизм кривошип-шатун-ползун. — Механизм обыкновенной поршневой машины или поршневого насоса — Механизм с качающимся цилиндром. — Механизм с вращающимся цилиндром. — Механизм насоса-маятника.

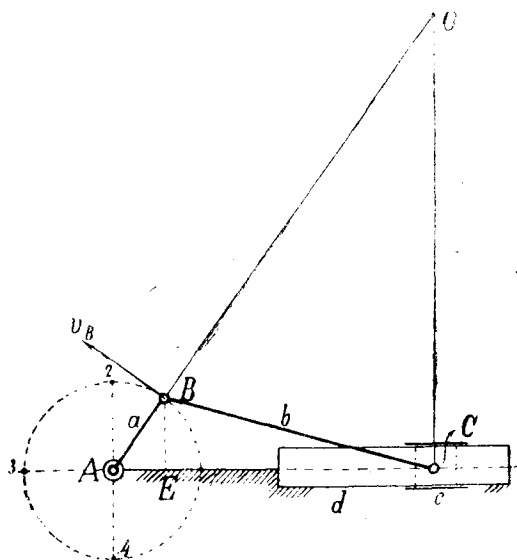
Механизм кривошип-ползун-ползун. — Механизм колебателя — Механизм крестового эллипсографа. — Механизм овального патрона. — Механизм муфты Ольдгэма.

Четырехзвенная цепь кривошипно-шатунного механизма (кривошип-шатун-ползун) ($C_3''P^+$) (черт. 116) включает в себе три вращательные и одну призматическую пару, при чем ось призматической пары проходит через центр одной из вращательных пар. Эта цепь имеет четыре различных звена: кривошип a , шатун b , ползун c и прямолинейную направляющую кулису d ; поэтому, ставя эту цепь последовательно на каждые из этих четырех звеньев, мы получим четыре различных механизма, кинематически тождественных друг другу.

1. Поставив эту цепь на звено d , мы получим механизм $(C_3'' P^+)^d$, представляющий собою механизм обыкновенной поршневой машины или поршневого насоса (черт. 117). Станиной этого механизма является неподвижное звено d , включающее в себя: общую раму машины, неподвижно укрепленную на фундаменте; цилиндр машины, направляющие ее параллели и коренные подшипники главного вала составляют одно целое с рамой. Если движущая сила приложена к поршню (например, давление расширяющегося пара), а полезное сопротивление к рабочему валу, мы имеем механизм порш-

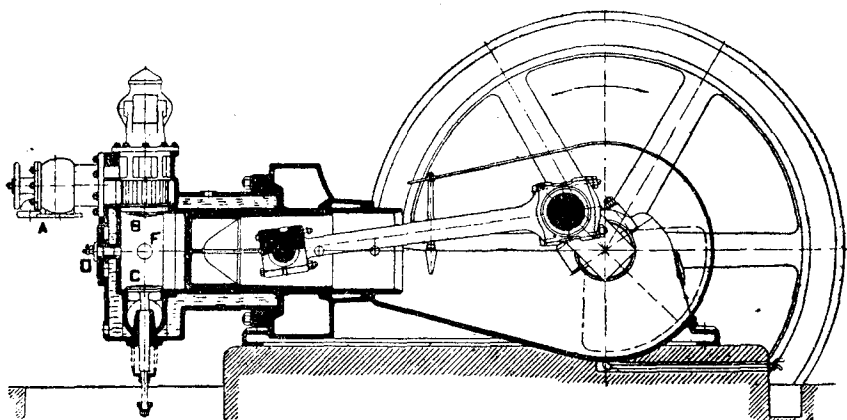


Черт. 116.



Черт. 117.

невой машины. передающей усилие от поршня к валу; если движущая сила (движущий момент) приложен к валу, а полезное сопротивление к поршню (например, давление нагнетаемой поршнем воды), то мы имеем механизм поршневого насоса, передающего усилие от вала к поршню. Механизм этот имеет

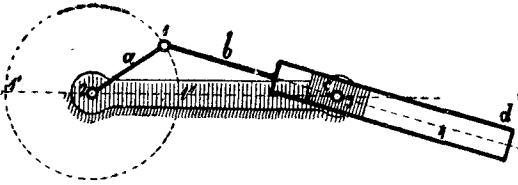


Черт. 118.

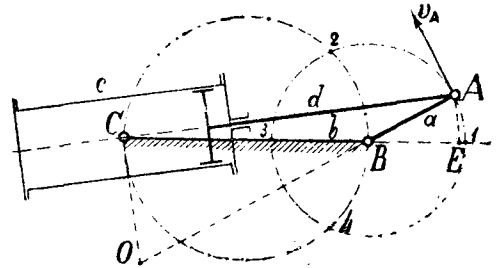
чрезвычайно широкое применение. В виде примера, на черт. 118 показан разрез кривошипно-шатунной передачи в двигателе внутреннего сгорания Отто.

2. Приняв за станину звено b , т. е. поставив рассматриваемую цепь на шатун (черт. 119), мы получим механизм $(C_3'' F^+)^b$, называемый механизмом c , качающимся цилиндром. Очевидно (черт. 120), что при

вращении кривошипа a около точки B , шток d поршня цилиндра будет колебаться около точки C , отклоняясь на один и тот же угол от линии неподвижного шатуна (станины) b . Другими словами, равномерное вращение главного

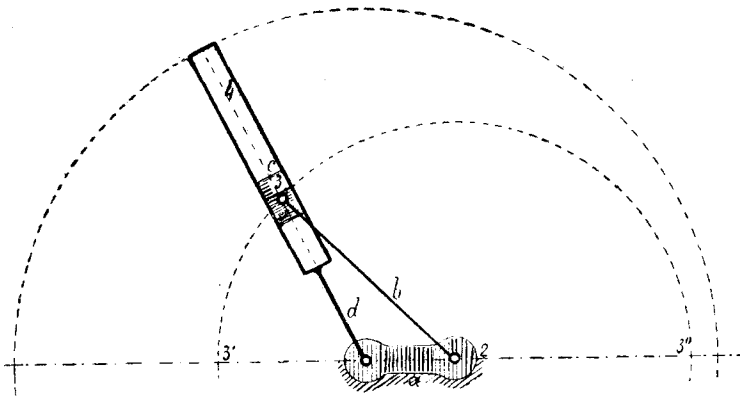


Черт. 119.



Черт. 120.

вала сообщает цилиндру качательное движение около точки C . Этот отличающийся крайней компактностью механизм, примененный, между прочим, в так называемой качающейся паровой машине Каве (а также в вододействующем двигателе Шмидта) дает возможность в паровой машине избежать обычно довольно сложных приборов для парораспределения (золотниковый механизм), которое осуществляется в этом механизме благодаря периодическим



Черт. 121.

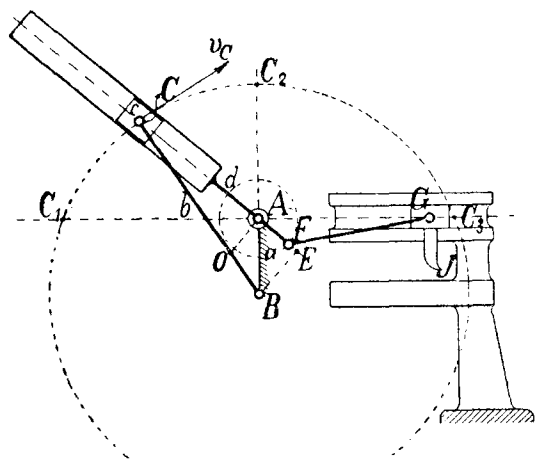
качаниям самого цилиндра, автоматически подводящего в надлежащий момент отверстия впускных или выпускных каналов к приводящим и отводящим трубам; механизм этот иногда применяется (особенно применялся в прежнее время) в паровых машинах колесных пароходов.

3. Поставив рассматриваемую цепь на звено a , т. е. приняв за станину кривошип (черт 121), мы получим весьма интересный механизм $(C_3 P^+)^a$, называемый механизмом с вращающимся цилиндром. При равномерном вращении подвижного стержня (шатуна) b около неподвижного шарнира, соединяющего звено b с кривошипом a , подвижной стержень (кулисса) d получает, очевидно, неравномерное вращение около другого неподвижного шарнира, соединяющего звено d с кривошипом a .

Этой неравномерностью вращения звена d (а следовательно, неравномерностью вращения всякой точки, лежащей на этом звене) пользуются в малых строгальных станках (так называемом шепинге) для получения неравномерного прямолинейного колебательного движения (движения с быстрым возвратом) реза строгального станка; такой механизм носит в этом случае название механизма Витворта.

В этом механизме (черт. 122), в неподвижной точке B проходит движущий вал, который увлекает в своем равномерном вращении наглухо насаженный на него стержень b ; таким образом, ползун c равномерно движется со скоростью $v_c = \text{const}$ по окружности с неподвижным центром в точке B . В своем равномерном движении по этой окружности, ползун c увлекает кулису d , получающую таким образом (благодаря возможности скольжения ползуна в щели кулисы)

в свою очередь вращение около другой неподвижной точки A . Взяв на стержне d или его продолжении любую точку E , мы при вращении стержня b около неподвижной точки B , очевидно, заставим взятую нами точку в свою очередь, вращаться около неподвижной точки A . Легко, однако, видеть, что при равномерном вращении стержня b вращение точки E будет неравномерно; считая, например, что неподвижный стержень (кривошип) a укреплен вертикально, мы легко убедимся, что пока равномерно вращающийся стержень b будет проходить верхнюю половину своего полного оборота,



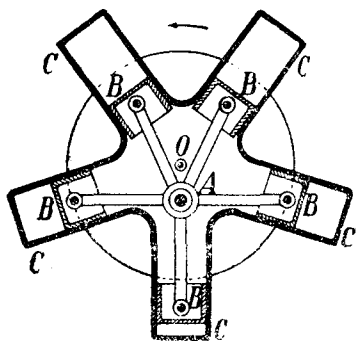
Черт. 122.

точка E пробежит (по нижней части своей круговой траектории) больше, чем половину окружности, а пока равномерно вращающийся стержень b пробежит нижнюю половину своего полного оборота, точка E пройдет (по верхней части своей круговой траектории) меньше, чем половину окружности. Это значит, что при движении в верхней половине своей траектории точка E будет двигаться медленнее, чем при движении ее в нижней половине своей траектории, т. е., что точка E будет вращаться около неподвижной точки A с периодическим замедлением в верхней части и ускорением в нижней части своей круговой траектории. Если теперь мы преобразуем при помощи особой шатунной передачи неравномерное вращение точки E в прямолинейное (горизонтальное) колебательное движение ползуна G , то это прямолинейное колебательное движение будет также неравномерным; при движении в одну сторону, соответствующую более медленному прохождению точки E по верхней половине ее траектории, движение ползуна G будет более медленным, а при движении в сторону, соответствующую более быстрому прохождению точки E по нижней части ее траектории, движение ползуна G будет более быстрым. С ползуном G неизменно соединяют резец станка, заставляя его благодаря такому устройству при движении в направлении рабочего хода (т. е. при строгании материала) двигаться медленнее, а при движении в направлении холостого хода (при свободном отбрасывании назад), во избе-

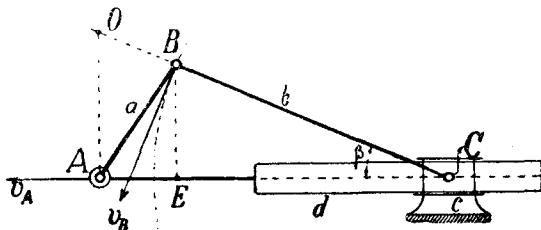
жание потери времени, двигаться значительно быстрее. Такое движение называется движением с быстрым возвратом.

Кроме применения в виде ускорителя обратного движения реза строгаального станка (механизм Витворта), рассматриваемый механизм с вращающимся цилиндром (черт. 121) имеет иногда применение и в виде главного механизма поршневых машин. Давление пара на поршень, действующее по оси цилиндра, разлагается на две составляющих: давление на шатун b и давление на стенку цилиндра; первое выдерживается шатуном, а второе сообщает всему цилиндру вращательное движение около неподвижного шарнира, соединяющего цилиндр (стержень d) со станиной (стержень a).

Обычно такой механизм конструируется многоцилиндровым и дает очень равномерное вращение всей системе, легко передаваемое рабочему валу; двигатель (черт. 123) получается при этом очень небольшим по весу, благодаря чему такие двигатели (с 5—7 цилиндрами) и получили одно время широкое распространение в авиации (двигатель Гном).



Черт. 123.



Черт. 124.

4. Приняв за станину звено c , т. е. поставив рассматриваемую кинематическую цепь на ползун (черт. 124), мы получим механизм так называемого насоса-маятника, в котором звено b колеблется около неподвижной точки C . Звено d ставится обычно вертикально, так что колебания звена b напоминают колебания маятника. Механизм этот применяется ныне весьма редко, почему мы и не будем подробно на нем останавливаться.

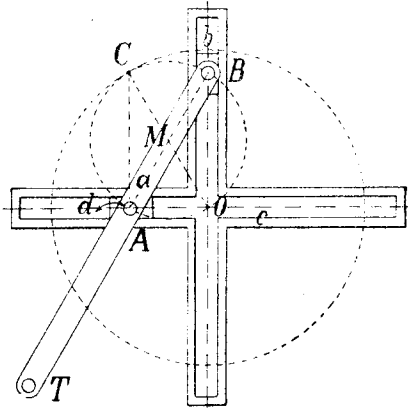
Перейдем теперь к рассмотрению различных механизмов, получаемых из следующей весьма распространенной кинематической цепи, а именно четырехзвенной цепи кривошип-ползун-ползун.

Четырехзвенная цепь кривошипно-кулисного механизма (кривошип-ползун-ползун) ($C_2''P_2^+$) включает в себе две вращательных и две призматических пары, при чем оси призматических пар взаимно перпендикулярны. Эта цепь имеет четыре звена: звено (стержень) a , соединяемое с обоими соседними звеньями при помощи вращательных пар, крестообразное звено c , соединяемое с обоими соседними звеньями при помощи призматических пар, и два промежуточных звена b и d , соединяемых со стержнем a вращательной парой и с крестообразным звеном c призматическими парами. Эту четырехзвенную цепь можно, например, осуществить при помощи конструкции, представленной на черт. 125, в которой поступательное движение звеньев b и d относительно звена осуществляется при помощи вертикального движения ползуна b в вертикальной щели кулисы c , и при помощи горизонтального движения ползуна d в горизонтальной щели той же кулисы c , т. е. при помощи устройства крестообразной кулисной щели в звене c . Ту же самую цепь можно сконструировать и без крестообразной щели в звене c , осуществив горизонтальное движение ползуна d при помощи устройства в звене c особых горизонтальных призматических

направляющих, проходящих в соответствующие призматические муфты ползуна d , как это показано на конструкции, представленной на чертеже 115.

Во всяком случае из общего числа четырех звеньев рассматриваемой цепи два звена (ползуны b и d) друг другу тождественны, и различных звеньев останется только три; соответственно этому, из рассматриваемой кинематической цепи можно получить только три кинематически тождественных друг другу, но различных по целям механизма.

1. Приняв за станину одно из звеньев b или d , т. е. поставив рассматриваемую цепь на ползун, мы получим механизм ($C_2'' P_2^+$), осуществление которого мы видели уже выше: это будет механизм так называемого колебателя (черт. 126), применяемый, например, для движения иглки в швейных машинах, для приводных насосов и т. п. При неподвижности одного из ползун, другой ползун, связанный с первым звеном a , будет, очевидно, вращаться около первого, описывая окружность радиуса, равного длине стержня a ; при своем вращении подвижный ползун будет частью свободно двигаться в щели кулисы, частью увлекать всю кулису с собою, заставляя ее таким

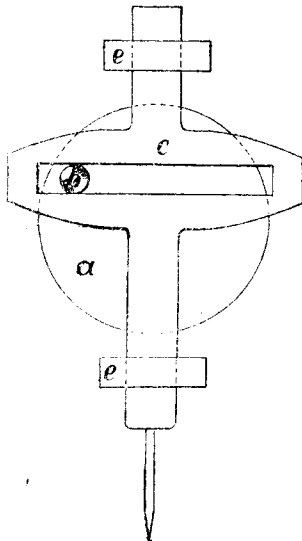


Черт. 125.

образом колебаться, двигаясь в направлении, допускаемом неподвижным ползунком, т. е. в направлении, перпендикулярном щели первого ползуна.

2. Поставив рассматриваемую цепь на звено c , т. е. приняв за станину крестообразную кулису c , мы получим механизм ($C_2'' P_2^+$) c который мы также видели выше: это

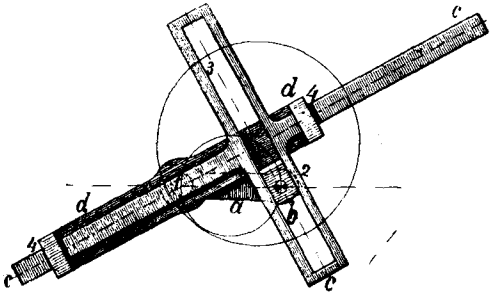
будет механизм эллиптического циркуля или крестообразного эллипсографа. Действительно, в данном случае отрезок прямой AB длиной a будет принужден двигаться своими концами A и B по двум взаимноперпендикулярным прямым: мы знаем, что центроидами такого движения являются так называемые круги Кардана и что механизм этот служит для вычерчивания эллипсов, так как каждая точка звена a (и вообще всей подвижной плоскости, неизменно связанной с движущимся звеном a) будет вычерчивать в неподвижной плоскости эллипс.



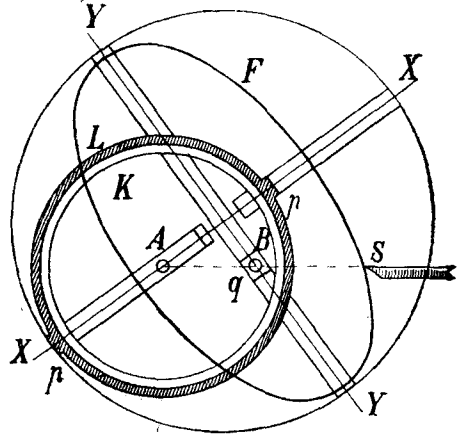
Черт. 126.

3. Приняв за станину звено a (черт. 127), мы получим механизм ($C_2'' P_2^+$) a который также был нами уже рассмотрен выше. Этот механизм применен в так называемом овальном патроне Леонардо да Винчи, служащем для obtачивания эллипсов (черт. 128), подробно разобранным нами выше. Точки A и B являются неподвижными точками механизма, а следовательно, неподвижная

прямая AB (вместе с неизменно связанными с ней частями) может играть роль звена a , принятого за станину. Шайба F (патрон), имеющая два взаимно перпендикулярных паза xx и yy , играет роль подвижного звена крестообразной кулисы c . Интересно отметить, что в этой конструкции цапфа A одного из ползунов (pp) расширена и обращена в кольцо pp , обнимающее собою цапфу B другого ползуна.

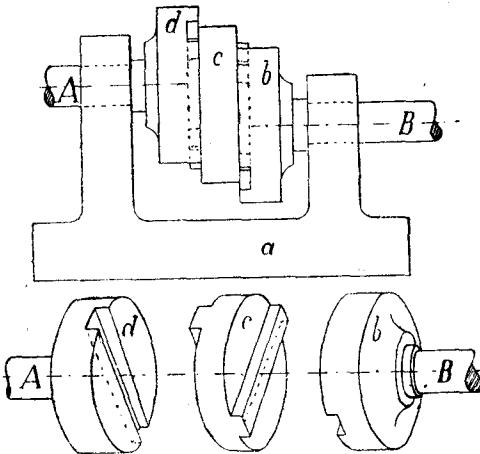


Черт. 127.

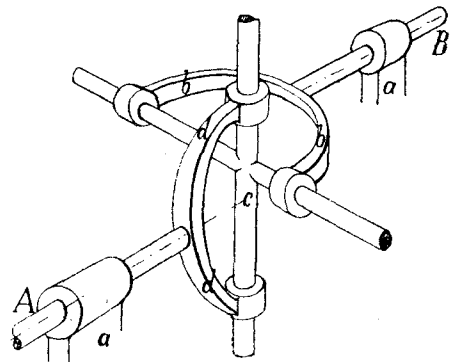


Черт. 128.

Выше было подробно выяснено, что при вращении патрона F около неподвижной точки B (патрон F получает свое движение от вращения вала станка, проходящего через точку B), любая точка неподвижной плоскости, неизменно связанной с неподвижным звеном a (стержень AB), вычерчивает в подвижной плоскости, неизменно связанной с вращающимся звеном c (патроном F) эллиптическую траекторию; поэтому неподвижно укрепленный в станине (звена a)



Черт. 129.



Черт. 130.

резец S обрабатывает обрабатываемый предмет, соединенный с вращающимся патроном (звеном c), в виде эллипса.

Выше мы видели также, что тот же механизм применяется в так называемой муфте Ольдгэма ¹⁾, служащей для соединения между собою двух

¹⁾ См. ниже § 41.

параллельных валов при несовпадении их осей (черт. 129). Неподвижными точками механизма являются центры вращения круговых шайб b и d , наглухо насаженных на соединяемые валы. Роль подвижного звена c выполняет средняя шайба C с крестообразно расположенными выступами, могущими двигаться в пазах шайб b и d . Движение средней шайбы c тождественно с движением патрона F в станке Леонардо да Винчи; отличие лишь в том, что в овальном патроне звено c (патрон F) является движущим звеном, передающим движение ползунам, а в муфте Ольдгэма звено c (средняя шайба c) играет роль промежуточного движимого звена, движущим же звеном является звено b (шайба b).

Другой вид шарнира Ольдгэма представлен на чертеже 130. Здесь роль подвижного звена c играет крестообразный круговой стержень, а роль звеньев b и d охватывающие этот стержень круговые муфты, центры вращения которых являются неподвижными точками всего механизма.

Ст. 9.

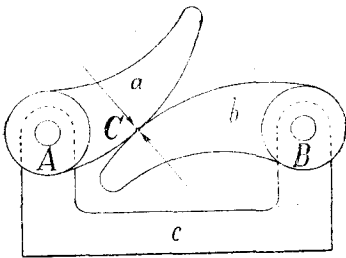
§ 31. Главнейшие плоские цепи с высшими парами.

Трехзвенная цепь с парой касания. — Трехзвенная цепь зацепления. — Механизм зубчатой передачи между двумя валами. — Эпициклический механизм. — Четырехзвенная цепь с одним гибким звеном. — Пара катания. — Механизм гибкой передачи. — Четырехзвенная цепь с одним жидким звеном. — Механизм гидравлического пресса.

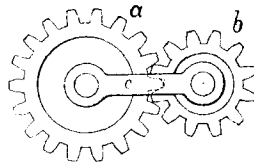
Мы рассмотрели выше наиболее часто применяемые на практике трехзвенные и четырехзвенные кинематические цепи с низшими, т. е. с призматическими, вращательными и винтовыми парами.

Весьма часто в машиностроении применяются и такие цепи, в состав которых входит одна или несколько высших пар.

Укажем, прежде всего, на трехзвенную замкнутую кинематическую цепь, составленную из двух вращательных пар A и B и одной высшей пары C , называемой парой касания (черт. 131). В случае, если элементы a и b этой пары, взаимно касаясь, катятся друг по другу без скольжения (чистое катание),



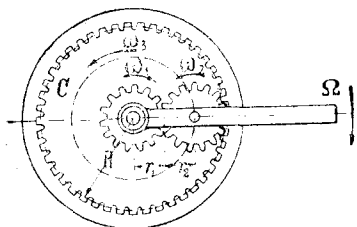
Черт. 131.



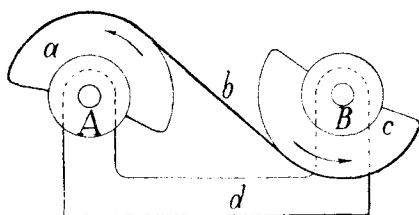
Черт. 132.

цепь эта применяется в так называемых фрикционных колесах или колесах трения, передающих вращение от одного вращающегося вала к другому. В случае, если элементы a и b этой пары не только катятся, но и скользят друг по другу (соединения катания со скольжением), эта кинематическая цепь находит свое применение в так называемых зубчатых колесах, так как зубцы пары зубчатых колес соприкасаются друг с другом по линиям, т. е. образуют высшие пары. Получаемая таким образом трехзвенная цепь зацепления ($C_2'' C_z$) (черт. 132) состоит из трех звеньев: двух зубчатых колес a и b и соединительного звена c ; так как в числе этих трех звеньев различными будут только два звена (зубчатое колесо и соединительное звено),

то из этой цепи можно получить лишь два различных механизма. Поставив эту цепь на соединительное звено, мы получим зубчатую передачу между двумя параллельными валами. Поставив цепь на одно из



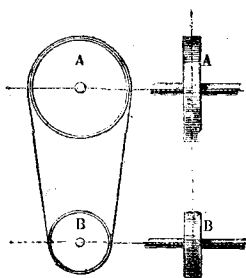
Черт. 133.



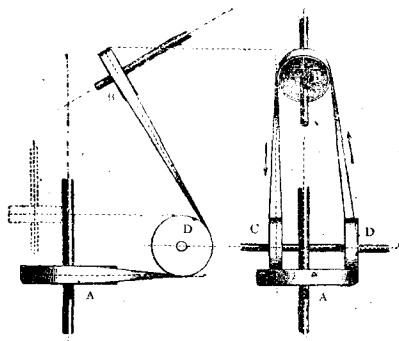
Черт. 134.

зубчатых колес, мы получим так называемый эпициклический механизм (черт. 133), служащий, между прочим, для ускорения или замедления вращательного движения.

Укажем, далее, на четырехзвенную замкнутую кинематическую цепь, включающую в виде одного звена гибкое тело (ремень, канат, цепь и т. п.), состоящую из двух вращательных пар и двух высших пар катания (черт. 134) гибкого тела по твердому.



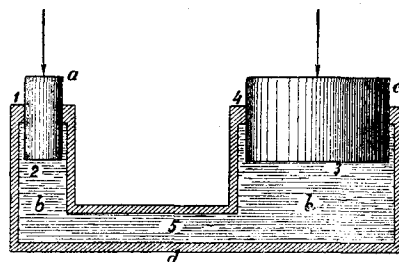
Черт. 135.



Черт. 136.

Эта кинематическая цепь находит свое применение в так называемых гибких передачах (черт. 135 и 136), служащих для передачи вращения между двумя валами при помощи двух шкивов и перекинутой через них бесконечной ленты (ремень, канат и т. п.).

Упомянем, наконец, о четырехзвенной замкнутой кинематической цепи, включающей в виде одного звена жидкое тело (воду и т. п.), применяемой в гидравлических прессах (черт. 137) и вододействующих машинах.



Черт. 137.

Подводя итог всему сказанному в теории кинематических цепей, нельзя не остановиться еще раз на чрезвычайно плодотворных результатах применения этой теории к научной классификации механизмов. Определяя механизм, как замкнутую определенную кинематическую цепь, поставленную на одно из ее звеньев, и устанавливая последовательность и постепенность перехода одной цепи в другую при помощи ряда конструктивных приемов (выпрямление цепи кулисы, расширение цапф), мы располагаем все существующие и возможные механизмы по определенным степеням взаимного их родства, выделяя кинематически тождественные механизмы, происходящие из одной и той же цепи, в отдельные семейства, обладающие определенными

кинематическими свойствами. Таким образом, не касаясь целей и конструкции машины, мы наиболее полно и плодотворно определяем ее кинематические свойства и кинематическое ее место в роду других родственных ей механизмов. Столь просто показанная выше кинематическая тождественность таких, например, различных по конструкции и неимеющих ничего общего по цели механизмов, как механизмы паровой машины и строгального станка Витворта или механизмы крестового эллипсографа и муфты Ольдгэма, служит, очевидно, лучшим доказательством плодотворности приложения к изучению механизмов теории кинематических цепей, впервые введенной в науку Францем Рело ¹⁾.

Г л а в а IV.

Классификация и кинематическое исследование элементарных механизмов.

Ст. 1.

§ 32. Системы классификации механизмов.

Общая характеристика различных частей машины по признаку их назначения.—Классификация механизмов по Рело (по характеру кинематической цепи).—Классификация механизмов по Ланцу и Бетанкуру (по роду движения ведущего и ведомого звеньев механизма).—Классификация механизмов по Виллису и Бурю (по характеру соприкасания звеньев и отношению одновременных скоростей ведущего и ведомого звеньев).

Механизмы, применяемые в современном машиностроении, чрезвычайно разнообразны, и число их чрезвычайно велико; многие из них отличаются при этом большою кинематическою сложностью. Поэтому, для возможности ознакомления с ними и планомерного их изучения, необходимо, прежде всего, выделить из сложных механизмов составляющие их простейшие и привести затем эти элементарные механизмы в определенную систему, т. е. установить деление их на отдельные группы, отвечающие определенным признакам, общим для каждой группы. Признаки эти, в зависимости от цели классификации, разумеется, могут быть выбраны по весьма различным основаниям, а потому и систем классификации механизмов может существовать и действительно существует несколько.

В классической своей работе по Кинематике Механизмов ¹⁾ Рело предложил способ классификации, основанный на делении механизмов на группы, объединяемые по признаку назначения каждого механизма, рассматриваемого,

¹⁾ Идеи Рело, положившего своими классическими работами основание совершенно новым путям развития теории механизмов, оказались чрезвычайно плодотворными по своим результатам. Многочисленная школа последователей и учеников Рело, последовательно развивая его идеи (особенно в высшей немецкой школе), значительно способствовала развитию машинной техники вообще и делу проектирования механизмов в частности. Однако, существенным недостатком этого направления, вызвавшим в последнее время некоторую реакцию против его крайних увлечений (см., например, работу Лоренца: Техническая механика неизменяемой системы), является полная оторванность кинематики Рело от динамики, т. е. от учения о силах, действующих в машине, и об их работе, между тем как именно динамическая сторона и играет в машине, основной задачей которой является все же преобразование энергии, главнейшую роль.

Впрочем, это замечание, ничуть не умаляя серьезной ценности и чрезвычайного изящества метода Рело, указывает лишь, что метод этот, являясь кинематическим, не исчерпывает всех сторон явления и имеет дело лишь с чистыми механизмами, а не с машинами.

как часть машины. Устанавливая эту классификацию, Р е л о рассматривает, в виде примера, механизм монетного прессы, служащего для штамповки монет, схема которого изображена на черт. 138¹⁾).

Кривошип движущего вала *a* шарнирно соединен (при помощи промежуточной серьги) с одним концом коленчатого горизонтального рычага *b*, другой конец которого шарнирно соединен (при помощи промежуточного стержня) с концом колебателя *c*, к которому прикреплен ударный штамп *d*. Точки *A*, *B* и *C* являются центрами неподвижных шарниров. При вращении вала (снабженного маховым колесом) колебания горизонтального коленчатого рычага передаются ударному штампу, обрабатывающему монеты, подводимые под штамп и уводимые от него при помощи движущегося взад и вперед столика, получающего свое движение от вспомогательного вала при помощи шатунно-кривошипной передачи.

Анализируя эту машинную установку, Р е л о различает в ней следующие движущиеся составные части по признаку их назначения (не считая неподвижных опорных частей, т. е. станины):

1. Части, назначение которых состоит в передаче усилия.

Таков, например, сложный шарнирный механизм (кривошип, промежуточная серьга, коленчатый рычаг, промежуточный стержень и колебатель), который

служит для передачи движущего усилия от вала к ударному штампу.

2. Части, назначение которых состоит в направлении движения.

Таков, например, механизм, управляющий движением подвижного столика.

3. Части, служащие непосредственными орудиями обработки (ударный штамп).

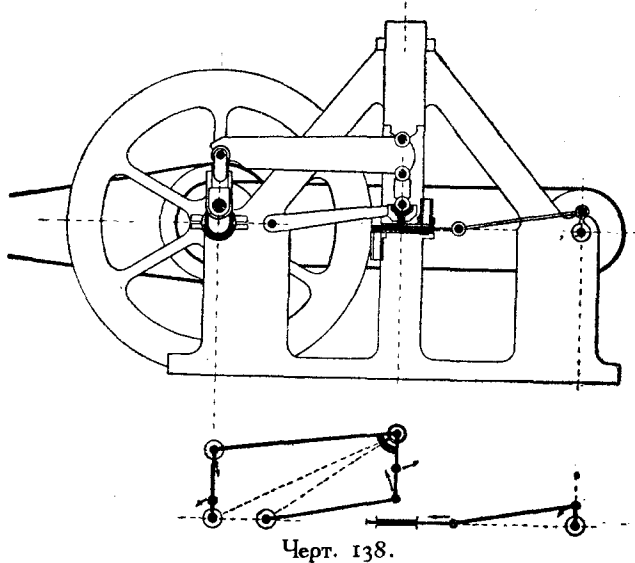
4. Части, назначение которых состоит в накоплении движущей энергии (маховое колесо).

Эти же группы частей могут быть получены в результате анализа большинства машинных установок, что и дает Р е л о основание к установлению двух больших групп механизмов:

I. Передаточные механизмы, имеющие целью передачу усилия от двигателя к исполнительному органу машины.

II. Направляющие механизмы, предназначенные для направления движения отдельных частей машины²⁾.

Нетрудно, однако, видеть, что классификация эта основана на совершенно чуждом механизму внешнем признаке его назначения, внутреннее же его устройство, т. е. кинематическая его природа, остается этой классификацией совершенно неучтенным.



1) Reuleaux. Theoretische Kinematik.

2) В разобранный выше примере ударный штамп и маховое колесо явятся, очевидно, частями машины, но не механизмами.

Более плодотворной в этом отношении оказывается классификация того же Релло, основанная на подробно разработанной им и подробно рассмотренной выше теории кинематических цепей¹⁾. Здесь механизмы классифицируются по характеру тех кинематических цепей, из которых они состоят, что и является наиболее научной основой классификации механизмов по их внутренним кинематическим свойствам.

Однако, число механизмов, могущих быть полученными из мыслимых кинематических цепей (даже с очень ограниченным количеством звеньев), значительно больше, чем число механизмов, имеющих хоть какое-нибудь практическое значение, в виду чего этот способ классификации, благодаря своей исчерпывающей полноте (в чем заключается его теоретическое достоинство), оказывается на практике излишне сложным.

Поэтому практически удобнее взять за основание при классификации механизмов не всю кинематическую цепь в целом, а лишь характер движения тех ее звеньев, которые служат так называемыми главными звеньями механизма: ведущего звена, к которому приложена движущая сила, и ведомого звена, к которому приложено полезное сопротивление и движение которого составляет цель механизма.

По этому принципу построена одна из первых по времени систем классификации механизмов, принадлежащая Монжу, Ланцу и Бетанкуру, в которой все механизмы были разделены на классы, определяемые по характеру движения ведущего и ведомого звеньев, при чем движение это подразделялось на три группы:

- 1) движение прямолинейное,
- 2) движение круговое и
- 3) движение криволинейное,

а каждая группа на две подгруппы:

- а) движение непрерывное и
- б) движение периодическое.

По тому же признаку построена наиболее удобная для практических целей классификация механизмов, введенная Виллисом²⁾ и Буром³⁾. Согласно этой классификации, все механизмы можно разделить на три основных отдела.

I. Механизмы с непосредственным соприкосновением главных звеньев (например, механизмы клиновой, фрикционной, зубчатой, винтовой, червячной и кулачной передачи).

II. Механизмы с жесткой связью между главными звеньями (например, серии зубчатых колес, эпициклические механизмы, шарнирно-рычажные механизмы, кривошипно-шатунные механизмы, механизм шарнирного четырехсторонника, храповые механизмы).

III. Механизмы с гибкой (или жидкой) связью между главными звеньями (например, гибкая передача при помощи гибкого тела, перекинутого через шкивы двух валов).

С точки зрения теории кинематических цепей эти три отдела классификации Виллиса и Бюра соответствуют трем классам кинематических цепей:

- I. Трехзвенные жесткие цепи.
- II. Четырехзвенные цепи с жестким передаточным звеном.
- III. Четырехзвенные цепи с гибким (или жидким) передаточным звеном.

Каждый из этих трех отделов делится на две группы по характеру отношения направлений скорости в обоих главных звеньях:

¹⁾ См. Отд. II, Главу III.

²⁾ Willis. Principles of Mechanism. 1841.

³⁾ Bour. Cours de mécanique et machines. 1887.

I. Механизмы с постоянным отношением направлений скоростей (движение неограниченное).

II. Механизмы с переменным отношением направлений скоростей (движение периодическое).

Первая из двух групп делится на две подгруппы по характеру отношения величины скоростей в обоих главных звеньях:

- а) механизмы с постоянным отношением величин скоростей и
- б) механизмы с переменным отношением величин скоростей.

Вторая из упомянутых двух групп на подгруппы не делится, так как в механизмах с переменным отношением направлений скоростей отношение величин скоростей также обычно переменное.

Следуя, в общем, этой классификации, мы разберем ниже общие кинематические свойства нижеследующих наиболее употребительных простейших механизмов.

О Т Д Е Л I.

Группа 1.

Подгруппа а: Клиновая передача, фрикционная передача, зубчатая передача круглыми колесами, винтовая и червячная передача, кулачная прямолинейная передача.

Подгруппа б: Эллиптические зубчатые колеса, зубчатые колеса с неполным числом зубцов, кулачная криволинейная передача.

Группа 2.

Зубчатые колеблющиеся рамки, вращающиеся кулаки, как двигатели колеблющихся рамок.

О Т Д Е Л II.

Группа 1.

Подгруппа а: Серии зубчатых колес, эпициклические механизмы, шарнирно-рычажные механизмы, муфта Ольдгэма.

Подгруппа б: Механизм вращающегося цилиндра (механизм Витворта), шарнир Гука.

Группа 2.

Кривошипно-шатунные механизмы, храповые зацепы, прямая и направляющие.

О Т Д Е Л III.

Группа 1.

Подгруппа а: Полиспасты и тали, дифференциальный блок, гибкая передача, ворот и кабестан, дифференциальный ворот.

Подгруппа б: Конический ворот.

Ст. 2.

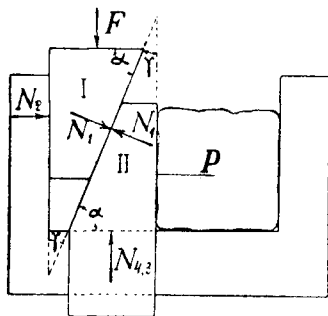
Механизмы с непосредственным соприкосновением главных звеньев.

§ 33. Клиновидный пресс.

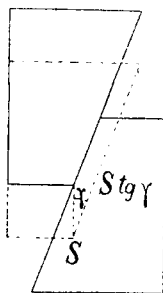
Отношение линейных перемещений крайних элементов клиновидного пресса.—Клиновидный пресс, как машина.—Клиновидное соединение, как конструктивная деталь машины.

Клиновидный пресс (черт. 139) представляет собою простейший механизм, получаемый из трехзвенной замкнутой цепи (P_3) с тремя поступательными парами ¹⁾. Опуская внешнюю силу вниз клин I, мы заставляем ползун (муфту) II передвигаться по станине вправо, прижимая таким образом подлежащий сжатию предмет к правому вертикальному выступу станины. Ведущим звеном (приемником движущей силы F) является клин, ведомым звеном—ползун.

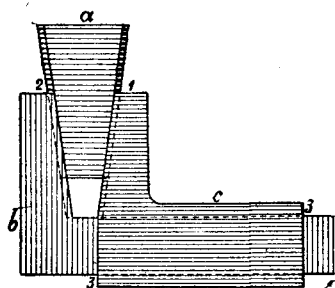
Обозначая угол заострения прямоугольного клина через γ , мы легко можем видеть (черт. 140), что при опускании клина вниз на величину s ползун передвинется вправо на величину $q = s \operatorname{tg} \gamma$. Поэтому, отношение m линейных пере-



Черт. 139.



Черт. 140.



Черт. 141.

мещений крайних элементов клиновидного пресса оказывается равным $m = \frac{s}{q} = \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma}$. Таким образом, при $\gamma < 45^\circ$, т. е. при $\operatorname{tg} \gamma < 1$, отношение линейных перемещений $m > 1$, т. е. $s > q$; это значит, что при $\gamma < 45^\circ$ скорость перемещения ведущего звена больше скорости перемещения ведомого звена, а так как проигрыш в скорости влечет за собой выигрыш в силе, то при $\gamma < 45^\circ$ движущая сила меньше полезного сопротивления, т. е. клиновидный пресс при $\gamma < 45^\circ$ является мультипликатором силы. Так как таково именно и есть назначение всякого пресса, то $\operatorname{tg} \gamma$ обычно берут весьма малым $\left(\frac{1}{100} - \frac{1}{10} \right)$ и во всяком случае не большим $\frac{1}{5}$.

В случае, если клин имеет непрямоугольную форму (черт. 141), то, обозначая углы, образуемые боковыми сторонами клина с вертикалью, соответственно

¹⁾ См. выше § 27.

через α к β , легко видеть, что отношение линейных перемещений m будет равно $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}$.

Клиновый пресс, как машина для сжимания предметов, применяется сравнительно редко, в силу значительного трения, развивающегося при скольжении щек (боковых граней) клина. Обыкновенно этот механизм применяется для закрепления, так называемого, клинового соединения, имеющего целью прочное соединение двух стержней путем их взаимного прижимания; конечно, в последнем случае, рассматриваемая конструкция не может быть названа машиною в собственном смысле этого слова, но служит лишь конструктивной деталью машины ¹⁾.

§ 34. Фрикционная передача.

Колеса трения (пара катания). — Отношение угловых перемещений крайних элементов (передаточное число). — Отношение линейных перемещений крайних элементов. — Цилиндрические, лобовые, конические и гиперболоидальные колеса трения. — Прокатные валки. — Антифрикционные ролики.

Фрикционными называются такие механизмы, в которых передача движения, хотя бы от одного из элементов механизма к соседнему его элементу, производится при помощи силы трения, возникающей между этими двумя элементами при их относительном движении.

Примером такой передачи может служить механизм, состоящий из двух цилиндрических колес, радиусов r_1 и r_2 , наглухо насаженных на два вращающихся в подшипниках параллельных вала, оси которых отстоят друг от друга на расстояние $L = r_1 + r_2$. Если колеса эти, взаимно касаясь по общей прямой, производящей, будут прижаты друг к другу некоторой силой, то первое (ведущее) колесо, вращаясь вместе с первым валом, увлечет своим движением и второе (ведомое) колесо, так как при движении первого колеса между колесами появятся вызванные взаимным прижатием их силы трения, при чем второе колесо, при известных условиях, получит поэтому (вместе со вторым валом) вращение в сторону, обратную вращению первого колеса. Если, благодаря достаточному взаимному прижатию колес, — колеса эти (называемые колесами трения) не будут в состоянии скользить друг по другу, то образуемая колесами трения высшая кинематическая пара называется парой катания: окружность, представляющая собою нормальное к оси сечение (профиль) ведущего колеса катится при этом без скольжения по окружности, представляющей собою сечение (профиль) ведомого колеса.

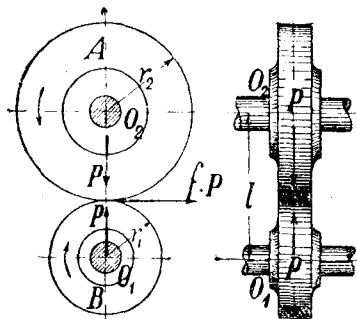
Из этого основного свойства всякой пары катания (т. е. из отсутствия взаимного скольжения колес) непосредственно вытекает, что в паре катания линейная скорость v_1 точек, лежащих на окружности ведущего колеса, равна линейной скорости v_2 точек, лежащих на окружности ведомого колеса, так как очевидно, что только при условии $v_1 = v_2$ одно колесо будет катиться по другому без скольжения. Обозначая через ω_1 и ω_2 угловые скорости первого и второго колес и замечая, что $v_1 = \omega_1 r_1$ и $v_2 = \omega_2 r_2$, получим основное свойство всякой пары катания в виде равенства:

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2.$$

Рассмотренный нами механизм носит название цилиндрической фрикционной передачи (черт. 142) и, — представляя собою, согласно

¹⁾ Динамическая сторона работы клина положена ниже в Отд. III.

изложенному выше, замкнутую трехзвенную кинематическую цепь, состоящую из одной высшей пары катания (пара колес) и двух низших пар вращения (вал и подшипник), — имеет целью передачу вращения между двумя параллельными валами.



Черт. 142.

Кинематический результат действия механизма, крайние элементы которого (в данном случае ведущий и ведомый валы) находятся во вращательном движении, наиболее удобно оценивается отношением n угловых перемещений крайних элементов или, что то же самое, отношением $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ угловых скоростей.

Это отношение $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ носит, как известно, название передаточного числа.

Обозначая через n_1 и n_2 числа оборотов в минуту для ведущего и ведомого валов и замечая, что $\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60}$ и $\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60}$, имеем:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Имея в виду установленное выше равенство $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ получим:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Отсюда получаем, что во фрикционных механизмах, передающих вращение от одного вала к другому, численная величина передаточного числа n (представляющего собою отношение числа оборотов в минуту ведущего вала к числу оборотов в минуту ведомого вала) равна обратному отношению радиусов колес трения.

Кроме передаточного числа, т. е. отношения $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ угловых перемещений крайних элементов механизма, кинематический результат действия всякого механизма оценивается, как известно, отношением $m = \frac{s}{q}$ линейных перемещений точек приложения движущей силы и силы полезного сопротивления.

Отношение m линейных перемещений во фрикционной передаче (как и во всяком механизме, приемник и исполнительный орган которого находятся во вращательном движении) можно определить лишь тогда, когда кроме размеров колес r_1 и r_2 будут даны еще и величины, определяющие положение точек приложения движущей силы и силы полезного сопротивления.

В общем случае, когда движущая сила приложена к окружности шкива (радиуса R_1) или к концу рукоятки (длиною R_1), наглухо насаженных на ведущем валу (тангенциальное движущее усилие на окружности радиуса R_1), а полезное сопротивление — к окружности шкива или барабана (радиуса R_2),

наглухо насаженного на ведомом валу (тангенциальное полезное сопротивление на окружности радиуса R_2), — имеем:

$$s = \omega_1 R_1 = \omega_1 r_1 \frac{R_1}{r_1}; \quad q = \omega_2 r_2 = \omega_2 r_2 \frac{R_2}{r_2}$$

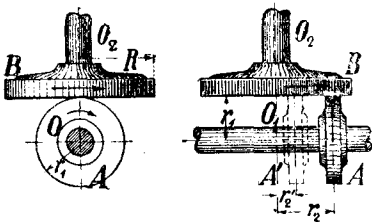
и, следовательно,

$$m = \frac{s}{q} = \frac{\omega_1 R_1}{\omega_2 R_2} = \frac{r_1}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{r_2}{r_1} = \frac{R_1}{R_2} \cdot n,$$

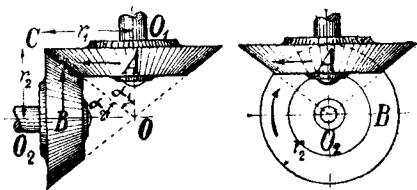
так как $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, по установленному выше основному свойству колес трения, а $\frac{r_2}{r_1} = n$.

Отсюда видно, что при $R_1 = R_2$ отношение m линейных перемещений равно передаточному числу, т. е. отношению n угловых перемещений крайних элементов, а при $R_1 = r_1$ и $R_2 = r_2$ (т. е. при приложении движущей силы и полезного сопротивления к окружностям соответствующих колес трения) отношение $m = 1$.

Цилиндрическая фрикционная передача применяется, как об этом было упомянуто выше, для передачи вращения между параллельными валами. Если оси валов лежат в одной плоскости, но перпендикулярны друг другу, то можно применять или лобовую фрикционную



Черт. 143.



Черт. 144.

передачу (черт. 143), в которой колесо ведущего вала прижимается своей цилиндрической поверхностью (по ее производящей) к лобовой плоскости ведомого колеса, или коническую фрикционную передачу (черт. 144), в которой оба колеса имеют форму усеченных конусов с общей вершиной в точке пересечения осей и углами раствора конусов, соответственно равными $2d_1$ и $2d_2$; чтобы оба эти конуса имели общую производящую, т. е. чтобы колеса трения находились во взаимном прижатии, очевидно, в случае перпендикулярных друг другу валов, необходимо условие $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$.

Коническую передачу, очевидно, можно применять и при осях, пересекающихся под любым углом $\beta \neq 90^\circ$; в этом случае $\alpha_1 + \alpha_2 = \beta$.

Выражение для передаточного числа

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

выведенное для цилиндрической передачи, сохраняет всецело свою силу и для лобовой и для конической передач, так как основной закон катания $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ осуществляется в равной мере во всех трех случаях.

Однако, под величиной r_2 в лобовой фрикционной передаче надо, очевидно, подразумевать не радиус колеса трения второго колеса, а расстояние (черт. 143) от центра второго вала до срединной плоскости первого колеса. В лобовой передаче расстояние r_2 обычно делают переменным; для этой цели первому валу дают возможность небольших продольных движений вдоль своей оси, благодаря чему срединная плоскость первого колеса, может приближаться или удаляться от центра второго вала, при чем r_2 , изменяя свою величину, может сделаться равным нулю (при проходе срединной плоскости первого колеса через центр второго вала) и даже переменить знак (при нахождении срединной плоскости по другую сторону центра второго вала); очевидно, что при $r_2 = 0$ вращение не передается вовсе, а при перемене знака r_2 вращение вала меняет направление. Таким образом, применение лобовой передачи дает возможность при помощи простых приспособлений, допускающих продольную перестановку одного из валов, передавать вращение с любым переменным числом (так как $n = \frac{r_2}{r_1}$ при переменном r_2 и постоянном r_1 будет, очевидно, переменным) и в любом направлении (сменная передача и механизм для обратного хода. Передача эта применяется, между прочим, в автомобильных механизмах, где ведущим валом является второй вал (сменная передача на ходу) ¹⁾.

В конической фрикционной передаче передаточное число n в общем случае может быть представлено в виде функций углов α_1 и α_2 ; действительно, в конической передаче (черт. 144), как это непосредственно видно из чертежа,

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1};$$

поэтому для конической передачи в общем случае имеем:

$$n = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}.$$

Для конической фрикционной передачи между взаимно перпендикулярными валами, где $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$, имеем очевидное из чертежа равенство:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{cotg} \alpha_1,$$

откуда для такой передачи получим:

$$n = \frac{r_2}{r_1} = \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{cotg} \alpha_1.$$

Наконец, если оси валов и не параллельны, и не пересекаются, то можно применять так называемые гиперболические фрикционные колеса, — представляющие собою пару однополых гиперболоидов вращения (черт. 146), соприкасающихся между собою по общей прямолинейной производящей. Гипер-

¹⁾ Во фрикционной передаче один из дисков делается обыкновенно чугунным, другой (для предохранения от скольжения и для достижения при больших скоростях бесшумного хода) из особо приготовленной, пропитанной под высоким давлением кожи (кожаные колеса); иногда применяется чугунный диск, боковая (трущаяся) поверхность которого заполнена особой бумажной массой или даже деревом, работающим на торец.

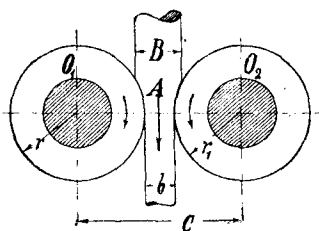
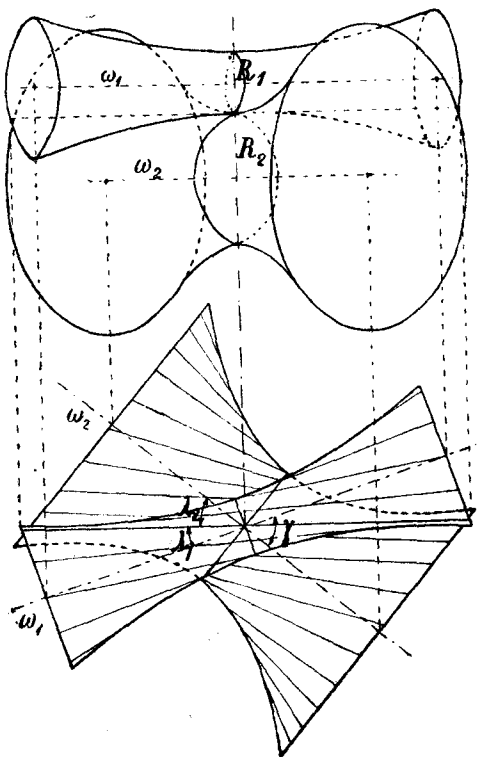
болоидальные фрикционные колеса обладают той особенностью, что для возможности вращения их соприкасающиеся гиперboloиды должны не только катиться друг по другу, но и скользить вдоль общей производящей; поэтому передаточное число $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ в этом случае не равняется

отношению радиусов колес (под радиусом гиперboloидального колеса подразумевается радиус наиболее узкой его части, называемой головиной), но выражается более сложной формулой ¹⁾.

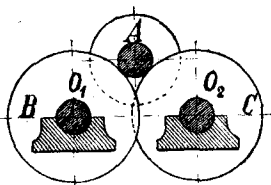
Основным недостатком всякой фрикционной передачи является ее ненадежность: при случайном уменьшении взаимного нажатия колес трения или при случайном увеличении полезного сопротивления, сила трения, вращающая ведомое колесо, может оказаться недостаточной для преодоления сопротивления этому вращению, и ведущее колесо будет не только катиться, но и скользить, а в некоторых случаях только скользить, по ведомому; в первом случае будет нарушено постоянство передаточного числа, а во втором ведомое колесо, очевидно, останется в покое.

Впрочем, в некоторых случаях этот недостаток имеет и свою хорошую сторону: при внезапной остановке ведомого вала (вследствие, например, случайно встреченного препятствия),

Черт. 145.



Черт. 146.



Черт. 147.

возможность скольжения ведущего колеса по колесу ведомому может, во многих случаях, предохранить механизм от поломок, весьма вероятных при более надежной передаче. К числу недостатков фрикционной

передачи необходимо еще отнести необходимость довольно сложных приспособ-

¹⁾ Обозначая через d кратчайшее расстояние и через γ угол между непересекающимися осями валов, Беланже дает следующую зависимость между передаточным числом $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ и отношением $\frac{r_2}{r_1}$:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n + \cos \gamma}{\frac{1}{n} + \cos \gamma}$$

$$r_2 + r_1 = d.$$

Из этого равенства можно найти r_1 и r_2 , как функции n , γ и d .

соблений для взаимного нажатия колес, а также и значительное вредное трение, развиваемое в подшипниках валов, так как усилие, которым прижимаются друг к другу колеса, передается и валам, прижимаемым таким образом к своим подшипникам.

Колеса трения применяются, между прочим, в механизме прокатных валков (черт. 146) и в механизме как называемых антифрикционных роликовых подшипников (черт. 147). В прокатных валках, имеющих целью прокатку (продвижение) обрабатываемого материала (полосы, листы), взаимное нажатие колес осуществляется при помощи силы упругости обрабатываемого материала, а в антифрикционных подшипниках, имеющих целью заменить трение скольжения шипа *A* в подшипнике трением катания того же шипа по двум вспомогательным роликам *B* и *C* (чем, в общем, значительно уменьшается трение), — взаимное нажатие шипа на ролики осуществляется силою веса основного вала ¹⁾.

§ 35. Зубчатая передача ²⁾.

I. Типы зубчатой передачи. Цилиндрические, конические, гиперболоидальные колеса. — Внешнее и внутреннее зацепление. — Начальные окружности. — Шаг, модуль и элементы профиля зубчатых колес. — Передаточное число. — Шестерня и зубчатое колесо. — Коробка скоростей. — Колеса с косыми зубцами (спиральные и шевронные колеса). — Колеса с неполным числом зубцов. — Счетное колесо Кавендиша. — Шестерня и зубчатая рейка. — Зубчатая колеблющаяся рамка. — Некруглые зубчатые колеса (эллиптические). — Вращающиеся поршни коловратных насосов. — II. Профилирование зубцов. Теорема Виллиса. — Кривая зацепления. — Длина дуги зацепления. — Циклоидальный профиль (колеса Камуса). — Эвольвентный профиль (колеса Эйлера). — Обертывающий профиль (цепочное зацепление, колеса Гриссона). — Сравнение различных профилей.

I. Типы зубчатой передачи.

В тех случаях когда сила трения, возникающая между фрикционными колесами при вращении ведущего колеса, может оказаться недостаточной для сообщения вращения ведомому колесу, — приходится прибегать к более верному способу передачи вращения, заменив силу трения, как причину вращения ведомого колеса, другою, более надежною силою.

Такой способ, между прочим, может заключаться в превращении фрикционных дисков в так называемые зубчатые колеса.

С целью передачи вращения от одного зубчатого колеса к другому на боковых поверхностях таких колес устраивают ряд чередующихся выступов (зубцов) и впадин; когда колеса находятся в зацеплении, т. е. когда несколько выступов одного колеса входят во впадины другого, то при вращении одного из этих колес (ведущего или движущего колеса) выступы этого колеса начинают давить с силою *N* на выступы другого колеса (ведомого или рабочего колеса), которое, благодаря этому, начинает, в свою очередь, вращаться; так как оба колеса предполагаются наглухо скрепленными со своими валами, то вращение движущего вала передается рабочему валу.

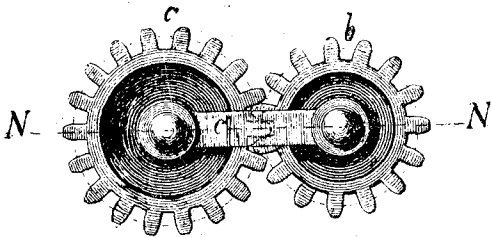
¹⁾ Та же цель достигается и антифрикционными шариковыми подшипниками. Динамическая сторона действия антифрикционных роликовых подшипников рассмотрена ниже в § 52.

²⁾ Динамические свойства зубчатой передачи рассмотрены ниже в § 61.

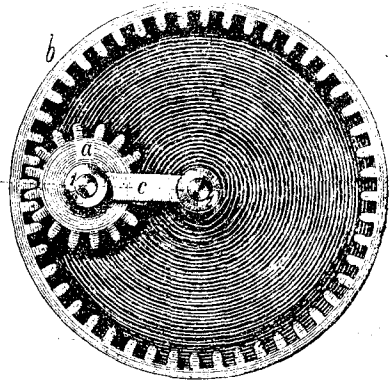
Таким образом, переходя от фрикционной передачи к зубчатой, мы заменяем силу трения более надежной силой нажатия зубца одного колеса на зубец другого ¹⁾.

Высшая кинематическая пара, образованная двумя соприкасающимися друг с другом зубцами (замыкаемая силою, вращающего ведущее колесо), может быть названа парой зацепления. Согласно изложенному выше, механизм зубчатой передачи представляет замкнутую трехзвенную кинематическую цепь (черт. 131), состоящую из одной высшей пары касания (пара зубцов) и двух низших пар вращения (вал и подшипник).

В соответствии с типами колес трения зубчатые колеса могут быть трех родов: если оси валов параллельны друг другу, употребляются цилиндрические зубчатые колеса, если они пересекаются под некоторым углом, — конические зубчатые колеса, и, наконец, если оси валов совсем не пересекаются



Черт. 148.



Черт. 149.

между собою, — гиперболоидальные, а также винтовые зубчатые колеса. Наконец, в зависимости от того, устраивают ли зубцы по внешней боковой поверхности колеса или по внутренней, различают зубчатые колеса с внешними (черт. 148) и внутренним (черт. 149) зацеплением.

Легко подметить, что при внешнем зацеплении оба колеса вращаются в разные стороны, а при внутреннем — в одну и ту же сторону ²⁾.

Окружности радиусов r_1 и r_2 , представляющие собою нормальное к оси сечения (профиль) тех колес трения, которые заменяют собою данная пара зубчатых колес носят название начальных (или делительных) окружностей данной пары зацепления; из этого определения непосредственно вытекает основное свойство всякой зубчатой передачи, заключающееся в том, что при вращении всякой пары зубчатых колес начальные окружности их катятся друг по другу без скольжения; разумеется, соприкасающиеся между собою зубцы колес могут при этом не только катиться, но и скользить друг по другу.

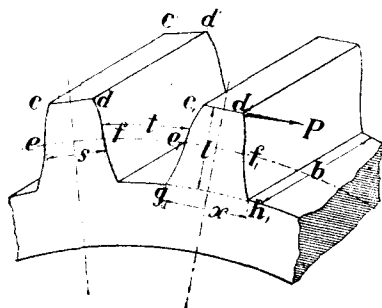
В цилиндрических зубчатых колесах каждый зубец ограничен цилиндрической поверхностью с производящими, параллельными оси колеса (черт. 150), в конических зубчатых колесах каждый зубец ограничен конической поверхностью

¹⁾ Динамическая сторона действия пары зубчатых колес рассмотрена ниже в Отд. III.

²⁾ Работа трения во внутреннем зацеплении меньше, чем во внешнем. Однако, внутреннее зацепление, с силу неудобств чисто конструктивного характера, применяется сравнительно редко.

(боковую поверхность усеченного конуса) с вершиною, лежащею на оси колеса.

Сечение цилиндрического зубчатого колеса плоскостью, нормальною к его оси, образует так называемый профиль зубчатого колеса, составленный из профилей отдельных зубцов.



Черт. 150.

Окружность радиуса k' , ограничивающая профиль зубцов снаружи, носит название окружности выступов, окружность радиуса k'' , ограничивающая профиль впадин, — окружностью впадин. Разность $k' - k'' = l$ носит название высоты зуба.

Измеряемое по дуге начальной окружности расстояние t между срединными линиями профилей двух соседних зубцов или двух соседних впадин носит название шага зацепления ¹⁾. Измеряемое по дуге начальной окружности расстояние s между боковыми границами одного и того же зуба называется толщиной зуба.

Часть зуба, профиль которой лежит вне начальной окружности, называется головкою зуба, а часть зуба, профиль которой лежит внутри начальной окружности — ножкой зуба. Измерение зуба параллельное оси колеса, называется шириною зуба.

Обозначая через r радиус начальной окружности и через z число зубцов данного зубчатого колеса, имеем следующее очевидное равенство, определяющее полную длину начальной окружности:

$$2 \pi r = z t,$$

откуда:

$$2 r = z \cdot \frac{t}{\pi}.$$

Отношение $\frac{t}{\pi} = M$ называется модулем зубчатого колеса, а обратное отношение $\frac{\pi}{t} = p$ называется диаметральный шаг зубчатого колеса. Поэтому последнее равенство может быть представлено в виде

$$2 r = z M \text{ или } 2 r = \frac{z}{p},$$

т. е. диаметр начальной окружности зубчатого колеса равен произведению числа зубцов на модуль или частному от деления числа зубцов на диаметральный шаг.

Для возможности сцепления пары зубчатых колес очевидно необходимо, чтобы зубцы одного колеса последовательно и точно входили во впадины другого, т. е. чтобы расстояние между срединными линиями двух соседних зубцов одного колеса в точности равнялось расстоянию между срединными линиями двух соседних впадин другого колеса. Таким образом, для того, чтобы два зубчатых колеса составляли пару зацепления, необходимо, чтобы шаги (или модули) этих колес были одинаковы.

¹⁾ На чертеже 150 буквою t обозначена разность между шагом и толщиной.

Так как пара зубчатых колес с начальными окружностями радиусов r_1 и r_2 по своим кинематическим результатам, как это установлено выше, совершенно эквивалентна заменяемой ею паре колес трения тех же радиусов r_1 и r_2 , то передаточное число n (отношение угловых перемещений ведущего и ведомого колес) в паре зубчатых колес имеет тот же самый вид, как и во фрикционной паре:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Имея в виду, что $2\pi r_1 = z_1 t$ и $2\pi r_2 = z_2 t$, а, следовательно, что $\frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$, для передаточного числа n получим выражение

$$n = \frac{z_2}{z_1}.$$

Отсюда следует, что в паре зубчатых колес передаточное число n равно отношению числа зубцов z_2 ведомого колеса к числу зубцов z_1 ведущего колеса.

Для того, чтобы зубчатая передача служила мультипликатором скорости, т. е. чтобы медленное вращение (ω_1) ведущего вала преобразовывалось в быстрое вращение (ω_2) ведомого вала, очевидно, необходимо условие, чтобы $\omega_1 < \omega_2$, т. е. передаточное число $n < 1$; отсюда следует, что в таких колесах $r_2 < r_1$ и $z_2 < z_1$, т. е. ведущим колесом (r_1) должно быть большее колесо (с большим числом зубцов), а ведомым (r_2)—меньшее колесо (с меньшим числом зубцов). Это меньшее колесо носит название шестерни (оно во всяком случае не должно иметь меньше шести ²⁾ зубцов), причем за один оборот зубчатого колеса шестерня успеет сделать n оборотов, т. е. вал с шестерней будет вращаться в n раз быстрее, чем вал с зубчатым колесом. Таким образом, в случае необходимости увеличения скорости вращения ($n < 1$) ведомым колесом является шестерня (движение передается от большого зубчатого колеса), а в случае необходимости уменьшения скорости вращения ($n > 1$) ведомым колесом является большое зубчатое колесо (движение передается от шестерни).

Весьма часто приходится изменять (на ходу) передаточное число данной пары зацепления. Ведущий вал вращается с постоянной скоростью ω , а ведомому валу необходимо давать при этом ряд различных скоростей ω_2' , ω_2'' и т. д.

Такой случай может иметь место, например, в автомобилях для получения возможности ехать с различными скоростями. Для достижения этого на один из валов насаживается (наглухо) несколько зубчатых колес различного диаметра (т. е. различного числа зубцов), а на другой вал—столько же соответствующих им шестерней, тоже разумеется, различного диаметра; шестерни эти, однако, могут скользить (на особых каретках) вдоль вала, причем конструкция этого прибора, называемого коробкою скоростей, такова, что в любой данный момент в сцеплении с соответствующим ей колесом находится лишь одна из этих шестерен, что соответствует определенному значению передаточного числа n . При скольжении (продвижении) каретки вдоль вала, данная пара расцепляется, но приходит в сцепление другая шестерня с другим соответствующим ей зубчатым колесом, что соответствует новому значению передаточного числа n ³⁾.

¹⁾ См. § 34.

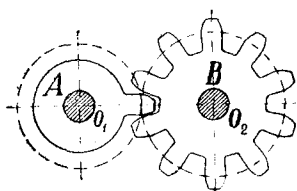
²⁾ Обычно на шестерне берется от 10 до 12 зубцов.

³⁾ Обычно в коробках скоростей (переборах) применяются не два зубчатых колеса, а целые серии (ряды) их; эти устройства разобраны ниже в § 39.

Иногда (особенно в последнее время) применяют цилиндрические зубчатые колеса, в которых зубцы идут по цилиндрической поверхности колес не по направлению прямолинейной производящей этой поверхности (т. е. перпендикулярно к профилю), а по некоторой винтовой линии, расположенной на этой поверхности (т. е. наклонно к профилю). Винтовые линии, по которым идут зубцы, имеют на обоих колесах один и тот же угол подъема, причем на одном колесе делается винтовая линия правого хода, а на другом левого. Такие колеса, относящиеся к общему классу колес с косыми зубцами, называются спиральными колесами или колесами Гука. Эти колеса дают очень плавный ход и очень прочны, однако, благодаря наклонности зубцов к оси в них появляется осевое давление, направленное вдоль оси, чего нет в обычных зубчатых колесах. Поэтому иногда на каждом колесе делается две системы зубцов: проводя перпендикулярно оси срединную плоскость колеса, мы разделяем наше колесо на два; на одном из них нарезаем зубцы по левовинтовой линии, а на другом—по правовинтовой линии и потом опять соединяем оба колеса в одно; получается зубчатое колесо с двойной системой зубцов (зацепление „в елку“), называемое шевронным колесом. Такие колеса дают очень плавный ход, чрезвычайно прочны и не дают осевого давления, как простые спиральные колеса ¹⁾.

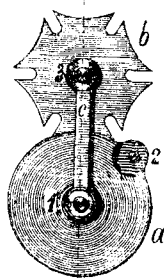
Так как колеса с косыми зубцами отличаются от обыкновенных зубчатых колес с прямыми зубцами лишь направлением, по которому идет зубец по цилиндрической поверхности колеса, профиль же колеса остается в обоих типах один и тот же, то все выведенные выше формулы для передаточного числа n колес с прямыми зубцами, очевидно, применимы и к спиральным и шевронным колесам.

Иногда требуется, чтобы вращение от ведущего вала передавалось ведомому не непрерывно, а с перерывами. В этом случае ведущее колесо снабжают неполным числом зубцов, получая таким образом пару зацепления с неполным числом зубцов. Такая конструкция встречается, например, в счетных машинах (черт. 151) (счетчиках оборотов, арифмометрах и т. д.), где ведущее колесо снабжается одним только зубцом, а



Черт. 151.

ведомое—десятью зубцами: при этих условиях, 10 оборотов ведущего колеса будут отвечать одному полному обороту ведомого колеса (сделанному десятью последовательными толчками с десятью остановками). Поэтому первое колесо может показывать (при помощи особой



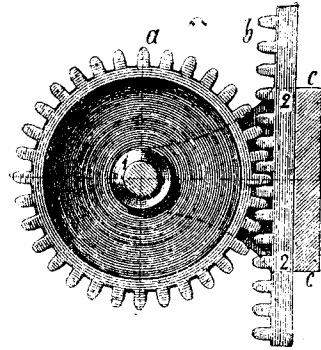
Черт. 152.

стрелки) единицы оборотов, а второе — десятки их. К числу таких колес относятся так называемые счетные колеса Кэвендиша (черт. 152), где наружная грань зубцов колеса с полным числом зубцов имеет кривизну окружности колеса с одним зубцом.

Если, имея пару зубчатых колес, мы будем увеличивать радиус большого колеса до бесконечности, оставляя шестерню в прежнем виде, то мы перейдем от пары зацепления двух зубчатых колес к паре зацепления шестерни и

¹⁾ Зубцы шевронных колес требуют большой точности изготовления; они нарезаются сразу двумя фрезами на специальных фрезерных станках и получили ныне, благодаря своим достоинствам, большое распространение в трансмиссиях при большом числе оборотов и больших мощностях. Особенно часто применяются шевронные колеса для передачи движения от паровых турбин к гребным валам (винту) современных судов.

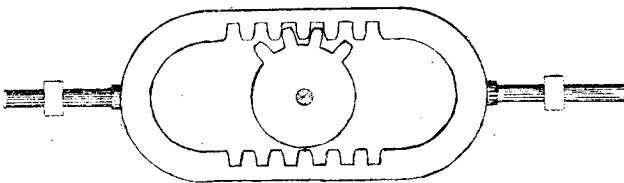
зубчатой рейки (черт. 153). Начальная окружность большого зубчатого колеса превратится в начальную прямую, по которой и будет катиться начальная окружность шестерни. При этом преобразовании вращательная пара (большое колесо и его подшипник) переходит в призматическую пару (рейка и ее направляющие), и весь механизм представляет собою трехзвенную кинематическую цепь, состоящую из трех пар: одной пары вращения (шестерня и ее подшипник [станина]), одной пары касания (шестерня и рейка) и одной призматической пары (рейка и ее направляющие [станина]). Говорить о передаточном числе n , как об отношении угловых скоростей крайних элементов механизма, в этом случае, очевидно, не приходится, т. е. один из этих элементов (рейка) движется поступательно. Можно лишь говорить



Черт. 153.

об отношении $m = \frac{s}{q}$ линейных перемещений крайних элементов механизма, т. е. об отношении линейных перемещений i и q точек приложения движущей силы и полезного сопротивления. Если движение передается от шестерни к рейке (роль ведущего звена играет в этом случае шестерня, что имеет место, например, в подъемных машинах), и движущая сила представляет собою тангенциальное усилие, приложенное к окружности радиуса R , то линейное перемещение s точки приложения движущей силы в единицу времени равно дуге ωR ; так как начальная окружность шестерни катится без скольжения по прямой рейке, то продвижение q рейки при повороте шестерни на угол ω (т. е. скорость v поступательного движения рейки) будет равно выпрямленной дуге ωr . Поэтому отношение $m = \frac{s}{q} = \frac{\omega R}{\omega r} = \frac{R}{r}$ и при $R = r$ (т. е. при приложении движущей силы к начальной окружности колеса) $m = 1$. Если движение передается от рейки к шестерне (роль ведущего звена играет в этом случае рейка, что имеет место, например, в механизме прокатных валков), то m , очевидно, равно обратному отношению $\frac{r}{R}$ (где R в приведенном примере прокатных валков есть радиус вала).

Можно также, пользуясь установленным выше равенством $v = \omega r$ и замечая, что $\omega = \frac{2\pi n_1}{60}$, установить зависимость между поступательной скоростью v рейки и числом n_1 оборотов в минуту шестерни в следующее соотношение:



Черт. 154.

$$v = \frac{\pi n_1}{30} r$$

Своеобразное соединение зубчатого колеса (шестерни) с неполным числом зубцов и двух зубчатых реек представляет собою механизм зубчатого колебателя

(черт. 154). Очевидно, что рамка такого механизма, при равномерном вращении шестерни, будучи направляема в своем движении двумя стержнями, могущими

поступательно двигаться в особых неподвижных направляющих, будет колебаться, двигаясь то вправо, то влево, причем между периодами равномерного движения в обратные стороны будет период остановки. Скорость v поступательных движений рамки будет, очевидно, равна, как и в случае обыкновенной шестерни с рейкой $v = \frac{\pi r n_1}{30}$, а отношение периодов остановки к периодам движения равно отношению длины начальной окружности шестерни, свободной от зубцов к длине начальной окружности, занятой зубцами.

До сих пор мы рассматривали круглые колеса, при которых передаточное число $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ было равно обратному отношению радиусов $\frac{r_2}{r_1}$ колес, т. е. сохраняло во все время вращения колес постоянное значение. Таким образом, круглые колеса служили для передачи вращения с постоянным отношением угловых скоростей обоих колес, и при равномерном вращении ведущего вала ведомый вал вращался также равномерно¹⁾.

Иногда, однако, оказывается необходимым передавать вращение от одного вала к другому с переменным (в течение одного оборота) значением передаточного числа n , т. е. иногда встречается необходимость, чтобы равномерное вращение ведущего вала вызывало неравномерное (в течение одного оборота) вращение ведомого вала. Такой случай имеет, например, место в строгальных станках, в которых резцу придают неравномерное колебательное движение: резец медленно движется в рабочем направлении и быстро откидывается назад в холостом (движение с быстрым возвратом); это движение очень удобно осуществляется при помощи соответствующей передачи от равномерно вращающегося рабочего вала.

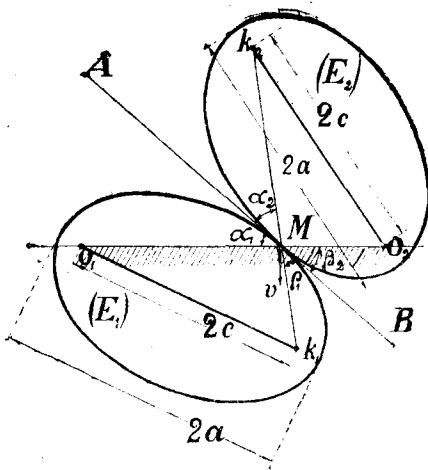
С этой целью применяются не круглые зубчатые, при применении которых передаточное число n периодически изменяется по определенному закону в течение каждого полного оборота вала. Изготовление таких колес требует особой точности и тщательности, а потому особо широкого применения этот механизм не имеет²⁾.

Поэтому мы остановимся подробнее лишь на одном случае применения

некруглых зубчатых колес, а именно на эллиптических зубчатых колесах. Схема эллиптической зубчатой передачи представляет собою пару равных эллипсов (начальные эллипсы), расположенных симметрично относительно общей касательной AB (черт. 155); центры вращения O_1 и O_2 находятся в фокусах, лежащих в прямой, проходящей через точку касания эллипсов; расстояние O_1 и O_2 равняется длине $2a$ большей оси эллипсов.

¹⁾ Круглые колеса с неполным числом зубцов не изменяли этой равномерности движения ведомого вала; они лишь вводили в эту равномерность периоды остановок.

²⁾ Та же цель может быть достигнута и более простыми конструкциями: так, эллиптические зубчатые колеса по кинематическому результату эквивалентны особой разновидности шарнирного четырехсторонника (два антипараллельных кривошипа, снабженные тяжем); движение с быстрым возвратом осуществляется при помощи разобранного выше механизма Витворта и т. п.



Черт. 155.

Чтобы показать, что мы можем принять фокусы O_1 и O_2 за неподвижные центры вращения, примем во внимание следующее:

Обозначим через $2c$ расстояние между фокусами каждого из элементов и проведем из точки касания M радиусы векторы к фокусам O_1 , O_2 , K_1 и K_2 . Так как эллипсы расположены симметрично относительно общей касательной AB , то $\angle \alpha_1 = \angle \alpha_2$, $\angle \beta_1 = \angle \beta_2$, $MO_1 = MK_2$ и $MO_2 = MK_1$. С другой стороны, по свойствам самих эллипсов имеем: $\angle \alpha_1 = \angle \beta_1$, $\angle \alpha_2 = \angle \beta_2$, $MO_1 + MK_1 = 2a$, $MO_2 + MK_2 = 2a$.

Отсюда получим:

$$\angle \alpha_1 = \angle \beta_2, \quad \angle \alpha_2 = \angle \beta_1, \\ MO_1 + MO_2 = 2a, \quad MK_1 + MK_2 = 2a.$$

Это показывает, что линии O_1O_2 и K_1K_2 представляют собою прямые, причем длина каждой из этих линий равна длине $2a$ большей полуоси эллипса. Так как это построение можно произвести при любом положении эллипсов, лишь бы они были симметричны относительно общей касательной (а при катании начальных эллипсов друг по другу их симметричность относительно общей касательной, очевидно, не нарушится), то при любом положении эллипсов, катящихся друг по другу без скольжения и взаимно касающихся в точке M , фокусы O_1 и O_2 все время будут находиться друг от друга на неизменном расстоянии $2a$; это значит, что мы можем принять фокусы O_1 и O_2 за неподвижные точки — центры вращения каждого из двух эллиптических колес¹⁾. Начальные эллипсы снабжаются зубчатым зацеплением.

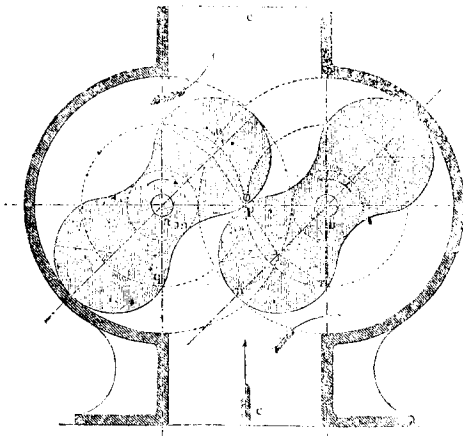
Обозначая переменное расстояние MO_1 через r_1 и переменное расстояние MO_2 через r_2 , угловую скорость вращения ведущего вала O_1 через ω_1 и угловую скорость ведомого вала O_2 через ω_2 , получим для вращательной скорости v_1 той точки первого эллипса, которая совпадает в данный момент с точкою M , значение $v_1 = \omega_1 r_1$, а для вращательной скорости v_2 той точки второго эллипса, которая совпадает в тот же момент с тою же точкою M , значение $v_2 = \omega_2 r_2$. Так как начальные эллипсы катятся друг по другу без скольжения, то $v_1 = v_2$, т. е. $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, откуда передаточное число $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ равно отношению $\frac{r_2}{r_1}$, т. е. равно отношению двух в данном случае переменных величин, а следовательно само переменное.

Выше мы обозначили расстояние между фокусами эллипса O_1O_2 через $2c$; значит, эксцентриситет эллипса $e = \frac{c}{a}$ и $\max r_1 = \max r_2 = a + c$, а $\min r_1 = \min r_2 = a - c$. Поэтому $\max n = \frac{a+c}{a-c} = \frac{1+e}{1-e}$, $\min n = \frac{a-c}{a+c} = \frac{1-e}{1+e}$. Поэтому зубчатое эллиптическое зацепление дает переменное передаточное число n , колеблющееся в течение полного оборота в пределах от $\frac{1-e}{1+e}$ до $\frac{1+e}{1-e}$.

Кроме эллиптических зубчатых колес применяются иногда фигурные зубчатые колеса, в которых начальными кривыми являются части двух равных логарифмических спиралей, вращающихся около своих полюсов. Изготовление таких колес еще более затруднительно, и потому применение их еще более ограничено.

¹⁾ То же самое, очевидно, относится к фокусам K_1 и K_2 .

На том же принципе, как и зубчатая передача, устроена конструкция так называемых коловратных насосов или вращающихся поршней. Паре вращающихся на параллельных осях колес (поршней) (черт. 156) дается



Черт. 156.

такой профиль, чтобы все время было обеспечено касание профилей поршней в определенной точке друг к другу и к стенкам кожуха, в который заключены оба поршня. Внутри кожуха образуется таким образом две отделенных друг от друга области: пространство всасывания и пространство нагнетания, причем вращающиеся поршни, не прерывая этого отделения, будут непрерывно захватывать и перекачивать жидкость или газ из первой области во вторую. На этом принципе основано устройство коловратных насосов (особенно удобных для густых жидкостей) и вентиляторов (вентиляторы Рута).

II. Профилирование зубцов.

Два основных требования, предъявляемых к правильно спроектированной паре зубчатых колес (паре зацепления), заключаются в следующем: Во-первых, должна быть сохранена непрерывность зацепления; это условие сводится к выполнению требования, чтобы все время хотя бы один зубец одного колеса имел точку соприкосновения с зубцом другого колеса; Во-вторых, должно быть сохранено постоянство передаточного числа n ; это условие сводится к выполнению требования, чтобы отношение между угловыми скоростями ω_1 и ω_2 вращения ведущего и ведомого колес O_1 и O_2 сохраняло во все время вращения постоянную величину, равную n , т. е., чтобы существовало равенство:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const.}$$

Профиль зубца может быть очерчен по различным кривым; однако, не всякая кривая может быть принята за профиль правильно спроектированного зубчатого колеса; действительно, приведенное выше основное условие постоянства передаточного числа n , т. е. условие $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const.}$, будет удовлетворено не при всякой форме профилей зубцов. Посмотрим теперь, какому общему условию должны удовлетворять кривые, служащие профилями зубцов, для того, чтобы для данной пары колес были соблюдены оба указанные выше основных требования: непрерывности зацепления и постоянства передаточного числа.

Пусть кривые $a'b'$ и $a''b''$ будут очертаниями частей профилей двух зубцов, принадлежащих, соответственно, первому (O_1) и второму (O_2) колесам, составляющим пару зацепления, и пусть точка m будет точка касания этих профилей (черт. 157). Обозначая через $R_1 = mO_1$ и $R_2 = mO_2$ расстояния, точки m соответственно от точек O_1 и O_2 и через ω_1 и ω_2 угловые скорости

вращения соответственно первого и второго колеса, получим, что линейная скорость v_1 точки m' , принадлежащей профилю $a' b'$ и совпадающей в данный момент с точкой m , будет перпендикулярна радиусу R_1 и равна $v_1 = \omega_1 R_1$, а линейная скорость v_2 точки m'' , принадлежащей профилю $a'' b''$ и совпадающей в данный момент с той же точкой m , будет перпендикулярна радиусу R_2 и равна $v_2 = \omega_2 R_2$.

Проектируя линейные скорости v_1 и v_2 на направление общей нормали NN к обоим профилям $a' b'$ и $a'' b''$, мы получим, соответственно, слагаемые c_1 и c_2 линейных скоростей точек m' и m'' , направленные по линии NN , в следующем виде:

$$c_1 = v_1 \cos (v_1 N) = \omega_1 R_1 \cos (v_1 N)$$

и

$$c_2 = v_2 \cos (v_2 N) = \omega_2 R_2 \cos (v_2 N).$$

Так как:

$$v_1 \perp R_1 \text{ и } v_2 \perp R_2,$$

то

$$\cos (v_1 N) = \sin (R_1 N)$$

и

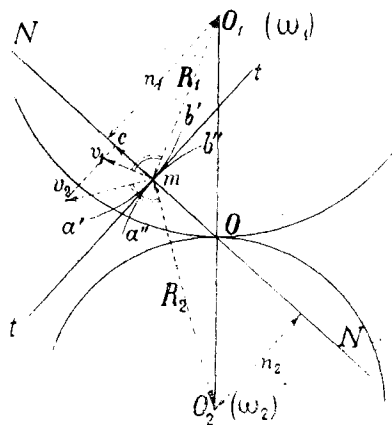
$$\cos (v_2 N) = \sin (R_2 N),$$

а следовательно:

$$c_1 = \omega_1 R_1 \sin (R_1 N) = \omega_1 n_1$$

и

$$c_2 = \omega_2 R_2 \sin (R_2 N) = \omega_2 n_2,$$



Черт. 157.

где величины n_1 и n_2 , очевидно, представляют собою длины перпендикуляров, опущенных из центров O_1 и O_2 на линию NN .

Однако, линейные скорости c_1 и c_2 точек m' и m'' по направлению NN , для обеспечения непрерывности зацепления, должны быть, очевидно, равны между собою, т. е. в случае непрерывного зацепления должно существовать равенство:

$$c_1 = c_2, \text{ т. е. } \omega_1 n_1 = \omega_2 n_2.$$

Действительно, при $c_2 > c_1$ зубец колеса O_2 отделился бы от зубца колеса O_1 , и непрерывность зацепления была бы нарушена, а при $c_2 < c_1$ зубец колеса O_1 врезался бы в зубец колеса O_2 , и механизм был бы испорчен; очевидно, что для обеспечения непрерывности зацепления и во избежание порчи механизма необходимо написанное выше условие:

$$c_1 = c_2$$

или

$$\omega_1 n_1 = \omega_2 n_2,$$

откуда непосредственно следует:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Обозначая точку пересечения нормали NN с линией центров $O_1 O_2$ буквою O , расстояние OO_1 —буквою r_1 , и расстояние OO_2 —буквою r_2 , имеем, очевидно, равенство:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Сопоставляя это равенство с предыдущим, найдем:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Таким образом, исходя из условия непрерывности зацепления, мы пришли к заключению, что общая нормаль NN к соприкасающимся в точке m профилям двум зубцов пересекает линию центров $O_1 O_2$ в такой точке O , расстояния которой ($OO_1 = r_1$ и $OO_2 = r_2$) от точек O_1 и O_2 , являются обратно пропорциональными угловым скоростям зубчатых колес.

Однако, на основании приведенного выше условия постоянства передаточного числа, отношение между угловыми скоростями зубчатых колес все время сохраняет свою постоянную величину, т. е.:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = n = \text{const.}$$

Отсюда непосредственно следует, что и отношение

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

сохраняет также все время свою постоянную величину, т. е. что

$$\frac{r_2}{r_1} = \text{const.},$$

или, другими словами, что точка O во все время движения колес сохраняет неизменно свое положение на линии центров.

Таким образом, исходя из условий непрерывности зацепления и постоянства передаточного числа, мы пришли к заключению, что при вращении пары зацепления общая нормаль к профилям соприкасающихся зубцов все время проходит через одну и ту же точку O , лежащую на линии центров. Эта точка носит название полюса пары зацепления. Так как полюс O , находясь на линии центров, лежит на расстоянии r_1 от центра O_1 и на расстоянии r_2 от центра O_2 , причем, согласно установленному выше, $\frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$, т. е. $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, то ясно, что окружности, проведенные из центров O_1 и O_2 радиусами соответственно равными r_1 и r_2 , — при вращении колес катятся друг по другу без скольжения, т. е. являются начальными окружностями данной пары зубчатого колеса.

На основании всего изложенного можно высказать следующее положение, называемое теоремой Виллиса: профили правильно спроектированных, т. е. удовлетворяющих условию непрерывности зацепления и условию постоянства передаточного числа зубцов, должны быть очерчены по таким кривым, чтобы общая нормаль к профилям зубцов в точке их взаимного соприкосновения всегда проходила через полюс, т. е. через точку касания начальных окружностей¹⁾.

Требованию теоремы Виллиса удовлетворяет множество кривых, которые можно сгруппировать в два класса (семейства):

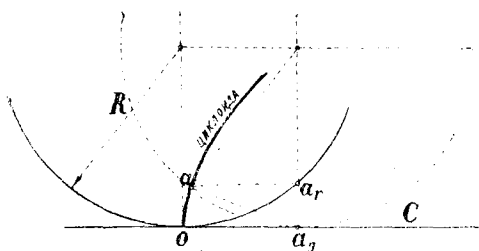
I. Группа рулетт.

II. Группа огибающих.

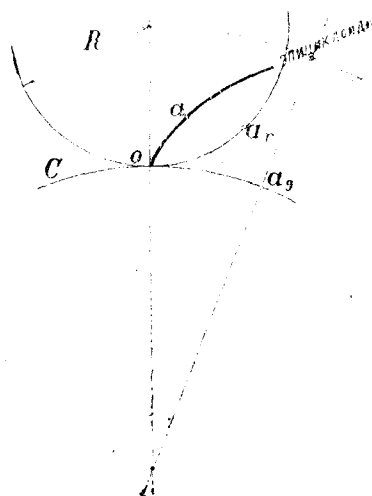
¹⁾ Это положение установлено Эйлером и представляет собою, в сущности только частный случай более общей теоремы Виллиса.

Рулеттой называется всякая кривая, которую описывает произвольная точка любой подвижной кривой, катящейся (без скольжения) по другой неподвижной кривой. К группе рулетт относятся, например, следующие простейшие кривые:

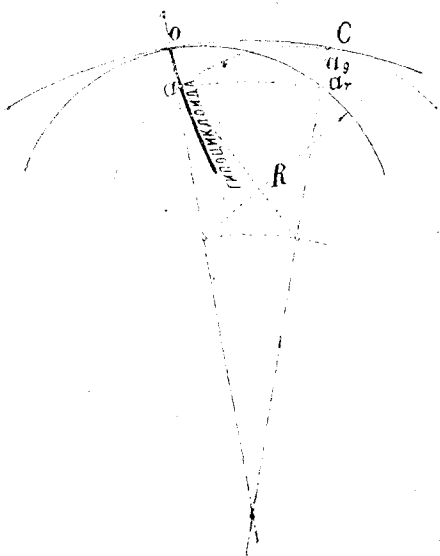
1. Циклоида (черт. 158), представляющая собою траекторию любой точки окружности при качении этой окружности по неподвижной прямой.



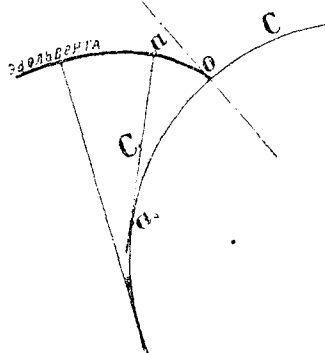
Черт. 158.



Черт. 159.



Черт. 160.



Черт. 161.

2. Эпициклоида (черт. 159), представляющая собою траекторию любой точки окружности при качении этой окружности (внешним катанием) по другой неподвижной окружности.

3. Гипоциклоида (черт. 160), являющаяся траекторией любой точки окружности при качении этой окружности (внутренним катанием) по другой неподвижной окружности.

4. Эвольвента (или развертка) круга (черт. 161), представляющая собою траекторию точки прямой, катящейся по неподвижной окружности.

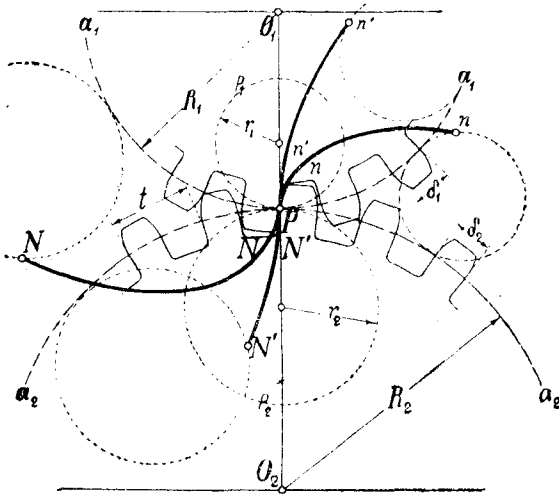
Огибающей или обертывающей (оберткой) называется всякая кривая, касающаяся ряда последовательных, бесконечно близких друг другу положений какой-либо другой подвижной кривой, называемой огибаемой.

В соответствии с изложенным выше, на практике применяются преимущественно три типа профилей зубчатых колес: циклоидальный, эвольвентный и обертывающий профиль. К рассмотрению и сравнению этих профилей мы теперь и перейдем.

А. Циклоидальный профиль.

При циклоидальном зацеплении (колеса Камуса) очертание профиля зубца определяется следующим способом:

Строим (черт. 162) внутри каждой из начальных окружностей (с радиусами R_1 и R_2) по одной вспомогательной окружности (с радиусами $r_1 < R_1$ и $r_2 < R_2$), касающихся начальных окружностей и друг друга в точке P —полусе зацепления.



Черт. 162.

Пусть первая вспомогательная окружность r_1 катится (наружным катанием) без скольжения по второй начальной окружности R_2 , которая при этом остается неподвижной. Любая точка подвижной окружности r_1 вычертит, как известно, при этом движении в неподвижной плоскости эпициклоиду; в частности, траекторией движения той точки m окружности r_1 , которая в начальный момент совпадала с точкой P касания обеих окружностей R_1 и r_1 —будет эпициклоида mn . Плоское движение точки, вычертившее эту эпициклоиду, можно, очевидно, рассматривать, как ряд последовательных мгновенных вращений около подвижного центра, движущегося по начальной окружности R_2 ¹⁾. Начальная окружность R_2 играет в этом движении роль неподвижной центроиды, вспомогательная окружность r_1 роль подвижной центроиды, а переменная точка

их касания—роль мгновенного центра. Соединяя любые точки эпициклоиды mn в момент нахождения в них вычерчивающей точки m с положениями мгновенного центра, соответствующими этому моменту (т. е. с соответствующей этому моменту касания подвижной и неподвижной окружностей r_1 и R_2), мы будем получать переменный по величине и направлению отрезок, представляющий собою мгновенный радиус траектории точки. Очевидно, что этот отрезок,—будучи мгновенным радиусом,—по самому определению своему всегда нормален к эпициклоиде и всегда проходит через двигающийся по неподвижной начальной окружности R_1 подвижный мгновенный центр.

Пусть теперь та же первая вспомогательная окружность катится (внутренним катанием) без скольжения по другой, а именно по первой начальной окружности R_1 , которая в этом случае остается неподвижной. Любая точка подвижной окружности r_1 вычертит, как известно, в этом случае в неподвижной плоскости гипоциклоиду; в частности, траекторией движения рассмотренной выше точки m будет гипоциклоида $n'n'$. Совершенно аналогично предыдущему, мы придем к заключению, что плоское движение точки m , вычертившее эту гипоциклоиду, можно рассматривать, как ряд последовательных мгновенных вращений около подвижного мгновенного центра, движущегося по начальной окружности R_1 ¹⁾; совершенно так же мы увидим, что роль неподвижной центроиды играет в этом случае начальная окружность R_1 , а роль подвижной центроиды—та же подвижная окружность r_1 , и что мгновенный радиус, проходящий через точку m , всегда нормален к

¹⁾ См. выше, Отд. II, глава II, теория центроид.

гипоциклоиде и всегда проходит через двигающийся по неподвижной начальной окружности R_1 подвижный мгновенный центр.

Заставим теперь вспомогательную окружность r_1 одновременно катиться (без скольжения) и по первой начальной окружности R_1 , и по второй начальной окружности R_2 . Разумеется, что при относительной неподвижности этих начальных окружностей достичь этого нельзя; но, сделав эти начальные окружности подвижными и заставив их, в свою очередь, катиться друг по другу, эту задачу осуществить, очевидно, можно. В частности это можно сделать, заставив обе начальные окружности R_1 и R_2 вращаться около своих неподвижных центров, т. е. катиться друг по другу без скольжения, взаимно касаясь в постоянной точке P , которая и будет полюсом пары зацепления зубчатых колес, соответствующих данным начальным окружностям ¹⁾.

Эта же точка P должна быть общей точкой касания вспомогательной окружности r_1 с обоими начальными окружностями R_1 и R_2 , причем точка P и три центра этих трех окружностей r_1 , R_1 и R_2 , очевидно, будут лежать на одной прямой.

Заставив теперь катиться друг по другу (без скольжения) 1) окружности r_1 и R_2 и 2) окружности R_1 и R_2 , мы тем самым одновременно вызовем качение без скольжения) и 3) окружностей r_1 и R_2 , т. е. осуществим одновременное катание вспомогательной окружности r_1 и по первой начальной окружности R_1 и по второй начальной окружности R_2 , причем все три мгновенные центра этих трех относительных движений будут совпадать в неподвижном полюсе зацепления P .

При этом одновременном катании вспомогательной окружности r_1 по обоим начальным окружностям рассмотренная нами выше точка m одновременно вычерчивает две упомянутые выше кривые: в плоскости колеса R_2 , точка эта вычерчивает эпициклоиду nn' , а в плоскости колеса R_1 — гипоциклоиду $n'n'$. Эти кривые потеряли теперь свою неподвижность, так как оба колеса R_1 и R_2 стали теперь вращаться; однако, обе эти кривые, как вычерченные движением одной и той же точки m , в своем движении постоянно соприкасаются друг с другом, причем переменной точкой соприкасания является, очевидно, переменное положение точки m .

Выше было установлено, что нормаль к любой из этих кривых, проходящая через переменное положение на ней вычерчивающей ее точки m , проходит через постоянное положение соответствующего данной кривой мгновенного центра. Теперь, как это пояснено выше, оба мгновенных центра совпали с неподвижным полюсом P , а переменное положение точки m стало отвечать переменному положению точки взаимного касания обеих кривых.

На основании этого мы приходим к выводу, что построенные нами эпициклоида nn' и гипоциклоида $n'n'$ являются такими кривыми, которые при вращении пары зубчатых колес движутся друг относительно друга, постоянно взаимно касаясь друг друга (в переменной точке m), причем общая нормаль к этим кривым, проведенная через переменную точку касания их, всегда проходит через полюс P пары зацепления.

Отсюда, исходя из установленной выше теоремы Виллиса, мы приходим к заключению, что эпициклоида nn' (неизменно связанная с плоскостью колеса R_2) может служить очертанием профиля зубца колеса R_2 , а гипоциклоида $n'n'$ (неизменно связанная с плоскостью колеса R_1) может соприкасающегося с этим зубцом зубца колеса R_1 .

Все сказанное выше относительно вспомогательной окружности r_1 целиком применимо и ко второй вспомогательной окружности r_2 . Точка m этой окружности, совпадавшая в начальный момент с полюсом P при наружном катании по окружности r_2 вычертит (в плоскости колеса R_2) эпициклоиду NN и при внутреннем катании по окружности R_2 вычертит (в плоскости колеса R_2) гипоциклоиду $N'N'$.

Совершенно аналогично предыдущему можно показать, что при вращении пары зубчатых колес, эпициклоида NN и гипоциклоида $N'N'$ будут двигаться, постоянно взаимно касаясь друг друга (в переменной точке m), причем общая нормаль к этим кривым, проведенная через переменную точку касания их, всегда будет проходить через полюс P пары зацепления.

Отсюда следует, что эпициклоида NN (неизменно связанная с плоскостью колеса R_1) может служить очертанием профиля зубца колеса R_1 а гипоциклоида $N'N'$ (неизменно связанная с плоскостью колеса R_2) может служить очертанием профиля, соприкасающегося с этим зубцом зубца колеса R_2 . Таким образом, путем катания двух вспомогательных окружностей r_1 и r_2 по двум начальным окружностям R_1 и R_2 мы получили две одинаково приемлемых пары кривых очертаний профилей соприкасающихся зубцов, удовлетворяющих условиям правильности зацепления, т. е. правильности теоремы Виллиса: 1) эпициклоиду nn' и гипоциклоиду $n'n'$ и 2) эпициклоиду NN и гипоциклоиду $N'N'$.

¹⁾ Полюс P будет, очевидно, мгновенным центром относительного движения начальных окружностей.

В циклоидальном зацеплении (колеса Камуса) использованы обе эти пары. Имея в виду, что при вращении зубчатого колеса головка каждого зубца работает по ножке соответствующего зубца другого колеса, в колесах Камуса (черт. 162) очертания профилей головок зубцов сделаны по эпициклоидам, а очертания профилей ножек зубцов сделаны по гипоциклоидам, т. е. профиль зубца каждого колеса составлен из двух кривых — эпициклоиды и гипоциклоиды (обращенных выпуклостями в разные стороны); очевидно, при этом, что при вращении зубчатого колеса эпициклоида (головка) зубца одного колеса соприкасается с гипоциклоидой (ножкой) зубца другого колеса, т. е. что очертание головки зубца одного колеса и очертание ножки зубца другого колеса должны быть сделаны по соответствующим друг другу (т. е. удовлетворяющим теореме Виллиса) эпициклоиде и гипоциклоиде.

Таким образом в колесах Камуса профилями зубцов служат кривые:

- 1) профиль зубца колеса R_1 — головка — эпициклоида NN ,
ножка — гипоциклоида $n'n'$,
- 2) " " " R_2 головка — эпициклоида nn
ножка — гипоциклоида $N'N'$ ¹⁾.

При вращении пары зубчатых колес точка взаимного касания профилей соприкасающихся зубцов, как это видно из вышеизложенного, непрерывно меняет свое положение в пространстве (в плоскости профиля), так как зубцы в различные моменты времени нажимают друг на друга различными точками. Траектория, которую описывает при этом (в плоскости профиля) эта переменная точка, называется кривой зацепления. Точкой взаимного касания профилей соприкасающихся зубцов, т. е. точкой касания соответствующих друг другу эпициклоиды и гипоциклоиды, в колесах Камуса является, очевидно, та самая точка m , движением которой одновременно вычерчиваются обе эти кривые; из самого способа вычерчивания точкою m этих кривых мы знаем, что точка m движется по вспомогательным окружностям r_1 и r_2 . Действительно, при вычерчивании эпициклоиды nn и гипоциклоиды $n'n'$ точка m движется по окружности r_1 , а при вычерчивании эпициклоиды NN и гипоциклоиды $N'N'$ — по окружности r_2 . Таким образом, в циклоидальных колесах кривая зацепления состоит из двух ветвей: по одну сторону полюса P из части дуги вспомогательной окружности r_1 , а по другую сторону полюса P из части дуги вспомогательной окружности r_2 ; обе эти ветви в полюсе P плавно переходят друг в друга. Линия зацепления ограничена по своей длине протяжением той своей частью, которая не выходит за пределы окружностей выступов обоих колес, так как в действительности ни один зубец, очевидно, не выходит за пределы этих окружностей; полная длина кривой зацепления, ограниченной этими пределами, определяет линейный размер σ так называемой дуги зацепления. Так как при вращении зубчатых колес, т. е. при катании начальных окружностей R_1 и R_2 друг по другу, обе вспомогательные окружности r_1 и r_2 (вместе с дугою зацепления) можно представлять себе развертывающимися по любой из начальных окружностей, то длину дуги зацепления можно измерять по любой из начальных окружностей; с этой точки зрения под дугою зацепления можно разуметь путь σ , проходимый (по любой начальной окружности) точкою касания начальных окружностей в течение того времени, пока кака-либо пара зубцов находится в сцеплении. Для плавности хода, очевидно, необходимо, чтобы сцепление между колесами ни на одно мгновение не прерывалось, т. е. чтобы данная пара зубцов расцепилась не раньше, чем придет в сцепление соседняя пара; так как расстояние между соседними зубцами одного и того же колеса равно шагу зацепления, то очевидно, что дуга зацепления σ ни в коем случае не может быть меньше, чем шаг зацепления t . Отношение

$\frac{\sigma}{t}$ дуги зацепления к шагу зацепления носит название продолжительности зацепления $\tau = \frac{\sigma}{t} > 1$, причем величиной τ характеризуется степень плавности хода которая, очевидно, тем больше, чем больше число одновременно находящихся в сцеплении зубцов; обычно значение τ берется от 1,1 до 3.

Характер и вид получаемых путем разобранного выше построения эпициклоид и гипоциклоид всецело зависит от отношений радиусов r_1 и r_2 вспомогательных окружностей к радиусам R_1 и R_2 начальных окружностей; при $r_1 = \frac{R_1}{2}$ гипоциклоиды, очерчивающие

¹⁾ Отсюда, между прочим, видно, что профиль зубца любого колеса вычерчивается при катании вспомогательных окружностей r_1 и r_2 по начальной окружности рассматриваемого колеса.

ножку колеса R_1 превращаются в радиальные (т. е. сходящиеся в центре) прямые ¹⁾, почему толщина зубца у основания оказывается меньше, чем по начальной окружности; при $r_1 > \frac{R_1}{2}$ это ослабление оказывается еще большим ²⁾. Поэтому обычно берут $r_1 < \frac{R_1}{2}$, принимая, примерно, $r_1 = 0,4 R_1$ и, аналогично, $r_2 = 0,4 R_2$.

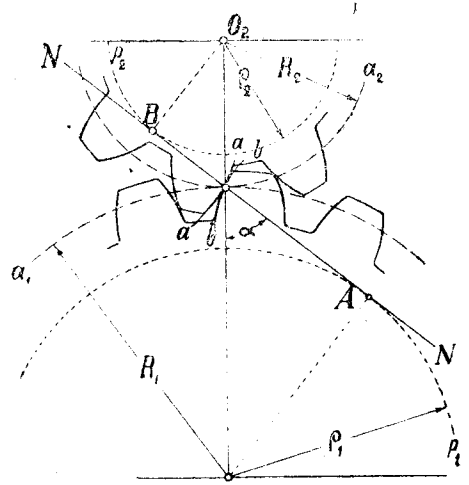
В. Эвольвентный профиль.

При эвольвентном зацеплении (колеса Эйлера) очертание профиля зубцов определяется следующим образом (черт. 163).

Через полюс P пары начальных окружностей R_1 и R_2 проводим (под углом α к линии центров O_1O_2) прямую NN , на которую опускаем из центров O_1 и O_2 перпендикуляры $O_1A = R_1 \sin \alpha = \rho_1$ и $O_2B = R_2 \sin \alpha = \rho_2$. Радиусами ρ_1 и ρ_2 описываем из центров O_1 и O_2 две вспомогательные окружности ρ_1 и ρ_2 , соответственно concentричные начальным окружностям R_1 и R_2 . Прямая NN будет, очевидно, общей касательной к вспомогательным окружностям ρ_1 и ρ_2 .

Пусть прямая NN катится (без скольжения) по первой вспомогательной окружности ρ_1 , которая при этом остается неподвижной ³⁾. Любая точка прямой NN , как известно, вычертит при этом движении в неподвижной плоскости развертку окружности ρ_1 или эвольвенту; в частности, траекторией движения этой точки m прямой NN , которая в начальный момент совпала с полюсом P , будет эвольвента bb . Плоское движение точки m , вычертившее эту эвольвенту, очевидно, можно рассматривать, как ряд последовательных мгновенных вращений около подвижного мгновенного центра, движущегося по вспомогательной окружности ρ_1 ⁴⁾. Вспомогательная окружность ρ_1 играет в этом движении роль неподвижной центроиды, прямая NN роль подвижной центроиды, а переменная точка их касания—роль подвижного мгновенного центра. Мгновенный радиус траектории точки, проходящий через переменное положение (на эвольвенте) точки m , всегда, по самому определению своему, нормален к эвольвенте и всегда проходит через движущийся по неподвижной вспомогательной окружности ρ_1 подвижный мгновенный центр, т. е. направление мгновенного радиуса всегда совпадает с самою прямою NN .

Пусть теперь та же прямая NN катится (без скольжения) по второй вспомогательной окружности ρ_2 , которая при этом остается неподвижной ⁵⁾. Любая точка прямой NN вычертит в этом случае в неподвижной плоскости развертку окружности ρ_2 , т. е. эвольвенту; в частности, траекторией рассмотренной выше точки m будет эвольвента aa . Совершенно аналогично предыдущему, мы придем к заключению, что в этом движении роль неподвижной центроиды играет вспомогательная окружность ρ_2 , роль подвижной центроиды прямая NN , и что направление мгновенного радиуса траектории точки m , т. е. направление нормали к эвольвенте, всегда совпадает с самою прямою NN .



Черт. 163.

¹⁾ Это легко показать, исследуя уравнение гипоциклоиды при $r_1 = \frac{R_1}{2}$.

²⁾ При $r_1 = R_1$ гипоциклоида, что также легко показать исследованием ее уравнения, обращается в точку, лежащую на начальной окружности; этот случай соответствует так называемому точечному зацеплению.

³⁾ При этом движении прямая NN , очевидно, не будет проходить через полюс P и перестанет касаться окружности ρ_2 .

⁴⁾ См. выше, Отд. II, глава II, теория центроид.

⁵⁾ При этом движении прямая NN перестанет, очевидно, касаться окружности ρ_1 .

Заставим теперь прямую NN одновременно катиться (без скольжения) и по первой вспомогательной окружности ρ_1 , и по второй вспомогательной окружности ρ_2 . Разумеется, что при неподвижных окружностях ρ_1 и ρ_2 и подвижной прямой NN осуществить это нельзя. Однако, тех же кинематических результатов можно достичь, сделав прямую NN (проходящую через неподвижный полюс под постоянным углом α к неподвижной линии центров) неизменной по направлению, а начальные окружности R_1 и R_2 заставив, вращаясь около своих центров, катиться друг по другу без скольжения. При этом обе вспомогательные окружности ρ_1 и ρ_2 (неизменно связанные с соответствующими им начальными окружностями R_1 и R_2) будут катиться (без скольжения) по неизменному направлению прямой NN . Таким образом, вместо одновременного катания прямой NN , по окружностям ρ_1 и ρ_2 мы осуществили одновременное катание окружностей ρ_1 и ρ_2 по прямой NN , что, очевидно, кинематически равноценно.

При этом одновременном катании окружностей ρ_1 и ρ_2 по прямой NN рассмотренная нами выше точка m этой прямой (могущая теперь, благодаря неизменности направления NN , двигаться лишь вдоль этого направления) будет вычерчивать одновременно две упомянутых выше эвольвенты: в плоскости колеса R_1 (т. е. ρ_1) точка эта будет вычерчивать эвольвенту hb , а в плоскости колеса R_2 (т. е. ρ_2) — эвольвенту aa ; эти кривые потеряли теперь свою неподвижность, так как оба колеса R_1 и R_2 стали вращаться; но обе эти кривые, как вычерченные движением одной и той же точки m , в своем движении постоянно соприкасаются друг с другом, причем переменной точкой соприкасания является, очевидно, переменное положение точки m .

Выше было показано, что направление нормали, проведенной к любой эвольвенте в точке m , совпадает с направлением прямой NN .

Так как точка m , согласно изложенному, является точкой соприкасания двух эвольвент, и прямая NN , по нашему построению, проходит через полюс P , то построенные нами эвольвенты aa и hb являются такими кривыми, которые при вращении пары зубчатых колес движутся друг относительно друга, постоянно взаимно касаясь друг друга (в переменной точке m), причем общая нормаль к этим кривым, проведенная через переменную точку касания их, всегда проходит через полюс P пары зацепления.

Отсюда, исходя из установленной выше теоремы Виллиса, следует прийти к заключению, что эвольвента hb (неизменно связанная с плоскостью колеса R_1) может служить очерчением профиля зубца колеса R_1 , а эвольвента aa (неизменно связанная с плоскостью колеса R_2) может служить очерчением профиля зубца колеса R_2 . Эти очерчения и применяются в эвольвентных колесах Эйлера.

Так как точка m , вычерчивающая обе эвольвенты, а следовательно, являющаяся точкой взаимного касания профилей соприкасающихся зубцов, движется, — как это установлено выше, — по производящей прямой NN , то кривая зацепления¹⁾ в эвольвентных колесах совпадает с производящей прямой; длина τ дуги зацепления измеряется, следовательно, участком производящей прямой NN , ограниченной пределами окружностей выступов обоих колес. Разумеется, что в колесах Эйлера, так же, как и в колесах Камуса, продолжительность зацепления τ (т. е. отношение τ дуги зацепления к шаг зацепления) для плавности хода должно быть больше единицы.

Угол α наклона производящей прямой NN к линии центров берется на практике от 66° до 85° ; наиболее употребительный угол $\alpha = 75^\circ$, при чем в этом случае $\rho = R \sin 75^\circ = 0,966R$; отсюда видно, что в колесах Эйлера вспомогательная окружность лишь немногим меньше соответствующей ей начальной окружности.

С. Обертывающий профиль.

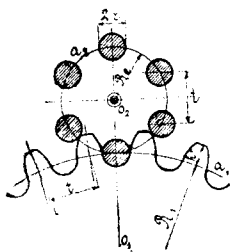
Мы можем дать профилю зубцов одного из колес любое очертание и задаться целью подыскать для профиля зубцов второго сцепляющегося с первым колеса такое очертание, чтобы для каждой пары соприкасающихся зубцов было удовлетворено требование теоремы Виллиса.

Это требование будет удовлетворено, если искомое очертание профиля зубца второго колеса будет сделано по кривой, обертывающей (огibaющей) ряд последовательных положений данного нам профиля зубца первого колеса. Существует целый ряд способов (способ Понселе, способ Рело и т. д.) для построения огibaющей данной подвижной прямой.

¹⁾ См. выше в описании способа образования циклоидального зацепления.

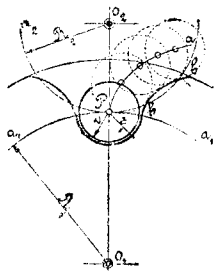
Покажем это построение, а также и докажем возможность принять огибающую профиля зубца одного колеса за профиль зубца другого колеса на следующем частном примере:

Рассмотрим случай так называемого цевочного зацепления, где ведомым колесом является цевочное колесо (черт. 164), т. е. колесо с круглыми цилиндрическими зубцами (цевками).



Черт. 164.

Пусть центр окружностей цевок лежит на начальной окружности R_2 цевочного колеса и в начальный момент совпадает с полюсом P пары зацепления. При вращении пары зацепления (черт. 165), т. е. при катании начальных окружностей R_1 и R_2 друг по другу, центр цевки вычертит (в плоскости колеса R_1) эпициклоиду, которая и будет геометрическим местом центров цевки при вращении колес. Нормаль к этой эпициклоиде, проведенная через переменное положение на ней центра цевки, очевидно, по самому построению этой кри-



Черт. 165.

вой, пройдет через положение мгновенного центра, т. е. через точку касания начальных окружностей ¹⁾. Возьмем на вычерченной нами эпициклоиде ряд последовательных и достаточно близко расположенных друг к другу положений центра цевки и построим около каждого из этих положений окружность цевки; кроме этого через каждое из этих положений центра проведем нормаль к вычерченной нами эпициклоиде и отметим для каждого положения окружности цевки точку пересечения нормали к эпициклоиде с этой окружностью. Проведя (черт. 165) через эти точки (хотя бы по лекалу) плавную кривую bb , касающуюся в каждой из этих точек соответствующего переменного положения окружности цевки, мы легко убедимся, что эта кривая, по самому построению своему, касаясь всех последовательных положений окружностей цевки, 1) будет оберткой в а о у щ е й (огибающей) этих положений и 2) будет сама эпициклоидой, так как нормали к ней, во всякой ее точке, совпадают с нормальными к вычерченной нами эпициклоиде центров ²⁾. А так как эти нормали, как было показано выше, при вращении пары колес всегда проходят через мгновенный центр относительно вращения начальных окружностей, т. е. через полюс P , то окружность цевки и построенная нами обертка различных ее положений вполне удовлетворяют теореме Виллиса, так как общая нормаль к этим кривым, проведенная через переменную их точку касания, всегда проходит через полюс P пары зацепления. В силу этого обертка bb может быть применена, как очертание профиля зубца зубчатого колеса R_1 , сцепляющего с цевочным колесом R_2 ; очертанием впадины зубчатого колеса (в которую должна входить цевка) служит обыкновенно полуокружность радиуса, несколько большего, чем радиус цевки. Разумеется, для возможности сцепления цевочного и зубчатого колеса необходимо, чтобы эти колеса имели один и тот же шаг зацепления.

Видоизменением цевочного зацепления является так называемое зацепление Гриссона. В нем цевки (для уменьшения изнашивания) представляют собою полые цилиндры (муфты), могущие свободно вращаться на неподвижных осях, укрепленных на цевочном колесе.

Зубчатое колесо в зацеплении Гриссона имеет лишь один сердцевидный зубец, входящий во впадину между цевками. Цевочное колесо является ведомым, а зубчатое — ведущим. Для плавности хода ведомое колесо в зацеплении Гриссона состоит, в сущ-

¹⁾ Если бы начальная окружность колеса R_1 была неподвижна, а начальная окружность колеса R_2 могла бы действительно катиться по ней, то точка касания их (мгновенный центр) двигалась бы по начальной окружности (по неподвижной центроиде), а эпициклоида, вычерчиваемая центром цевки в плоскости колеса R_1 , была бы неподвижна.

Однако, так как в действительности колесо R_1 вращается, т. е. обе начальные окружности R_1 и R_2 , осуществляя взаимное катание, вращаются около своих неподвижных центров, а точка касания их (мгновенный центр) сохраняет свое положение (отчего совершенно не меняется кинематический результат), то явление, сохраняя свою сущность, получает обратный вид: мгновенный центр сохраняет свое положение в неподвижном полюсе, а вычерченная в плоскости колеса R_1 центром цевки эпициклоида движется вместе с колесом R_1 .

²⁾ Обертка окружностей цевки по отношению к эпициклоиде центров ее будет эквидистантной, т. е. равноотстоящею кривою.

ности, из глухого соединения нескольких (двух или трех) цевочных колес указанного устройства (цевочных систем), наглухо насаженных на ведомый вал и составляющих между собою одно целое. В соответствии с этим ведущее колесо состоит из такого же числа наглухо соединенных друг с другом колес с одним сердцевидным зубцом (зубчатых систем), причем зубцы соседних систем сдвинуты друг относительно друга (на 180° при двух системах и на 120° при трех). Механизм Гриссона применяется, главным образом, там, где нужно значительно уменьшить скорость вращения (передаточное число n достигает значения 30), ввиду чего ведущему колесу (зубчатому) придается значительно меньший размер, чем ведомому (цевочному). Такой механизм, между прочим, применяется для передачи вращения от вала электродвигателя (с очень большим числом оборотов) к валу рабочего станка (с малым числом оборотов) или к рабочему валу подъемного механизма.

Д. Сравнение циклоидального и эвольвентного профиля зубчатой передачи.

При практическом изготовлении зубчатых колес (при помощи так называемого фрезерования) очертание профиля зубцов обычно делается рядом дуг окружностей, возможно близко подходящих к требуемым теорией циклоидам, эвольвентам и оберткам. Существует целый ряд приемов (способ Виллиса, способ Онвина, таблицы Гранта и т. п.), дающих возможность в пределах практической точности производить эти построения. Не останавливаясь на этих приемах, имеющих слишком специальный характер, сравним между собою два разобранных выше основных способа профилирования зубцов: по циклоидам и по эвольвентам ¹⁾.

В циклоидальных колесах, как это разобрано выше, профиль зубца каждого колеса определяется катанием по начальной окружности данного колеса обеих вспомогательных окружностей r_1 и r_2 (черт. 162); имея в виду, что радиус r_1 первой вспомогательной окружности зависит от радиуса R_1 , а радиус r_2 второй вспомогательной окружности зависит от радиуса R_2 , необходимо прийти к выводу, что очертание профиля зубца в циклоидальном колесе зависит как от размеров (R_1) самого данного колеса, так и от размеров (R_2) второго (парного), сцепляющегося с данным колеса. В эвольвентных колесах, как это следует из вышеизложенного, профиль зубца каждого колеса целиком определяется разверткой вспомогательной окружности (черт. 163), радиус которой зависит (при данном угле α) исключительно от размеров самого колеса; отсюда следует, что очертание профиля зубца в эвольвентном колесе зависит исключительно от размеров (R_1) самого данного колеса, и совершенно не зависит от размеров (R_2) второго (парного), сцепляющегося с данным, колеса. В этом заключается очень существенное преимущество эвольвентных колес перед циклоидальными.

Циклоидальное колесо может сцепляться только с парным ему, а эвольвентное колесо может сцепляться не только с парным, но и со всяким другим эвольвентным колесом (того же наклона α производящей и того же шага t) ²⁾.

Кроме этого основного преимущества, эвольвентные колеса обладают и целым рядом других, имеющих чисто практическое значение: профиль зубцов их более прост (в эвольвентных колесах профиль состоит из одной только кривой — развертки круга, а в циклоидальных колесах из двух кривых — эпициклоиды и гипоциклоиды), а потому эвольвентные колеса проще изготавливать, чем циклоидальные; зубец эвольвентного колеса более расширен книзу, чем зубец циклоидального колеса, так как гипоциклоиды, огра-

¹⁾ Способ профилирования по оберткам применяется к обычному зацеплению, главным образом, при ремонте колес, когда к данному колесу надо подобрать парное.

²⁾ Это качество эвольвентных колес дает возможность образовывать из них сменные серии колес.

ничающие профиль ножки зубца циклоидального колеса, обращены своими выпуклостями внутрь зубца, что, очевидно, уменьшает толщину ножки, а потому зубцы эвольвентных колес прочнее зубцов циклоидальных колес.

Основным недостатком эвольвентных колес, по сравнению с циклоидальными, является сравнительно большая их изнашиваемость, зависящая от большей истираемости. Действительно, в эвольвентных колесах развертки кругов, ограничивающие нажимающие друг на друга зубцы, соприкасаются выпуклостями, а в циклоидальных колесах выпуклость головки зубца (эпициклоида) при взаимном нажатии зубцов касается вогнутости ножки другого зубца (гипоциклоида); очевидно, что истирание в первом случае будет значительно больше и неравномернее, чем во втором. В силу этого, эвольвентные колеса заслуживают предпочтения в тех случаях, когда от зубцов требуется особая прочность, но где работа сравнительно кратковременна (большие усилия и удары в течение малого промежутка времени в так называемых силовых колесах): таковы, например, зубчатые колеса подъемных машин. Обратно, в тех случаях, когда главную роль играет истирание в течение продолжительной работы хотя бы и небольшими усилиями (небольшая нагрузка при длительной и непрерывной работе в так называемых рабочих колесах), с точки зрения изнашивания, заслуживают некоторого предпочтения циклоидальные колеса.

Во всяком случае следует признать, что в настоящее время эвольвентные зубчатые колеса получили значительно большее распространение, чем циклоидальные.

§ 36. Винтовая передача.

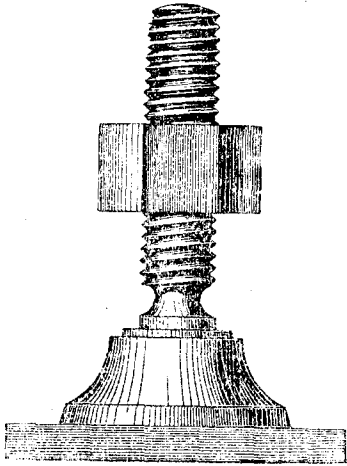
Элементы винтовой линии. — Направление, ход, шаг и угол подъема винтовой линии. — Винтовая нарезка. — Винты с треугольной, прямоугольной и криволинейной нарезкой. — Однооборотный и многооборотный винт — Винт и гайка. — Простейшие винтовые механизмы (винтовая пара с одним закрепленным элементом): микрометрический винт, винтовой подъем (домкрат), винтовой пресс, дрель. — Сложные винтовые механизмы (трехзвенная цепь, включающая винтовую пару): дифференциальный винт, вагонная стяжка, параллельные тиски. — Отношение линейных перемещений крайних элементов винтовой передачи.

Механизм винтовой передачи представляет собою определенную кинематическую цепь, в состав которой входит, по меньшей мере, одна винтовая пара. Элементами винтовой пары, являющейся, как об этом было упомянуто выше, низшей парой принужденного движения, служат винт и гайка (черт. 166). При ввинчивании винта в неподвижную гайку или при навинчивании гайки на неподвижный винт, любая точка подвижного элемента принудительно движется по винтовой линии, осуществляя таким образом винтовое движение, представляющее собою результат сложения 1) вращения около оси винтовой пары и 2) поступательного движения вдоль этой оси.

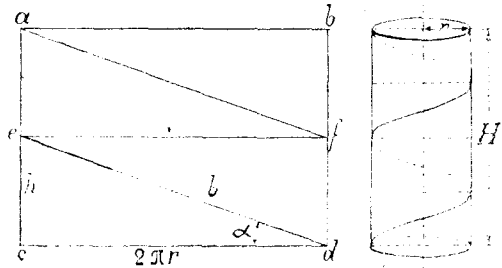
Винтовая линия представляет собою кривую двоякой кривизны, лежащую на боковой поверхности прямого кругового цилиндра. Для построения на боковой поверхности данного нам прямого кругового цилиндра радиуса r и высоты H (черт. 167) правильной винтовой линии развернем боковую поверхность цилиндра на плоскости; в результате разворачивания мы получим прямоугольник $abcd$ с основанием $cd = 2\pi r = \pi d$ (где d — диаметр цилиндра) и высотой $ac = H$. Разделив этот прямоугольник на несколько равных частей прямыми линиями, параллельными основанию и проведя параллельные друг другу диагонали ed , af и т. д., наведем опять этот прямоугольник на данный нам цилиндр: диагонали ed , af и т. д., последовательно навиваясь на цилиндр, и образуют собою правильную винтовую линию.

¹⁾ Динамические свойства винтовой передачи рассмотрены ниже в § 60.

Так как прямоугольник $abcd$ можно навить на цилиндр в двух различных направлениях (по часовой стрелке или против часовой стрелки, если смотреть по оси цилиндра), то различают два вида винтовых линий: если винтовая линия, ложась при наворачивании прямоугольника на цилиндр, удаляется от основания, постепенно поднимаясь вправо, то такая линия называется *правой винтовой линией*¹⁾; если же винтовая линия, постепенно удаляясь от основания, поднимается



Черт. 166.



Черт. 167.

влево, то мы имеем дело с *левой винтовой линией*. Обычно в машиностроении применяется *правая винтовая линия*, почему мы под понятием *винтовая линия* будем нормально подразумевать *правую винтовую линию*, если о направлении наворачивания не сделано особой оговорки.

Каждый из отрезков (диагоналей) $ed = af = l$ образует один ход винтовой линии; очевидно, что начало (d) и конец (e) каждого хода будут лежать на одной и той же производящей цилиндра, и конец (e) предыдущего хода будет совпадать с началом (f) следующего, причем каждый следующий ход будет служить плавным продолжением и тождественным повторением предыдущего.

Расстояние между началом и концом каждого хода, измеренное по производящей цилиндра, т. е. расстояния $se = ea = h$, называется *шагом винтовой линии*.

Угол α , образуемый диагоналями ed, af и т. д. с основанием прямоугольника, носит название *угла подъема винтовой линии*.

Между ходом l , шагом h и углом α подъема винтовой линии существуют следующие отношения, вытекающие из рассмотрения прямоугольного треугольника ecd (черт. 168):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\pi d} \text{ и } l \cos \alpha = \pi d.$$

Представим себе теперь (черт. 168) какую либо неизменяемую плоскую фигуру (например, треугольник), находящуюся в плоскости, проходящей через ось цилиндра (в диаметральной плоскости цилиндра) и движущуюся вдоль начертанной на цилиндре винтовой линии таким образом, что плоскость фигуры всегда касается одною и тою же точкою к винтовой линии. Образованное при этом тело (черт. 169) называется *винтом*, причем боковая поверхность получаемого таким образом винта носит название *винтовой нарезки*, а плоская фигура, образовавшая своим движением по винтовой линии нарезку, называется

¹⁾ Этот именно случай изображен на чертеже 168.

профилем винтовой нитки. Из установленной выше формулы $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\pi d}$ видно, что при постоянном шаге h тангенс угла подъема α обратно пропорционален диаметру d винтовой линии; отсюда следует, что наружные винтовые нарезки, соответствующие большему значению диаметра d , имеют меньший угол подъема, чем внутренние, соответствующие меньшему значению диаметра.



Черт. 168.

Каждому винту, как первому элементу винтовой пары, — соответствует второй элемент той же пары — определенная гайка, представляющая собою полый цилиндр с такой же нарезкой на внутренней боковой поверхности этого цилиндра. При вращении винта, винт ввинчивается в неподвижную гайку, и, наоборот, при вращении гайки, — гайка навинчивается на неподвижный винт.

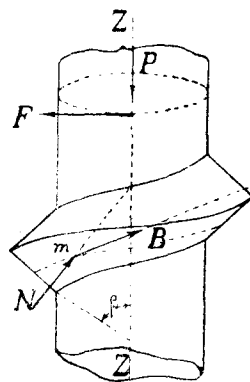
По форме профиля винтовой нитки различают винты следующих трех видов:

1. Винты с остроугольной нарезкой, где профилем винтовой нитки является треугольник (черт. 168) с основанием, параллельным оси винта. Из применяемых остроугольных нарезок наиболее часто применяются три типа нарезок: английская нарезка Витворта, американская нарезка Селлерса и нарезка (*S. J.*) международной системы, отличающиеся друг от друга видом тех треугольников, которые служат профилем винтовой нитки. Широкое распространение винтов и массовое применение их во всех отраслях машиностроения обуславливает необходимость строгой нормализации образцов при массовом их изготовлении, т. е. установления определенных типов нарезки и однообразных размеров диаметра (калибров) винтов: утерянный или испорченный винт должен быть везде без труда заменен другим тождественным винтом, соответствующим той же гайке. Винты с нарезками Витворта и Селлерса изготавливаются в калибрах, обозначаемых размерами наружного диаметра d нарезки, выраженных в английских дюймах; величина d колеблется от $\frac{1}{8}$ — 6".

Винты с нарезками международной системы изготавливаются в калибрах, обозначаемых размерами наружного диаметра d нарезки, выраженными в миллиметрах; величина d колеблется от 6—80 *mm*. Каждому калибру винта соответствует определенный шаг. В винтах с остроугольной нарезкой при их завинчивании и развинчивании развивается, как это будет показано ниже, весьма значительное трение; благодаря этому, такие винты сравнительно труднее завинчивать, но зато труднее и развинчивать. Поэтому винты с остроугольной нарезкой применяются, главным образом, как винты скрепляющие, т. е. винты неизменно соединяющие друг с другом различные части машины, представляя собою, таким образом, в сущности, не машину и даже не механизм, а нормализованную деталь машины, размеры которой должны быть рассчитаны на прочное сопротивление разрыву и срезыванию по правилам строительной механики ¹⁾.

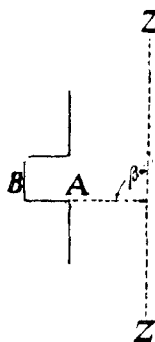
¹⁾ В нарезке Витворта профилем винтовой нитки служит равнобедренный треугольник с углом при вершине в 55° ; все острые углы в нарезке Витворта закруглены на расстоянии $\frac{1}{16}$ глубины t нарезки (высоты треугольника, образующего профиль) от вершины угла.

В нарезке Селлерса профилем нитки является равносторонний треугольник



Черт. 169.

2. Винты с прямоугольной нарезкой, где профилем винтовой нитки является прямоугольник (черт. 170) с основанием, параллельным оси винта. Такие винты, ввинчиваясь в гайку, вызывают, как это будет показано ниже, значительно меньшее трение, чем винты с остроугольной нарезкой. Поэтому винты с прямоугольной нарезкой применяются исключительно как передаточные винты, где конструкция имеет целью преодоление при помощи возможно меньшей движущей силы возможно большего полезного сопротивления (напр., в подъемных винтах, домкратах, прессах и т. п.), т. е., где трение является вредным сопротивлением. Таким образом, в противоположность скрепляющему винту, являющемуся деталью машины, передаточный винт является сам машиной.



Черт. 170.

3. Винты с нарезкой, образованной движением кривой линейной образующей. Таковы, например, гребные винты, применяемые в судостроении: в этой области применяются винты с образующей в виде дуги окружности (гребной винт для миноносцев) или в виде дуги Архимедовой спирали (гребной винт Гирша).

Профиль винтовой нитки, совершив полный оборот около оси винта, придет, очевидно, в первоначальную свою плоскость и займет в ней новое положение (выше первоначального, если мы имеем дело с вертикально установленным винтом с головкой вверх), отстоящее от первоначального на величину h , равную шагу винта.

Пусть шаг h будет в n раз больше, чем высота e профиля, измеряемая по основанию профиля параллельно оси (т. е. чем так называемая толщина нитки); в этом случае, в промежутке между двумя последовательными (в начале и в конце каждого хода) положениями образующего профиля можно уложить (по производящей цилиндра) $n-1$ таких же профилей, и каждый из них, совершая винтовое движение, тождественное движению первого профиля, даст новую винтовую нитку. Винтовая нарезка, образованная движением одного профиля, образует винт с одной ниткой или однооборотный винт; винтовая нарезка, образованная движением i тождественных профилей, образует винт с i нитками или многооборотный винт¹⁾.

Простейший винтовой механизм мы получим прямо из винтовой пары путем непосредственного закрепления одного из ее элементов, сделав, например, неподвижной гайку. Очевидно, что при полном обороте винта последний войдет в неподвижную гайку (или выйдет из нее) на величину шага h ; если винт повернется не на полный оборот 2π , а на угол β , то винт войдет в гайку (или выйдет из нее) на некоторую другую величину q ; это продвижение q , благодаря постоянству угла подъема α правильной винтовой линии,

(т. е. треугольник с углом при вершине в 60°); все острые углы в нарезке Селлерса плоско срезаны на расстоянии $\frac{1}{8}$ глубины t нарезки от вершины угла.

В метрической международной нарезке (нарезка S. J.), принятой в 1898 г. на Съезде в Цюрихе германскими, швейцарскими, французскими и бельгийскими инженерами, профилем нитки служит также равнобедренный треугольник с тем только отличием, что наружные острые углы плоско срезаны на расстоянии $\frac{1}{8}$ глубины t нарезки, а внутренние—закруглены на расстоянии $\frac{1}{16}$ глубины t нарезки от вершины угла.

Наконец, для небольших винтов тонких механических приборов применяется иногда специальная метрическая нарезка, в которой глубина t нарезки равна шагу h винта, и профилем винтовой нитки которой является равнобедренный треугольник с основанием и высотой h (что соответствует углу при вершине в $53^\circ 8'$).

¹⁾ Толщина e нитки зависит от передаваемого по оси винта усилия и определяется по условиям прочности по правилам строительной механики.

будет во столько же раз меньше шага h , во сколько раз угол δ меньше полного оборота 2π , т. е. продвижение $q = h \cdot \frac{\delta}{2\pi}$.

Имея при этом в виду, что $h = \pi d \operatorname{tg} \alpha$ ¹⁾, получим:

$$q = \frac{\delta}{2} d \operatorname{tg} \alpha.$$

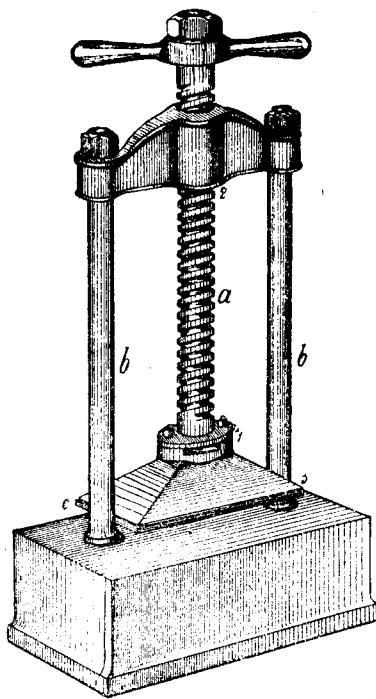
Эта формула показывает, что, повернув винт на угол δ , мы заставим его (завинчиваясь в гайку или вывинчиваясь из нее) продвинуться вдоль своей оси на величину $q = \frac{\delta}{2} d \operatorname{tg} \alpha$.

Установленная этой формулой зависимость продвижения винта (q) от угла его поворота (δ) даст основания к устройству так называемого микрометрического винта, служащего для точного измерения весьма малых движений в точных установках. Головка такого винта (сделанная в виде сравнительно увеличенного диска) разделена особыми делениями на равные части; поворачивая головку и пользуясь для отчета числа делений, соответствующих сделанному углу поворота δ , нониусом, можно измерять продвижения q микрометрического винта с точностью до 0,001 мм.; степень точности, разумеется, тем больше, чем больше нанесено делений на диске винта и чем меньше шаг, т. е. угол подъема винта.

Простейший винтовой механизм (S) находит свое применение, между прочим, в винтовых подъемах (домкратах) и в винтовых прессах (черт. 171); в первом случае продвижением вверх вертикально установленного передаточного винта пользуются для поднятия груза, поддерживаемого этим винтом, а во втором продвижение передаточного винта вдоль его оси используется для сжатия подлежащего прессованию материала.

Линейное перемещение s точки приложения движущей силы (в данном случае завинчивающего усилия, тангенциально действующего на винт по окружности диаметра d) при повороте винта на полный оборот будет, очевидно, дуга окружности, равная πd ; линейное перемещение q точки приложения полезного сопротивления (в данном случае внешней силы, действующей по оси винта), т. е. продвижение винта вдоль его оси будет, очевидно, равно шагу $h = \pi d \operatorname{tg} \alpha$. Поэтому отношение m линейных перемещений точек приложения движущей силы и силы полезного сопротивления для винтового подъема или винтового пресса (простого винтового механизма) будет равно:

$$m = \frac{s}{q} = \frac{\pi d}{\pi d \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$



Черт. 171.

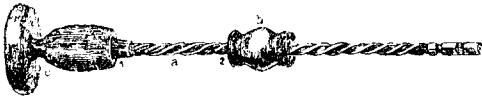
¹⁾ В этом выражении d представляет собою средний диаметр нарезки, а угол α — угол подъема, отвечающий этому среднему диаметру.

²⁾ При выводе этой формулы точка приложения движущей силы (завинчивающего тангенциального усилия) взята на окружности диаметра d , т. е. предположено, что зави-

Если $\operatorname{tg} \alpha > 1$, т. е. если $\alpha > 45^\circ$, то $m < 1$, а значит $s < q$, и механизм, как это установлено выше, может служить мультипликатором скорости: продвижение винта вдоль его оси будет в этом случае быстрее, чем вращение лежащей на его боковой поверхности точки. Этот выигрыш в скорости будет, как известно, куплен ценою потери в силе: движущая сила, заворачивающая винт (тангенциальное вращающее усилие) должна быть много больше, чем сила полезного сопротивления поступательному продвижению винта (осевое давление). Обратно, чтобы выиграть в силе, необходимо, как известно, проиграть в скорости, что и будет, очевидно, иметь место при $s > q$, т. е. при $m > 1$; последнее условие, как это показывает формула $m = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$, осуществляется при $\operatorname{tg} \alpha < 1$.

Таким образом, при $\operatorname{tg} \alpha > 1$ рассматриваемый механизм является мультипликатором скорости, а при $\operatorname{tg} \alpha < 1$ может служить мультипликатором силы. Так как и винтовой подъем и винтовой пресс именно эту последнюю цель и преследует (медленное преодоление больших сопротивлений сравнительно малыми силами), то в обоих этих механизмах угол α должен быть во всяком случае теоретически меньше 45° , а практически (по соображениям возможного уменьшения движущей силы) обычно не превышает нескольких градусов.

В винтовом подъеме и винтовом прессе движущей силой являлось тангенциальное вращающее усилие, а полезным сопротивлением—давление по оси винта, мешающее винту продвигаться вдоль оси; можно, однако, представить такой винтовой механизм, в котором, наоборот движущей силой является давление по оси, а полезным сопротивлением—тангенциальное усилие, мешающее винту вращаться. Таков, например, винтовой механизм ручного сверлильного инструмента — дрели (черт. 172). Двигая муфту вертикальной дрели (т. е.



Черт. 172.

подвижную гайку) вниз и вверх, мы заставим винт дрели вращаться; в этом случае линейные перемещения s и q переменяются ролями: $s = \pi d$ будет линейное перемещение точки приложения полезного сопротивления, а $q = d \operatorname{tg} \alpha$ — линейное перемещение точки приложе-

ния движущей силы. Поэтому отношение линейных перемещений точек приложения движущей силы и полезного сопротивления для такого винтового механизма, как дрель (обращенного простого винтового механизма), будет

$$m = \frac{q}{s} = \operatorname{tg} \alpha,$$

а потому при $\operatorname{tg} \alpha < 1$, т. е. при $\alpha < 45^\circ$, отношение $m < 1$, а значит $q < s$, т. е. рассматриваемый механизм будет служить мультипликатором скорости, а, следовательно, при $\operatorname{tg} \alpha > 1$, т. е. при $\alpha > 45^\circ$, дрель будет служить мультипликатором силы.

Так как дрель эту последнюю цель и преследует (преодоление большого сопротивления при вращении во время сверления сравнительно небольшой

двигающее усилие действует непосредственно на тело винта. Обычно, с целью уменьшения величины этой силы и удобства работы, эту силу заставляют действовать на рукоятку, наглухо насаженную на винт, т. е. тангенциально прилагают к окружности диаметра $D > d$, а потому и линейное перемещение s точки приложения движущей силы, а, следовательно, и коэффициент m , будет в этом случае в $\frac{D}{d}$ раз больше, чем в выведенной формуле.

силой,двигающей муфту вниз), то в дрели угол α должен быть во всяком случае больше 45° .

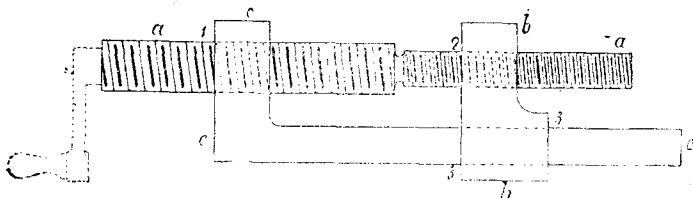
Перейдем теперь от простейших винтовых приборов, представляющих собою, как мы видели, в сущности, не что иное, как простую винтовую пару с закреплением одного из двух ее элементов к более сложным винтовым механизмам, состоящим из цепей, имеющих в себе, кроме одной винтовой пары, еще и другие низшие (винтовые, поступательные и вращательные) пары.

Из этих цепей практическое значение имеют следующие две цепи:

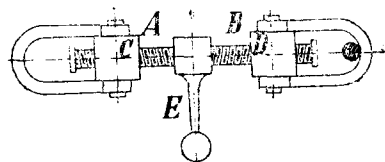
I. Цепь, составленная из двух винтовых и одной поступательной пары ($S_2 P$).

Если обе нарезки одинакового направления (например, обе правые), то при разных ходах h_1 и h_2 получается механизм дифференциального винта (черт. 173), при помощи которого можно осуществлять весьма малые линейные перемещения, и который весьма часто применяется при строгих установках в точных физических и астрономических инструментах (дифференциальный винт Прони). При полном обороте винта, последний продвинется (вправо) в неподвижной гайке (станции) на величину h_1 и в то же время заставит подвижную гайку (муфту) продвинуться по винту в обратную сторону (влево) на величину h_2 . Если $h_1 > h_2$, то в конечном результате муфта продвинется на станции (вправо) на величину разности ходов ($h_1 - h_2$). Если взять в обеих винтовых парах нарезки очень близких ходов, то величина ($h_1 - h_2$), соответствующая одному обороту винта, будет весьма мала; придав дифференциальному винту микрометричное устройство, т. е. разделив головку его и окружности на равные части, мы сможем, поворачивая головку на малое число делений, вполне точно осуществлять чрезвычайно малые продвижения на расстояние, составляющее весьма малую часть разности ходов ($h_1 - h_2$). Отношение m линейных перемещений крайних элементов механизма для дифференциального винта, очевидно, равно

$$m = \frac{s}{q} = \frac{\pi d}{\pi d(\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2)} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2} \quad 1).$$



Черт. 173.



Черт. 174.

Если обе нарезки разного направления (одна правая и другая левая), то получается механизм винта для быстрого продвижения, имеющий применение, например, в механизме вагонной стяжки, применяемой для сцепки вагонов (черт. 174). При полном обороте винта, последний ввинтится в одну гайку C на величину h_1 и, в то же время, в другую гайку D на величину h_2 , чем и заставит их сблизиться (принудив подвижную гайку приблизиться к неподвижной) сразу на величину ($h_1 + h_2$), т. е. на величину суммы ходов.

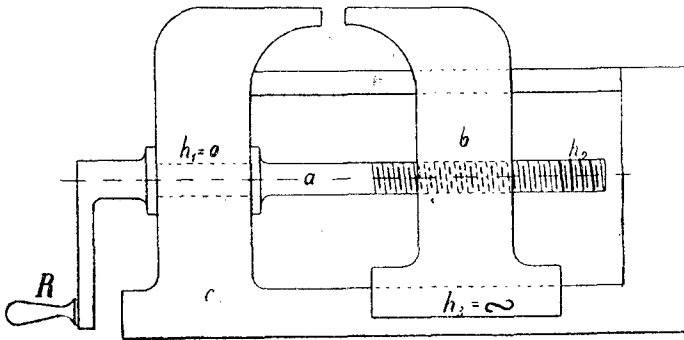
1) При наличии рукоятки, длиной $\frac{D}{2}$, коэффициент m увеличивается в отношении $\frac{D}{d}$.

Отношение m линейных перемещений крайних элементов механизма в этом случае, очевидно, равно:

$$m = \frac{s}{q} = \frac{\pi d}{\pi d (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2} \quad ^1).$$

II. Цепь, составленная из одной винтовой, одной вращательной и одной поступательной пар (SCP).

Цепь эта осуществляется в механизме обыкновенных слесарных тисков параллельные тиски, черт. 175), в которых при полном обороте винта подвижная



Черт. 175.

губа тисков приближается к неподвижной щеке тисков на величину хода h . Отношение m линейных перемещений крайних элементов механизма в этом случае, очевидно, равно отношению m для простого винта, т. е.

$$m = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad ^2).$$

§ 37. Червячная передача.

Бесконечный винт.—Зубчатое винтовое колесо.—Шаг винта, шаг колеса и число оборотов червяка.—Передачное число червячной передачи.—Червяк и зубчатая рейка.

В состав так называемой червячной передачи входит пара зацепления (черт. 176), состоящая из бесконечного винта (обычно с трапециoidalной нарезкой) и зубчатого колеса с соответствующими нарезке винта винтовыми зубцами. Бесконечный винт носит название червяка, а соответствующее ему зубчатое колесо—червячного колеса. Оси червяка и червячного колеса, вообще говоря, не пересекаются: таким образом, червячная передача является одним из видов передачи вращения между непересекаю-

¹⁾ При наличии рукоятки, длиною $\frac{D}{2}$, коэффициент m увеличивается в отношении $\frac{D}{d}$.

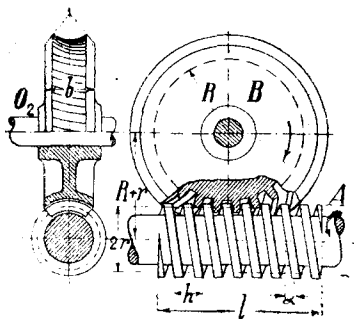
²⁾ Динамическое действие винтовых механизмов рассмотрено ниже в § 60.

щимися валами: на черт. 176 изображен наиболее часто встречающийся случай, когда угол между непересекающимися осями равен прямому.

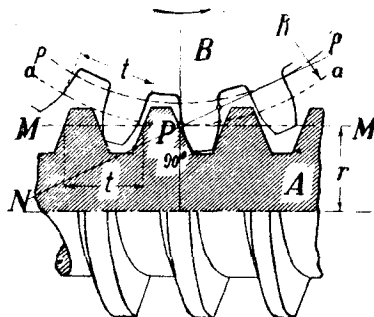
Пересекая червяк и червячное колесо срединной плоскостью зубчатого колеса, проходящей, очевидно, через ось червяка, мы получим в сечении профиль червячной передачи (черт. 177). Профиль бесконечного винта будет тождественен с профилем бесконечной зубчатой рейки, а вращение винта будет равносильно продвижению этой рейки вдоль оси винта. Таким образом, становится понятным, что при вращении червяка ¹⁾ зубцы его, постепенно надавливая на зубцы колеса, заставляют последнее вращаться около своей оси.

В червячной передаче бесконечный винт всегда является ведущим элементом, а зубчатое колесо—ведомым.

С кинематической точки зрения червячная передача является трехзвенной замкнутой определенной цепью с тремя кинематическими парами: высшая пара зацепления (червяк и червячное колесо) и две низших пары вращения (ось червяка—подшипники и ось червячного колеса—подшипники) с тремя звеньями: червяк, червячное колесо и станина (подшипники).



Черт. 176.



Черт. 177.

Если червяк представляет собою однооборотный винт, то, при одном полном обороте винта, зубчатая рейка, изображающая собою профиль червяка, сдвигаясь по оси винта на величину шага винта передвинется на один зубец; это продвижения профиля винта заставит зубчатое колесо повернуться, в свою очередь, также на один зубец. Очевидно, что для возможности сцепления винта и колеса, шаг винта h должен быть в этом случае равен шагу колеса t , иначе зубец винта не войдет во впадину колеса и обратно.

Если червяк представляет собою многооборотный винт с i нитками, то при полном обороте винта, зубчатая рейка, сдвигаясь на величину шага винта h , передвинется на i зубцов, что повлечет за собою поворот колеса также на i зубцов. В этом случае для возможности сцепления шаг колеса t должен быть, очевидно, в i раз меньше шага винта h . Таким образом имеем:

$$\text{для однооборотного винта} \dots \dots \dots t = \frac{h}{1},$$

$$\text{для многооборотного винта с } i \text{ нитками} \dots \dots \dots t = \frac{h}{i}.$$

¹⁾ Цапфы вала, на котором нарезан бесконечный винт, свободно вращаются в своих подшипниках, допуская вращение червяка, но не позволяя его продвижения вдоль оси вала.

Перейдем теперь к определению передаточного числа n червячной передачи, равного, как известно,

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2},$$

где n_1 и n_2 представляют собою числа оборотов (в минуту) червяка (ведущего вала) и червячного колеса (ведомого вала). Обозначив через r и R радиусы начальных окружностей червяка и червячного колеса, имеем:

При одном обороте червяка, профиль его передвинется по оси винта на величину шага винта $h = 2rtg\alpha$, где α есть угол подъема нарезки червяка; так как в секунду червяк делает $\frac{n_1}{60}$ оборотов, то линейная скорость v_1 продвижения профиля червяка вдоль оси винта (т. е. продвижение в секунду) будет равно

$$v_1 = h \cdot \frac{n_1}{60} = \frac{\pi r n_1}{30} tg\alpha.$$

При одном обороте зубчатого колеса, точка, лежащая на начальной окружности колеса, пройдет путь, равный полной длине окружности $q = 2\pi R$; так как в секунду зубчатое колесо делает $\frac{n_2}{60}$ оборотов, то линейная (вращательная) скорость v_2 точки колеса, лежащей на его окружности (т. е. длина дуги окружности, проходимой этой точкой в секунду), будет равна

$$v_2 = q \cdot \frac{n_2}{60} = \frac{\pi R n_2}{30}.$$

Так как при правильном зацеплении начальная окружность зубчатого колеса катится без скольжения по начальной прямой зубчатой рейки (профиля винта), то линейная скорость v_1 продвижения профиля червяка равна линейной (вращательной) скорости v_2 точки, лежащей на начальной окружности зубчатого колеса.

Из полученного таким образом равенства

$$v_1 = v_2,$$

т. е.

$$\frac{\pi r n_1}{30} tg\alpha = \frac{\pi R n_2}{30},$$

имеем:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{R}{rtg\alpha},$$

т. е.

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R}{rtg\alpha}.$$

Имея в виду, что α обычно берут $\leq 15^\circ$, т. е. что $tg\alpha$ всегда меньше единицы, и что R всегда больше, чем r , передаточное число червячной передачи (при передаче от червяка к колесу) всегда значительно больше единицы, т. е. угловая скорость ведущего вала (червяка) значительно больше угловой скорости ведомого вала (колеса); таким образом, червячная передача большей частью служит, как замедляющая передача, и часто, например, применяется, как передача от электромоторов и турбин с большим числом оборотов к станкам с значительно меньшим числом оборотов. Червяк обычно делается стальным,

а зубчатое колесо бронзовым. Значение передаточного числа n колеблется от 5 даже до 200.

Мы можем придать полученному нами выражению $n = \frac{R}{rtga}$ и другой, более удобный для практического применения, вид:

Обозначаем через z число зубцов зубчатого колеса и имея в виду очевидное равенство $zt = 2\pi R$, получим: $R = \frac{zt}{2\pi}$. С другой стороны, принимая во внимание установленное выше равенство $t = \frac{h}{i}$, имеем: $it = h = 2\pi rtga$, откуда $rtga = \frac{it}{2\pi}$.

Отсюда легко получаем:

$$m = \frac{R}{rtga} = \frac{\frac{zt}{2\pi}}{\frac{it}{2\pi}} = \frac{z}{i},$$

т. е., что передаточное число n червячной передачи равно отношению числа зубцов зубчатого колеса к числу ниток оборота червяка. Число зубцов z колеса берется (для плавности хода) не менее 36 (иногда много больше), а число ниток винта—чаще всего 1—2, но во всяком случае не больше 5.

Если мы будем увеличивать радиус R зубчатого винтового колеса, то в пределе начальная окружность превратится в прямую, и зубчатое винтовое колесо—в зубчатую рейку с косыми зубцами. Эта замена приведет нас к механизму червяка, сцепляющегося с зубчатой рейкой; такая система применяется иногда в строгальных станках ¹⁾.

§ 38. Кулачная передача.

Поступательно движущиеся кулаки, вращающиеся кулаки (эксцентрики).—Круговой эксцентрик в колеблющейся рамке.—Фигуры равной ширины.—Сердцевидный (кордиональный) эксцентрик.—Равносторонний дуговой треугольный эксцентрик (эксцентрик Вольфа).—Качающиеся кулаки.—Клапанный механизм Лепца.

Для выяснения общего принципа действия кулачной передачи рассмотрим сначала следующий простейший пример:

Пусть мы имеем прямоугольный клин, лежащий на горизонтальной плоскости; поперечным сечением (профилем) этого клина будет прямоугольный треугольник, лежащий одним из своих катетов на горизонтальной линии. Положим, что данный нам клин может прямолинейно скользить (в особых горизонтальных направляющих) по горизонтальной плоскости; тогда прямоугольный треугольник, представляющий его профиль, будет скользить одним из своих катетов по горизонтальной линии. Допустим теперь, что на наклонную плоскость данного клина постоянно опирается своим нижним концом (острием или роликом) некоторый вертикальный стержень, могущий, благодаря присутствию особых вертикальных направляющих, подниматься или спускаться, т. е. дви-

¹⁾ Червячная передача (бесконечный винт и зубчатое винтовое колесо) была известна еще в очень давнее время; изобретение ее приписывают александрийскому математику Паппусу, жившему в IV веке по Р. Х.

гаться в вертикальном направлении, но не имеющий возможности двигаться в горизонтальном направлении. Пусть, кроме того, взаимное соприкосновение горизонтально движущего клина и могущего вертикально двигаться стержня обеспечено какою-либо постоянно действующею силою, например, силою тяжести стержня.

Очевидно, что при горизонтальном продвижении клина (ведущего элемента) вправо или влево стержень (ведомый элемент), опирающийся на наклонную плоскость этого клина (в профиле на гипотенузу прямоугольного треугольника) будет двигаться вверх или вниз: наклонная плоскость клина, при движении своем в одну сторону, будет выпирать стержень вверх, а при движении наклонной плоскости клина в другую сторону стержень, прижимаемый к наклонной плоскости своим концом благодаря силе тяжести, будет опускаться. Ясно при этом, что отношение $\frac{s}{q}$ линейных перемещений клина и стержня будет

постоянно и равно $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$, где α есть угол заострения клина: действительно, когда клин переместится в горизонтальном направлении на величину горизонтального катета s , стержень переместится в вертикальном направлении на величину вертикального катета q прямоугольного треугольника, служащего профилем данному клину, причем отношение катетов $\frac{s}{q}$, очевидно, равно $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Таким образом, при помощи данного механизма мы сможем преобразовать горизонтальное прямолинейное движение клина в вертикальное прямолинейное движение стержня и притом сохранить за этим движением равномерность, так как постоянство отношения $\frac{s}{q}$ показывает, что при равномерности движения ведущего тела ведомое тело будет двигаться также равномерно.

Если мы возьмем теперь за профиль горизонтально движущегося ведущего тела не прямоугольный треугольник, а какую-либо другую фигуру, например, если мы заменим прямолинейную гипотенузу прямоугольного треугольника клина какою-либо кривою линией (выпуклой или вогнутой относительно треугольника), то принцип действия механизма останется, очевидно, тот же, но характер вертикального движения стержня изменится и будет всецело зависеть от вида этой кривой. Отношение $\frac{s}{q}$ линейных перемещений горизонтально движущегося ведущего тела и вертикально движущегося ведомого тела (стержня) будет переменным, и закон изменения этого отношения будет очевидно зависеть от закона образования кривой, заменившей прежнюю прямолинейную гипотенузу. Таким образом, при помощи механизмов такого рода мы сможем преобразовывать равномерное горизонтальное прямолинейное движение ведущего тела в неравномерное вертикальное прямолинейное движение стержня.

Ведущее тело, определяющее своей формой (очертанием своего профиля) характер движения ведомого тела, носит название кулака, а весь механизм относится к классу кулачной передачи. Непременной составной частью такой передачи является пара принужденного скольжения между ведущим кулаком и ведомым стержнем.

В рассмотренных выше примерах ведущее тело двигалось прямолинейно; однако, бывают случаи (и это встречается в кулачной передаче наиболее часто), что ведущее тело вращается или колеблется. Поэтому мы будем различать в кулачной передаче три случая:

- 1) передача вращающимися кулаками (эксцентриками),

- 2) передача качающимися кулаками и
- 3) передача поступательно двигающимися кулаками.

Простейшим типом механизма с вращающимся кулаком является механизм кругового эксцентрика в колеблющейся рамке (черт. 178). На ведущем валу (с центром O) эксцентрично и наглухо насажен круглый эксцентрик (с центром C), радиуса R ; при вращении вала кулак (эксцентрик), периодически опускаясь и поднимаясь, будет увлекать в своем движении рамку (кулису, ширина прореза которой точно равна диаметру кулака), принужденную при этом периодически двигаться вверх и вниз благодаря особым направляющим параллелям или муфтам. Механизм этот, очевидно, представляет собою трехзвенную замкнутую определенную цепь, составленную из трех кинематических пар: пары принужденного скольжения (эксцентрик и рамка), пары вращения (ведущий вал и подшипник) и пары поступательного движения (рамка и направляющие параллели) и трех звеньев: вал с эксцентриком, рамка и станина (подшипники и направляющие параллели).

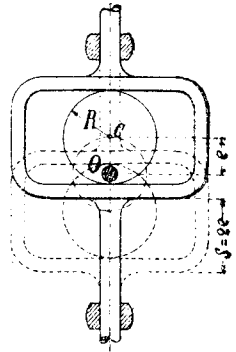
Расстояние e между центрами O и C ведущего вала и насаженного на него эксцентрика называется, как известно, эксцентриситетом данного эксцентрика; так как центр C эксцентрика вращается около центра O вала, то наивысшее положение эксцентрика (а, следовательно, и наивысшее положение колеблющейся рамки) отстоит от наинизшего положения его (а, следовательно, и рамки) на величину $2e$; эта величина и составляет полную амплитуду колебаний рамки рассматриваемого механизма.

Очевидно, что при равномерном вращении вала (т. е. при равномерном вращении центра эксцентрика C около центра вала O) поступательное движение вверх и вниз колеблющейся рамки не будет равномерно. Пусть центр эксцентрика C , выйдя из своего наивысшего положения, прошел при своем вращении около центра вала O дугу $e\varphi$, соответствующую центральному углу φ ; вертикальное перемещение (опускание) q центра эксцентрика C при этом повороте (а, значит, вертикальное опускание q рамки) будет равно проекции этой дуги $e\varphi$ на вертикальный диаметр, т. е. $q = e(1 - \cos\varphi)$. Следовательно, скорость V_b вертикального передвижения рамки будет равна:

$$V_b = \frac{dq}{dt} = e \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} = e\omega \sin\varphi,$$

так как $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ — угловой скорости вращения ведущего вала; отсюда заключаем, что при равномерном вращении ведущего вала ($\omega = \text{const.}$) скорость V_b вертикального перемещения рамки периодически меняется в течение каждого оборота вала по закону синусов.

В силу этого рассмотренный механизм носит название синусоидального эксцентрика. Движение рамки является в данном случае так называемым гармоническим колебательным движением. Существенным достоинством этого механизма является полная плавность его хода, т. е. отсутствие каких-либо толчков и ударов при перемене направления хода в наивысшем и наинизшем положении рамки; удар, как известно, мог бы явиться следствием внезапного изменения ускорения w колеблющейся рамки, а ускорения



Черт. 178.

рамки в рассматриваемом случае изменяются так же плавно, как и скорость: действительно, из равенства

$$V_b = c\omega \sin \varphi$$

имеем:

$$W_b = \frac{dV_b}{dt} = c\omega \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} = c\omega^2 e \cos \varphi,$$

откуда мы видим, что при равномерном вращении ведущего вала ($\omega = \text{const.}$), ускорение W вертикального перемещения рамки периодически меняется в течение каждого оборота вала по закону косинусов, тождественному с законом синусов, т. е., что ускорение меняется так же плавно, как и скорость, а, значит, в рассматриваемом механизме при движении его частей отсутствуют удары и толчки.

Синусоидальный эксцентрик применяется иногда в механизме пресса.

Вместо кругового эксцентрика мы можем поместить в колеблющейся рамке вращающийся кулак в виде эксцентрика какой-либо другой формы: однако, профиль всякого такого эксцентрика, для обеспечения непрерывного соприкосновения кулака с рамкой, не может быть произвольным: он должен быть подчинен очевидному условию, чтобы расстояние между любыми параллельными друг другу касательными к профилю в точности равнялось ширине прореза рамки: если расстояние это будет больше ширины прореза рамки, эксцентрик, очевидно, не будет в состоянии беспрепятственно вращаться; если расстояние это будет меньше ширины прореза рамки, — эксцентрик потеряет точку соприкосновения с одной из сторон прореза рамки. Фигуры такой формы могут быть названы фигурами равной ширины и, согласно сказанному, могут служить вращающимися колебателями рамок.

Такому условию удовлетворяет, например, сердцевидный (кордиоидальный) эксцентрик, составленный из двух равных, но обратно расположенных дуг Архимедовой спирали, с центром вращения в общем центре этих спиралей. Нетрудно доказать, что форма этого эксцентрика такова, что всякий диаметр его есть величина постоянная. Действительно, взяв начало полярных координат ρ и φ в центре вращения и заметив, что уравнение Архимедовой спирали в этих координатах имеет вид

$$\rho = a + b \varphi,$$

где ρ есть переменный радиус-вектор, а φ переменный аргумент точки спирали, мы получим длину диаметра d сердцевидного эксцентрика как сумму ($\rho_1 + \rho_2$) двух лежащих на одной прямой радиусов-векторов обеих дуг, ограничивающих эксцентрик; для того, чтобы сумма этих радиусов равнялась диаметру, оба эти радиуса ρ_1 и ρ_2 должны служить продолжением друг друга, что, очевидно, будет тогда, когда аргументы их φ_1 и φ_2 будут отличаться друг от друга на 180° , т. е. на угол π . Таким образом, имеем:

$$\varphi_2 = \pi - \varphi_1,$$

$$d = \rho_1 + \rho_2 = (a + b \varphi_1) + (a + b \varphi_2) = 2a + b(\varphi_1 + \varphi_2) = 2a + b(\varphi_1 + \pi - \varphi_1) = 2a + b\pi = \text{const.}$$

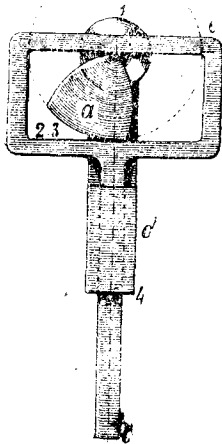
Поэтому сердцевидный эксцентрик, как фигура равной широты ($d = \text{const.}$), может служить вращающимся кулаком, заключенным в колеблющейся рамке, ширина прореза которой в точности равна диаметру d эксцентрика.

Вместо того, чтобы помещать вращающийся кулак в колеблющуюся рамку, можно заставить колебаться непосредственно стержень, направляемый в своем движении особыми параллелями и опирающийся своим острием (или роликом) прямо на вращающийся эксцентрик.

Посмотрим, как будет колебаться вертикально движущийся стержень, опирающийся на сердцевидный эксцентрик; пусть вертикальная линия движения стержня проходит через центр вращения эксцентрика. Положим, что в начальный момент расстояние острия (или центра ролика) стержня от центра вращения (т. е. значение радиуса-вектора той точки эксцентрика, на которую опирается острие стержня) равнялось ρ_1 , а в конечной — ρ_2 . Путь q , пройденный за это время вертикально движущимся стержнем, равняется разности $(\rho_2 - \rho_1)$ соответствующих значений радиусов-векторов, и закон изменения этого пути (т. е. закон вертикального движения стержня), очевидно, тождественен с законом изменения радиуса-вектора ρ Архимедовой спирали. Так как радиус-вектор ρ в Архимедовой спирали изменяется по закону $\rho = a + b\varphi$, то и путь q острия стержня в сердцевидном эксцентрике изменяется по закону $q = a + bt$, т. е. движение стержня оказывается равномерным движением со скоростью b .

Таким образом, в сердцевидном эксцентрике и при равномерном вращении вала колебательное движение стержня или рамки будет тоже равномерным. Однако, внезапный переход от равномерного движения в одну сторону к равномерному движению в другую сторону сопровождается каждый раз ударами, в чем, разумеется, заключается серьезный недостаток сердцевидного эксцентрика. Такая передача употребляется, между прочим, в шпульке швейной машины для наматывания на нее ниток.

Фигурою равной ширины является также равносторонний дуговой трехсторонник, составленный из трех дуг, описанных из вершины равностороннего треугольника радиусами r , равными стороне треугольника. Такая фигура служит профилем вращающегося кулака в так называемом эксцентрике Вольфа (черт. 179), причем центр вращающегося вала находится в одной из вершин трехсторонника. Эксцентрик Вольфа сообщает рамке гармоническое колебательное движение с двумя перерывами (паузами) в течение полного оборота: действительно, все время, пока рамка опирается на ту из дуг эксцентрика, которая лежит против центра вращения, расстояние рамки от центра вращения постоянно остается равным r , т. е. рамка, несмотря на вращение эксцентрика, остается неподвижной (в своем наивысшем или наиниžшем положениях); в те периоды времени, когда рамка опирается на дуги эксцентрика, проходящие через центр вращения, рамка при вращении эксцентрика опускается или поднимается гармоническим движением, как и при круговом эксцентрике. Таким образом, при перемене направления движения рамка некоторое время остается в покое. Очевидное неудобство такой формы вращающегося кулака состоит в наличии острых (т. е. легко истираемых) углов ведущего эксцентрика.



Черт. 179

Качающиеся кулаки представляют собою, в сущности, те же вращающиеся кулаки, с той лишь разницею, что непрерывное и одностороннее вращение ведущего тела заменено колебательным его движением около некоторого среднего положения. Это изменение характера движения ведущего тела изменяет и конструкцию механизма: в то время, как вращающийся кулак насаживается, как эксцентрик, прямо на ведущий вал, качающийся кулак требует более сложного устройства.

Обычно качающемуся кулаку придается форма плоского и широкого неравноплечего криволинейного рычага, или шайбы могущей качаться около неподвижной оси; к одному из плеч этого рычага присоединяется (при

помощи шарнирного соединения) ведущая тяга, сообщающая всему рычагу колебательное движение (ведущая тяга представляет собою часть эксцентриковой или кривошипной передачи от ведущего вала к рычагу качающегося кулака), причем качающаяся оконечность другого плеча этого рычага, очерченная по надлежащей кривой, и служит рабочей поверхностью кулака, периодически поднимающего или опускающего (при своем колебании) подвижный стержень, опирающийся своим острием (или роликом) на кулак.

Качающиеся кулаки применяются, между прочим, в парораспределительных клапанных механизмах паровых машин (механизм Ленца).

Поступательно движущиеся кулаки, общий принцип действия которых изложен выше, имеют широкое применение в целом ряде рабочих станков (токарных, револьверных, гильзовых и т. п.) и трансформирующих машин (в прессах и т. п.).

Кулачную передачу (во всех ее видах) необходимо признать чрезвычайно удобной и практически почти незаменимой в тех случаях, когда от машины требуется определенный и последовательный ряд сложных автоматических движений: периодические автоматические остановки (паузы), соответствующие определенным моментам времени изменения скорости и ускорения и т. п. Все эти задачи достаточно просто разрешаются в кулачной передаче надлежащим подбором очертания профиля кулака, обеспечивающим полную автоматичность этих достаточно сложных движений при наличии равномерного движения движущего вала.

Ст. 3.

Механизмы с жесткой связью между главными звеньями.

§ 39. Серии зубчатых колес.

Рядовое соединение. — Соединение с шестернями. — Паразитные колеса. — Изменение направления вращения и изменение передаточного числа. — Возвратный ряд. — Двойной перебор. — Коробка скоростей. — Счетчик оборотов Вульстена.

В механизме простой зубчатой передачи, рассмотренном нами выше ¹⁾, движение от ведущего вала к ведомому передавалось при помощи двух сцепляющихся друг с другом зубчатых колес, наглухо насаженных на эти валы; мы видели, что передаточное число $n = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ зубчатой передачи выражалось при этом в виде отношения:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

где ω , r и z обозначают соответственно угловую скорость, радиус и число зубцов каждого колеса.

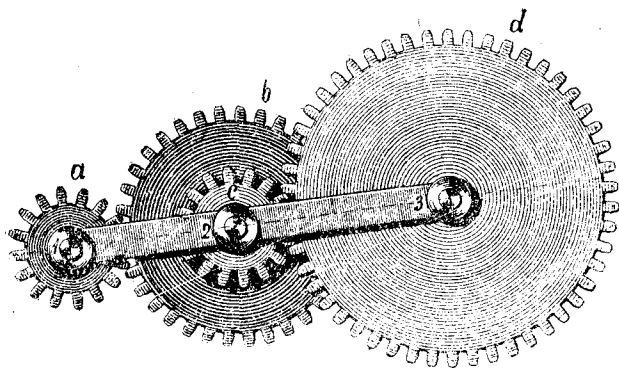
¹⁾ См. выше § 35.

Мы можем, однако, передавать вращение не сразу от ведущего вала к ведомому, а посредством промежуточного вала, получающего при помощи зубчатой передачи, движение от ведущего вала и, в свою очередь, при помощи второй зубчатой передачи передающего это движение ведомому валу. При этом, разумеется, мы введем в трехзвенную цепь, соответствующую простой зубчатой передаче, дополнительное промежуточное звено, соединенное парами зацепления как с ведущим, так и в ведомым валами, при чем полученный механизм будет, очевидно, представлять собою четырехзвенную замкнутую кинематическую цепь, составленную из двух пар вращения и двух пар зацепления (подшипник первого вала — первый вал; зубчатое колесо первого вала — зубчатое колесо второго вала; зубчатое колесо второго вала — зубчатое колесо третьего вала; третий вал — подшипник третьего вала), т. е. относиться к числу механизмов с жесткою связью между ведущим и ведомым звеньями.

Для уяснения тех кинематических преимуществ, которые имеет этот механизм, относящийся к категории серий зубчатых колес (в рассматриваемом случае серия состоит из двух последовательных пар зацепления) по сравнению с простым зубчатым соединением, — заметим, что осуществить этот механизм мы можем двояко.

Во первых, мы можем соединить все три колеса в виде последовательного ряда; при этом колесо промежуточного (второго) вала будет одновременно сцепляться как с колесом ведущего (первого) вала, так и с колесом ведомого (третьего) вала. Такая серия будет носить название рядового соединения¹⁾.

Во вторых, мы можем на промежуточном (втором) валу наглухо насадить два колеса (обычно, одно большое зубчатое колесо и другое малое зубчатое колесо, называемое шестерню), заставив одно из них (например, шестерню) сцепляться с колесом ведущего (первого) вала, а другое (например, большое колесо) с колесом ведомого (третьего) вала. Такая серия называется соединением с шестернями (черт. 180).



Черт. 180.

Отметим, прежде всего, что передаточное число n всякой серии зубчатых колес (как рядового соединения, так и соединения с шестернями) равно произведению $n_1 n_2 n_3 \dots$ передаточных чисел тех пар зацепления, которые входят в состав серии. Действительно, обозначая через ω_1 , ω_2 и ω_3 угловые скорости вращения ведущего, промежуточного и ведомого валов и замечая, что передаточное число, по самому определению своему, представляет собою отношение угловых скоростей крайних звеньев механизма, имеем:

¹⁾ Очевидно, что для возможности сцепления шаг t всех трех сцепляющихся зубчатых колес должен быть одинаков; в циклоидальных колесах, кроме того, должен быть во всех трех колесах одинаковый радиус производящей вспомогательной окружности, а в эвольвентных колесах одинаковый угол наклона прямолинейной производящей к линии центров.

Передаточное число серии (общее передаточное число сложного механизма) $n = \frac{\omega_1}{\omega_3}$.

Передаточное число первой пары зацепления (первое частное передаточное число) $n_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2}$.

Передаточное число второй пары зацепления (второе частное передаточное число) $n_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3}$.

Отсюда, путем непосредственного перемножения, получаем:

$$n_1 n_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = n.$$

Определим теперь численные значения передаточного числа рассматриваемой серии в случае рядового соединения и в случае соединения с шестернями и сравним эти значения между собою.

При рядовом соединении трех валов с зубчатыми колесами радиусов r_1 , r_2 и r_3 имеем:

$$n_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}; \quad n_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{r_3}{r_2};$$

$$n = n_1 n_2 = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{r_3}{r_2} = \frac{r_3}{r_1}.$$

Отсюда видно, что при рядовом соединении присутствие промежуточного колеса никакого влияния на общее передаточное число n механизма не имеет: передаточное число n , как и в случае простой зубчатой передачи, остается численно равным отношению $\frac{r_3}{r_1}$

радиусов ведомого и ведущего колес и совершенно не зависит от r_2 , т. е. от радиуса промежуточного колеса, называемого в этом случае паразитным. Единственный кинематический результат, достигнутый в этом механизме, заключается в перемене направления вращения ведущего вала: действительно, при непосредственном присоединении ведущего вала и ведомому при помощи простой пары двух зубчатых колес, ведомый и ведущий валы, как мы видели, вращаются (как элементы одной и той же пары зацепления) в разные стороны; введение одной промежуточной пары зацепления заставит ведомый вал вращаться в ту же сторону, как и ведущий.

При соединении с шестернями, обозначая через r_1 радиус шестерни ведущего (первого) вала, через R_2 и r_2 радиусы зубчатого колеса и шестерни промежуточного (второго) вала и через R_3 радиус зубчатого колеса ведомого (третьего) вала и предполагая, что шестерня r_1 сцепляется с зубчатым колесом R_2 и шестерня r_2 с зубчатым колесом R_3 , имеем:

$$n_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{r_1}; \quad n_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{r_2};$$

$$n = n_1 n_2 = \frac{R_2 R_3}{r_1 r_2},$$

т. е. при соединении с шестернями передаточное число n равно по численной величине отношению произведения радиусов колес к произведению радиусов шестерен; таким образом, при соединении с шестернями размеры шестерни и зубчатого колеса промежуточного вала (пра-

вильнее сказать величина отношения $\frac{R_2}{r_2}$) влияют на величину общего передаточного числа n . Влияние это, при достаточно больших значениях $\frac{R_2}{r_2}$, может быть очень велико; если бы мы присоединили ведомый вал непосредственно к ведущему, т. е. сцепили зубчатое колесо L_2 прямо с шестерней r_1 , то передаточное число такой передачи равнялось бы $n' = \frac{R_2}{r_1}$; если же перейти от простой передачи к серии, вставив только один промежуточный вал с колесом R_3 (например, с числом зубцов $Z_3 = 60$) и с шестерней r_2 (с числом зубцов $z_2 = 6$), то общее передаточное число такой серии будет $n'' = \frac{R_2 R_3}{r_1 r_2} = \frac{R_2}{r_2} \cdot \frac{R_3}{r_1} = 10n'$, т. е. присутствие промежуточного звена в этом примере в десять раз увеличит значение передаточного числа.

Таким образом, кинематический результат рассмотренного нами соединения с шестернями будет состоять не только в изменении направления вращения ведомого вала, как в случае рядового соединения, но и в изменении передаточного числа.

Мы можем продолжать вводить в механизм новые добавочные промежуточные валы с насаженными на них зубчатыми колесами или шестернями и зубчатыми колесами; мы будем получать при этом серии зубчатых колес (рядовые соединения или соединения с шестернями) в виде многозвенных цепей, составленных из двух пар вращения и ряда пар зацепления; очевидно, что все выводы, сделанные выше по отношению к четырехзвенной цепи, будут справедливы и для этих многозвенных цепей, т. е. для серии в m пар зацепления мы будем иметь:

$$n = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_m,$$

при чем для рядового соединения:

$$n = \frac{r_m}{r_1}$$

и для соединения с шестернями:

$$n = \frac{R_2 R_3 \dots R_m}{r_1 r_2 \dots r_{m-1}}$$

Так как в каждой паре зацепления элементы этой пары вращаются в разные стороны, т. е. каждая пара зубчатых колес при передаче вращения меняет направление этого вращения, то при нечетном числе пар зацепления, входящих в серию, ведомый и ведущий валы будут вращаться в разные стороны, т. е. направление вращения будет меняться, а при четном числе пар оба вала будут вращаться в одну сторону, т. е. направление вращения будет оставаться прежним.

Таким образом, рядовое соединение при нечетном числе пар зацепления (т. е. при четном числе паразитных колес) кинематически совершенно тождественно простой паре зубчатых колес; такой механизм, так же, как и простая пара зацепления, будет менять направление вращения и сохранит ту же величину передаточного числа, как простая пара зубчатых колес, а потому не имеет никакого кинематического отличия от простой пары

зацепления ¹⁾. Рядовое соединение при четном числе пар зацепления (т. е. при нечетном числе паразитных колес), не меняя по сравнению с простой парой зубчатых колес величины передаточного числа, сообщает ведомому валу вращение в том же направлении, в котором вращается ведущий вал; в этом смысле результат получается обратный результату применения простой пары зацепления. Наконец, соединение с шестернями, меняя направление передаваемого вращения при нечетном числе пар зацепления и сохраняя его прежним при четном числе пар зацепления, — во всех случаях изменяют значение передаточного числа, в чем и заключается цель применения этого соединения.

Установленное выше выражение передаточного числа n для соединения с шестернями

$$n = \frac{R_2 R_3 \dots R_m}{r_1 r_2 \dots r_{m-1}}$$

выведено в предположении, что на ведущем валу насажена шестерня r_1 , а на ведомом — большое зубчатое колесо R_m и что передача во всех парах зацепления происходит от шестерни к большому колесу; так как $R_k > r_k$ и $R_m > r_1$, то в этом случае $n > 1$, т. е. угловая скорость ω_1 ведущего вала больше, чем угловая скорость ω_m ведомого вала и, следовательно, данная серия служит для замедления вращения. Такой случай имеет место во всех подъемных машинах и рабочих станках, где быстрое вращение движущего вала (вала особого двигателя или общего движущего вала мастерской) преобразуется в более медленное вращение барабана грузовой цепи или рабочего вала станка. Очевидно, что потеря в скорости связана с выигрышем в силе, что и составляет цель подъемных, и обычно, рабочих машин.

В случае, если мы будем пользоваться серией для передачи движения в обратном направлении, т. е. в предположении, что передача во всех парах зацепления происходит от большого колеса к шестерне, то ведущий и ведомый валы поменяются своими ролями и передаточное число n получит, таким образом, вид:

$$n = \frac{r_2 \cdot r_3 \dots r_m}{R_1 \cdot R_2 \dots R_{m-1}}$$

В этом случае, очевидно, $n < 1$, т. е. угловая скорость ω_1 ведущего вала меньше угловой скорости ω_m ведомого вала и, следовательно, данная серия будет служить для ускорения движения. Такой случай имеет место, например, в часовом механизме при передаче движения от минутной стрелки к секундной с передачей $\frac{1}{60}$. Этот выигрыш в скорости покупается, очевидно,

еще большей потерей в силе, а потому в зубчатых передачах с очень малыми передаточными числами, меньшими единицы (крутая передача), для преодоления сравнительно малых сопротивлений требуются очень большие движущие силы; в виду этого небольшое сравнительно увеличение вредных сопротивлений в часовом механизме (где $n < 1$) от случайного загрязнения может легко остановить часы, тогда как сильное сравнительно возрастание сопротивления (например, встретившийся сук в распиливаемом дереве) в рабочей машине (где $n > 1$) не отзываясь на его ходе и легко преодолевается орудием этой машины.

¹⁾ Применение его может быть оправдано лишь стремлением конструктора в случае недостатка места заменить два больших колеса рядовыми соединениями серии малых колес.

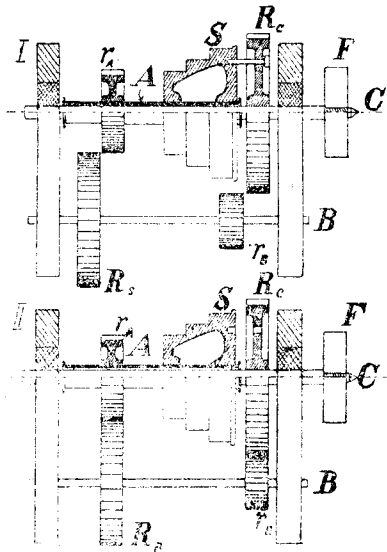
Максимальное число $Z_{\max}$ зубцов зубчатого колеса по конструктивным соображениям едва-ли следует брать больше 120, а минимальное число $Z_{\min}$ зубцов шестерни, по условиям плавности передачи, не должно быть меньше 6. Поэтому передаточное число простой пары зацепления $i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$ должно, во всяком случае, находиться в пределах от $\frac{1}{20}$ до 20. На самом деле, эти пределы,

практически, еще теснее ¹⁾ и во всех случаях, где требуется значительное увеличение или уменьшение значения передаточного числа, приходится переходить от пары зубчатых колес к серии зубчатых колес с шестернями.

Весьма часто применяется такой тип серий зубчатых колес (соединение зубчатых колес с шестернями), в котором крайние оси серии совпадают по направлению; для возможности осуществления такой конструкции одна из этих осей делается полый (трубчатой), а другая помещается внутри ее. Такая серия носит название возвратного ряда; в нем вращение, в конце концов, возвращается к первой оси (или ее продолжению) с измененной угловой скоростью.

Возвратный ряд применяется, между прочим, в так называемых переборах, устраиваемых в крупных токарных станках с целью передачи вращения от равномерно вращающегося движущего вала к рабочему валу станка с различными угловыми скоростями, т. е. с целью регулировать скорость вращения обрабатываемого предмета (черт. 181).

Патрон F с обрабатываемым предметом наглухо насажен на рабочий вал (шпиндель) C станка, на который, кроме того, наглухо же насажено зубчатое колесо R_c . Шпиндель, свободно вращающийся в своих подшипниках, заключен в трубчатый полый вал A , могущий свободно вращаться около шпинделя; на полом валу наглухо насажен шкив S ременной передачи, при помощи которой этому валу передается вращение от движущего вала. Шкив S трубчатого вала соединен выдвижным болтом с колесом R_c шпинделя; когда болт вдвинут (положение I) трубчатый вал A и шпиндель C представляют одно целое и вращаются вместе с общей угловой скоростью $\omega_A = \omega_C$; когда болт выдвинут (положение II), трубчатый вал A , продолжая вращаться со скоростью ω_A , разъединяется от непосредственного соединения со шпинделем, при чем вращение от вала A начинает передаваться шпинделю окольным путем, через переборный вал B , получающий при выдвигании болта перемещение вдоль своей оси. При этом передвижении малое зубчатое колесо r_A , наглухо насаженное на трубчатый вал A , приходит в зацепление с большим зубчатым колесом R_S , наглухо насаженным на переборную ось, а малое зубчатое колесо r_B переборной оси приходит в зацепление с большим зубчатым колесом R_C , насаженным на оси шпинделя, разъединенного теперь от трубчатого вала.

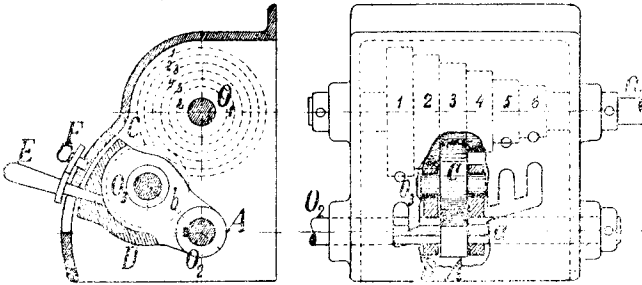


Черт. 181.

¹⁾ В подъемных механизмах $i \leq 8$.

Зацепление колес r_A и R_S передает вращение от трубчатого вала к переборному, а зацепление колес r_B и R_A возвращает это вращение с измененною угловою скоростью оси шпинделя; передаточное число $n = \frac{\omega_A}{\omega_C}$, которое в положении I равнялось очевидно единице (так как трубчатый вал A и шпиндель C , благодаря вдвинутому болту составляли одно целое и, следовательно, $\omega_A = \omega_C$) будет равно $\frac{R_S \cdot R_C}{r_A \cdot r_B}$. Таким образом, рассмотренный перебор дает возможность получить две различные скорости вращения шпинделя: $\omega_C = \omega_A$ и $\omega_C = \frac{r_A \cdot r_B}{R_S \cdot R_C} \omega_A$, т. е. является двойным перебором ¹⁾.

Кроме переборов с возвратным рядом в станках весьма часто применяют так называемые коробки скоростей, состоящие из рядового соединения со сменным колесом (черт. 182). На ведомый вал O_1 наглухо насаживается несколько зубчатых шестерен различного радиуса; на ведущий вал O_2 одевается одно зубчатое колесо A , могущее скользить (в особом пазу) вдоль вала O_2 , но не могущее вращаться без вала. Зубчатое колесо A



Черт. 182.

постоянно находится в сцеплении с промежуточным зубчатым колесом C , подвижная ось которого O_3 опирается на подшипники, помещенные в особой подвижной каретке D . Эта каретка (двигаясь вдоль вала O_2 и вращаясь около его оси) при помощи ручки E легко может быть поставлена в такое положение, что

промежуточное зубчатое колесо C , не теряя своего постоянного сцепления с ведущим зубчатым колесом A , окажется сцепленным с любой (по нашему выбору) шестерней ведомого вала O_1 , т. е. что ведущее колесо A , промежуточное колесо C и выбранная нами ведомая шестерня окажутся в рядовом соединении (в котором промежуточное колесо C будет, очевидно, играть роль паразитного колеса). Каждой из шестерен ведомого вала O_1 будет соответствовать свое передаточное

число, равное $\frac{r_i}{R}$, где r_i переменный радиус шестерни ведомого вала, включенной в серию, а R постоянный радиус зубчатого колеса A ведущего вала. Так как ведущий вал вращается равномерно, то рассмотренный нами механизм (коробка скоростей Нортон) дает возможность устанавливать столько различных заранее выбранных скоростей ведомого вала, сколько имеется на нем различных шестерен.

Интересное применение серии зубчатых колес (соединение зубчатых колес с шестернями) в виде возвратного ряда представляют так называемые счетчики числа оборотов. Идея этих механизмов заключается в следующем.

¹⁾ Благодаря тому, что на трубчатый вал насаживается обычно не простой, а ступенчатый шкив (с тремя ступенями), мы можем в каждом из двух положений I и II переборной оси получить три различных угловых скорости трубчатого вала (а следовательно, и шпинделя) в зависимости от того, на какой ступени шкива будет находиться ремень. Таким образом, благодаря применению трехступенчатого шкива, двойной перебор дает возможность получить не две, а шесть различных скоростей вращения шпинделя.

Пусть на валу O , скорость вращения которого мы желаем измерить, насажено наглухо две шестерни, каждая, например, с 10 зубцами; параллельно этому валу расположим два вала, оси которых между собою совпадают: полый (трубчатый) вал A и внутри его вал B ; оба эти вала могут вращаться совершенно независимо друг от друга. Пусть на валу A наглухо насажено зубчатое колесо с 100 зубцами, сцепляющееся с первой из указанных выше шестерен вала O , а на валу B —зубчатое колесо с 101 зубцом, сцепляющееся со второй из упомянутых шестерен вала O . При этих данных передаточное число между валами

O и A будет равно $n_1 = \frac{\omega_O}{\omega_A} = \frac{100}{10} = 10$ и передаточное число между валами

O и B будет равно $n_2 = \frac{\omega_O}{\omega_B} = \frac{101}{10} = 10,1$. Поэтому валы A и B будут, при

данной угловой скорости ω_O вала O , вращаться хотя и с близкими, но все же с различными угловыми скоростями $\omega_A = \frac{\omega_O}{10}$ и $\omega_B = \frac{\omega_O}{10,1}$.

Угловая скорость относительного вращения этих валов будет равна разности

$\omega_A - \omega_B = \omega_O \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{10,1} \right) = \frac{\omega_O}{1010}$. Укрепив на одном из этих валов кру-

говой циферблат с центром на оси вращения, а на другом стрелку с центром на той же оси вращения, мы можем измерять угловую скорость относительного вращения этих валов угловой скоростью вращения стрелки по циферблату. Так как эта угловая скорость, согласно изложенному выше, равна $\omega_A - \omega_B =$

$\frac{\omega_O}{1010}$, то это значит, что полному обороту стрелки будет соответствовать

1010 оборотов вала O . Если мы разделим циферблат на 101 часть, то передвижение стрелки на одно отделение будет соответствовать 10 оборотам вала O , а потому, по числам пройденных стрелкой делений можно измерять десятки оборотов вала O .

На этом принципе основано устройство так называемого автоматического счетчика оборотов Вульстена (Wollaston) с тою только разницею, что, вместо шестерни с 10 зубцами, на валу O насажен бесконечный однооборотный винт, а колеса валов A и B сделаны винтовыми. При этих условиях (при однооборотном червяке) и при $n = 100$ и $n_1 = 101$, стрелка отмечает на циферблате не десятки, а сотни оборотов вала O ¹⁾.

§ 40. Эпициклические механизмы.

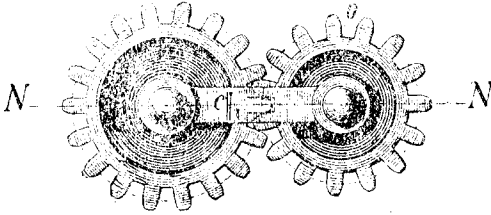
Планетное колесо и водило.—Формула Виллиса.—Планетное колесо Уатта.—Эпициклический возвратный механизм Варрета.—Значение эпициклических механизмов в машиностроении.

Возьмем два сцепляющихся друг с другом зубчатых колеса (черт. 183) и дадим возможность оси первого колеса вращаться (вместе с первым колесом) около оси второго колеса. Мы получим, таким образом, механизм

¹⁾ В конструкции Вульстена на валу O имеется один только червяк. Весьма малая разница в числе зубцов на колесах A и B позволяет (при наличии достаточных зазоров между зубцами червяка и зубцами колес) бесконечному винту одновременно находиться в сцеплении с обоими зубчатыми колесами сразу. Ось червячного вала O устанавливается по продолжению оси того вала, число оборотов которого надо измерить; оконечность червячного вала, снабженная резиновой покрывкой, прижимается к оконечности испытуемого вала, при чем, благодаря трению, вал червяка O получает вращение с тою же угловою скоростью, как и испытуемый вал.

(черт. 184), который принадлежит к группе так называемых эпициклических или планетных механизмов.

Вообще, эпициклическим механизмом называется всякое рядовое соединение зубчатых колес, в котором оси некоторых колес могут двигаться, не нарушая, однако, при этом сцепления между колесами данного соединения. В частности, мы получим эпициклический механизм в том, например, случае, когда мы будем вращать станину рядового соединения вокруг оси одного из его колес; станина эта получает название водила.



Черт. 183.

В и С: ось одного из этих колес (А) помещена в неподвижном подшипнике, а оси двух других (В и С) укреплены в водиле, вращающейся около оси первого колес. Пусть абсолютные угловые скорости вращения трех колес и водила соответственно будут:

$$\omega_A, \omega_B, \omega_C \text{ и } \Omega.$$

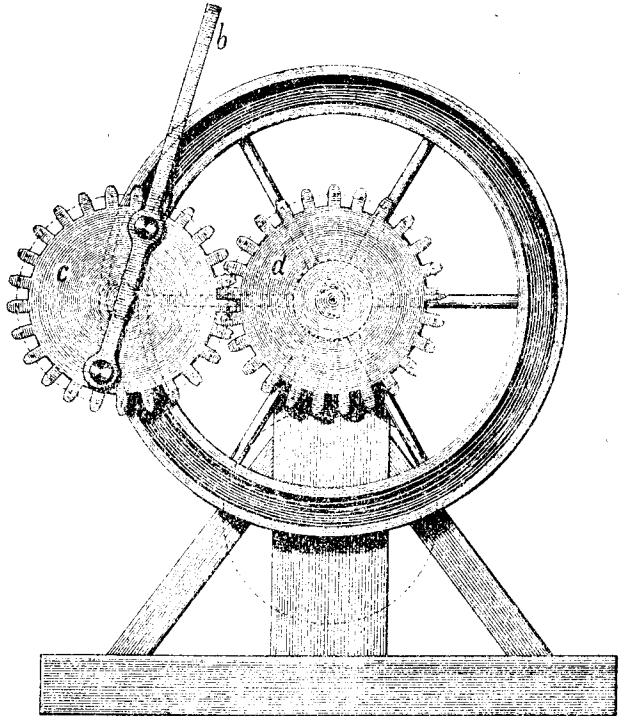
Очевидно, что относительные угловые скорости колес А, В и С по отношению к водилу, на основании закона о сложении угловых скоростей, соответственно будут:

$$\omega_1 = \omega_A - \Omega, \quad \omega_2 = \omega_B - \Omega \\ \text{и } \omega_3 = \omega_C - \Omega.$$

Отношение $\frac{\omega_1}{\omega_3}$, представляющее собою, передаточное число n рассматриваемого нами рядового соединения, равно, как известно, отношению радиуса R_C колеса С к радиусу R_A колеса А (колесо В, очевидно, паразитное), а потому:

$$\frac{\omega_A - \Omega}{\omega_C - \Omega} = n = \frac{R_C}{R_A}^1).$$

Рассмотрим теперь подробнее простейший эпициклический механизм, называемый планетным колесом Уатта (черт. 184). Обозначая через ω_c и ω_d и

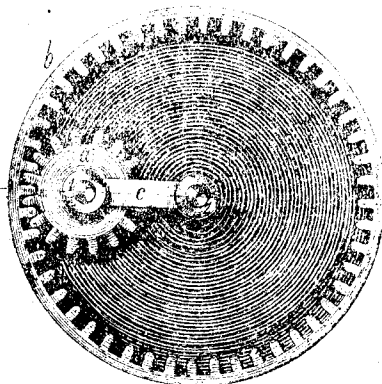


Черт. 184.

¹⁾ Эта формула носит название формулы Виллиса. Передаточное число определяется, очевидно, в предположении неподвижности водила.

через r_c и r_d угловые скорости и радиусы зубчатых колес c и d и через Ω угловую скорость водила (т. е. угловую скорость вращения оси колеса c около оси колеса d), по установленной выше формуле Виллиса получим:

$$\frac{\omega_d - \Omega}{\omega_c - \Omega} = -\frac{r_c}{r_d} \quad ^1).$$



Черт. 185.

В планетном колесе Уатта колеса равны между собою (т. е. $r_c = r_d$) и колесо c (при вращении своей оси около оси колеса d) не вращается и сохраняет постоянное направление одного из своих диаметров (т. е. $\omega_c = 0$). При этих условиях имеем:

$$\frac{\omega_d - \Omega}{\Omega} = -1$$

откуда

$$\omega_d = 2\Omega.$$

Таким образом, в планетном колесе Уатта при одном обороте водила колесо d делает два оборота²⁾.

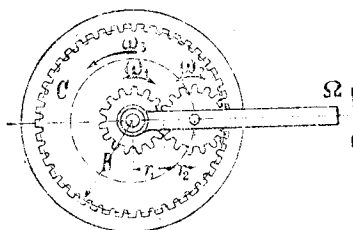
Рассмотрим теперь другой весьма интересный эпициклический механизм, называемый механизмом Баррета (черт. 186). Механизм этот представляет собою эпициклическую возвратную передачу и состоит из трех зубчатых колес: большого (радиуса R) с внутренним зацеплением, малого (радиуса r_1) с наружным зацеплением и паразитного (радиуса r_2), помещенного между ними. Оси колес R и r_1 совпадают (одна ось внутри другой полой оси), почему зацепление это и относится к типу возвратных.

Так как колесо r_2 представляет собою паразитное колесо, то передаточное число n для колес R и r_1 равняется $-\frac{R}{r_1}$, а следовательно, применяя формулу Виллиса, получим:

$$\frac{\omega_{r_1} - \Omega}{\omega_R - \Omega} = -\frac{R}{r_1},$$

Откуда

$$\omega_{r_1} = \Omega \left(1 + \frac{R}{r_1}\right) - \omega_R \frac{R}{r_1}.$$



Черт. 186.

Предположим теперь, что большое колесо R неподвижно (т. е. $\omega_R = 0$) и малое и паразитное колесо равны друг другу (т. е. $r_1 = r_2$ или $R = 3r_1$); при этих условиях из предыдущей формулы получим:

$$\omega_{r_1} = 4\Omega.$$

Таким образом, в механизме Баррета, при одном обороте водила, колесо r_1 будет делать четыре оборота.

¹⁾ Знак минус у передаточного числа взят в виду того, что колеса вращаются в обратные стороны.

²⁾ В машинах Уатта на ось d насаживался наглухо маховик, а движение водила соответствовало движению головки шатуна. Этим достигалась большая скорость махового колеса, так как при одном обороте водила маховое колесо успевало делать два оборота.

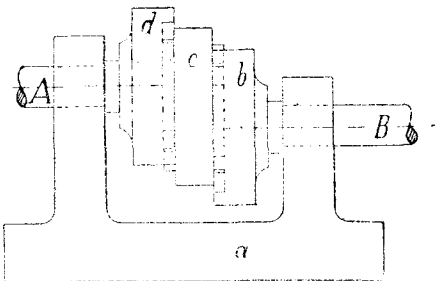
Эти примеры показывают, что эпициклические механизмы могут, между прочим, очень удобно служить для изменения скорости вращательного движения ¹⁾. Однако, значение эпициклических зацеплений не ограничивается ролью простого передаточного механизма: действительно, легко убедиться, что эпициклический механизм дает возможность сосредоточить на одном валу вращение, получаемое от двух независимых друг от друга двигателей. Чтобы убедиться в этом, возвратимся к установленной выше формуле для механизма Баррета:

$$\omega_{r_1} = \Omega \left(1 + \frac{R}{r_1} \right) - \omega_R \frac{R}{r_1}.$$

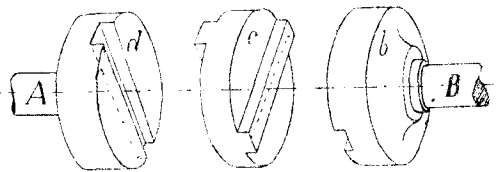
Вдумываясь в эту формулу, мы легко можем заметить, что, давая угловой скорости ω_R отрицательное значение, мы можем значительно увеличить угловую скорость ω_{r_1} . Однако, при положительном значении угловой скорости Ω (водила) дать угловой скорости ω_R (большого колеса) отрицательное значение, это значит вращать большое колесо в сторону обратную вращению водила. Таким образом, вращение водила с угловой скоростью Ω дает малому колесу r_1 угловую скорость $\Omega \left(1 + \frac{R}{r_1} \right)$, пропорциональную Ω , а вращение (в обратную сторону) большого колеса R с угловой скоростью ω_R дает малому колесу r_1 добавочную (в ту же сторону) угловую скорость $\omega_R \frac{R}{r_1}$, пропорциональную ω_R . Так как и водило и большое колесо могут получать свое движение от совершенно независимых друг от друга источников, то отсюда видно, что при помощи возвратных эпициклических механизмов мы можем сосредоточивать на одном и том же валу вращение, передаваемое двумя самостоятельными двигателями ²⁾.

§ 41. Муфта Ольдгема. ³⁾

Механизм, называемый муфтой Ольдгема (черт. 188) служит для передачи вращения от одной оси к другой, ей параллельной, с сохранением угловой скорости этого вращения.



Черт. 188.



Черт. 189.

¹⁾ При этом передаточное число может достигать очень больших значений (до 10.000), что для обыкновенной зубчатой передачи крайне трудно достижимо.

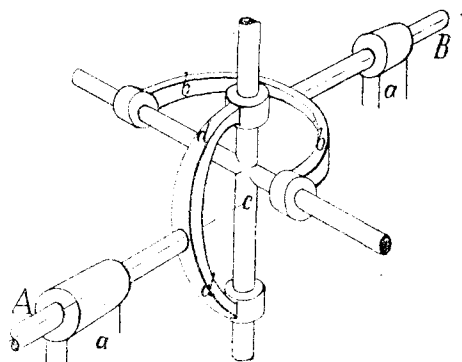
²⁾ Эпициклические механизмы применяются, между прочим, в так называемых дифференциальных механизмах, позволяющих сцепляющимся колесам иметь переменную разницу в угловых скоростях. Дифференциалы нашли, между прочим, широкое применение в автомобильных конструкциях, в описании которых и излагается устройство дифференциала.

³⁾ См. выше § 30.

На концах соединяемых валов *A* и *B* наглухо насажены круглые диски *b* и *d*, со сделанными в каждом диске диаметрными прямоугольными пазами (каналами). Между дисками вставляется плотно к ним пригнанная промежуточная круглая шайба *c*, каждая из противоположных граней которой снабжается одним диаметрными прямоугольным ребром (выступом), пригнанным к пазу соответствующего диска и могущим скользить в этом пазе. Ребра шайбы располагаются перпендикулярно друг другу и пересечение их соответствует центру промежуточной шайбы. При вращении одного из дисков (т. е. одного из валов), шайба, благодаря возможности скольжения своих ребер в пазах дисков, получает возможность также вращаться и передает, таким образом, вращение второму диску (т. е. второму валу).

Другое видоизменение муфты Ольдгэма изображено на чертеже 190. Промежуточная круглая шайба заменена здесь крестообразным стержнем кругового сечения, а скольжение ребер шайбы в пазах дисков — скольжением стержня в круговых муфтах двух вилок, неизменно скрепленных с валами.

Выше был приведен подробный анализ как кинематического состава рассматриваемого механизма, так и характера движения, совершаемого его звеньями.



Черт. 190.

Не останавливаясь, поэтому, дольше на этом механизме, напомним лишь, что муфта Ольдгэма, как это было отмечено выше представляет собою замкнутую цепь с двумя вращательными (валы в подшипниках), и двумя призматическими парами (ребра шайбы в пазах дисков), т. е. принадлежит к группе механизма кривошип-ползун-ползун и что подвижная шайба *c* рассматриваемого механизма, как это было установлено выше совершает относительно дисков *b* и *d*, так называемое, антиэллиптическое движение.

Отметим лишь, что при полном обороте диска *b*, шайба *c*, а следовательно, и диск *d*, сделают также полный оборот. Таким образом, одному обороту вала *A* будет соответствовать один оборот вала *B*, т. е. передаточное число *n* для муфты Ольдгэма равно единице.

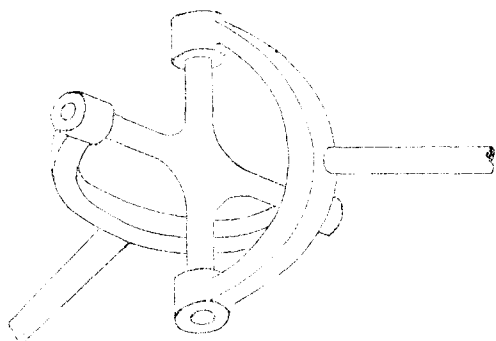
§ 42. Шарнир Гука.

Универсальный шарнир или муфта Гука, иначе называемый сочленением Кардана (черт. 191) служит для передачи вращения между пересекающимися осями. По виду он отличается от рассмотренной выше муфты Ольдгэма (во второй ее конструкции) лишь тем, что плечи крестообразного круглого стержня не могут скользить в отверстиях вилок, а могут в них вращаться.

По существу шарнир Гука представляет собою четырехзвенную замкнутую пространственную цепь с четырьмя вращательными парами (ведущий вал и подшипник, вилка ведущего вала и крест, крест и вилка ведомого вала, ведомый вал и подшипник).

Подробный анализ (на котором мы останавливаться не будем) показывает, что муфта Гука передает вращение между валами, которые она соединяет,

с переменным передаточным числом, меняющимся в течение одного оборота от $\cos \varphi$ до $\frac{1}{\cos \varphi}$, где φ представляет собою угол между соединяемыми осями. Это показывает, что давать углу φ значения, близкие к 90° , в этой передаче нельзя, так как при этих условиях колебания передаточного числа λ в течение одного оборота будут слишком велики, и практически пользование шарниром Гука, как соединительной муфтой, ограничено случаями сравнительно небольших углов φ между пересекающимися валами ¹⁾.



Черт. 191.

Необходимо отметить, что шарнир Гука может быть использован и для других целей. Действительно, легко видеть, что сочленение Кардана допускает возможность последовательного вращения последнего звена механизма около трех взаимно перпендикулярных осей (ось первого звена, первая ось креста, вторая ось креста). Поэтому, закрепив первое звено, мы можем, не нарушая соединения, придать последнему звену любое направление. На этом основано применение шарнира Гука в качестве, например, вертикального подвеса при укреплении на судах тех предметов, которые должны неизменно сохранять

свое положение, несмотря на качку судна (компас, барометр, лампы и т. п.): прикрепив первое звено к корпусу судна и подвесив к последнему звену достаточный груз, мы обеспечиваем последнему звену при любом положении корпуса неизменно вертикальное положение.

¹⁾ Соединив два шарнира Гука промежуточным валом (шестизвенный шарнир Губэ), мы можем избежать этого ограничения и передавать вращение между валами, пересекающимися друг друга под произвольным углом. Шарнирная муфта Гука и шарнирное соединение Губэ представляют собою так называемые универсальные шарниры, т. е. служат для сцепки пересекающихся валов. Для сцепки валов, оси которых представляют продолжение друг друга, служат более простые формы сопряжений, в виде особых сцепных муфт, представляющих собою, в сущности, уже не механизм (как муфты Ольдгэма и Гука), а деталь машины.

Простейшим видом такой сцепной муфты является глухая втулочная муфта, представляющая собою полый цилиндр, сделанный обычно из чугуна и одеваемый на концы соединяемых валов, где он и закрепляется при помощи клиньев. Чаще применяется разрезная втулочная муфта, состоящая из двух полуцилиндров, скрепляемых кольцами. Для тяжелых валов применяется иногда дисковая муфта, при чем взаимное соединение дисков, наглухо насаженных на торцы валов, достигается применением болтового соединения. Более сложным видом сцепных муфт являются подвижные (расширительные) и разъемные (кулачные и фрикционные) муфты. При соединении электромоторов с рабочими машинами и динамо машин с двигателями последнее время применяется обычно так называемая упругая сцепка; к этому типу относятся, например, ленточные муфты, состоящие из двух дисков, заходящих друг в друга и снабженных выступами, охваченными кожаным ремнем. Для возможности включения и выключения во время хода часто применяются так называемые фрикционные муфты, представляющие собою частный случай раздвижных муфт; примером такой муфты может служить так называемая фрикционная коническая сцепка. В этом механизме на одном из валов наглухо насаживается коническая фрикционная шайба (конус трения), могущая плотно входить внутрь совершенно такой же, но полый конической шайбы, наглухо укрепленной на другом валу; прижимая, при помощи особого приспособления дающего возможность сближать обе муфты, одну муфту к другой, мы можем благодаря появляющейся при вращении одного вала силы трения между прижатыми друг к другу концами, передать вращение от ведущего вала к ведомому.

§ 43. Коленчатые рычаги.

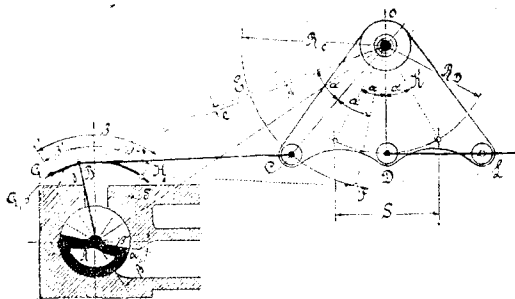
Коленчатые рычаги, соединенные между собою тяжами, входят в состав, так называемых, шарнирно-рычажных механизмов, имеющих весьма разнообразное применение. Простейшим видом такого механизма является простой угловой рычаг, качающийся около неподвижной оси, проходящей через вершину угла этого рычага; к концам рычага идут ведущая и ведомая тяги. Обозначая через l_1 и l_2 длину плеч углового рычага, мы видим, что при повороте всего рычага на угол ε , путь, проходимый точкой соединения рычага с ведущей тягой, равен $s = \varepsilon l_1$ и путь, проходимый точкой соединения рычага с ведомой тягой, равен $q = \varepsilon l_2$. Поэтому отношение m линейных перемещений крайних элементов этого механизма равно

$$m = \frac{s}{q} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Таким образом, коленчатый рычаг может быть и мультипликатором скорости ($l_1 < l_2$) и мультипликатором силы ($l_1 > l_2$) в зависимости от отношения между длинами плеч.

Коленчатые рычаги имеют широкое применение, как в технике обыденной жизни (например, при проволочных проводах к обыкновенным звонкам), так и ряде специальных устройств (при стрелочных тягах на железных дорогах, в строительных машинах и т. п.).

Шарнирно-рычажный механизм применяется, между прочим, в так называемом, крановом механизме Корлисса, служащем для кранового парораспределения в современных поршневых паровых машинах (черт. 192).



Черт. 192.

Коленчатый рычаг сконструирован здесь в виде качающейся шайбы K ; шайба эта получает качательное движение (от особого эксцентрика) через тягу, шарнирно соединенную с шайбой в точке D , и передает это движение крану A при помощи другой тяги, шарнирно соединенной с шайбой в точке C .

Передача движения от шайбы K к крану A совершается при помощи двух стержней CB и BA , соединенных в узле шарниром ¹⁾.

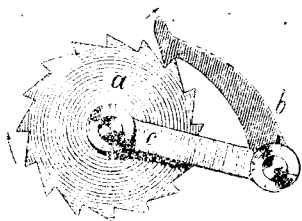
§ 44. Храповые зацепы.

Храповик и собачка.—Храповой зацеп, как механизм, препятствующий обратному ходу машины.—Храповой зацеп, как механизм, преобразующий колебательное движение во вращательное.—Трещетка домкрата.—Подъемная кремальбера.

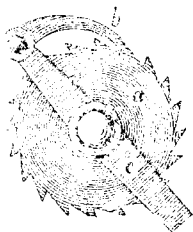
Храповым зацеплением называется сцепление зубчатого колеса, снабженного специальными храповыми зубцами, с особым рычагом, называемым собачкою. Рычаг этот имеет неподвижную точку вращения и постоянно прижи-

¹⁾ Стержни эти, в сущности, составляют часть шарнирного четырехсторонника (антипараллелограмма) $ABCO$, где звено AO (замененное закреплением точек A и O) является станиной.

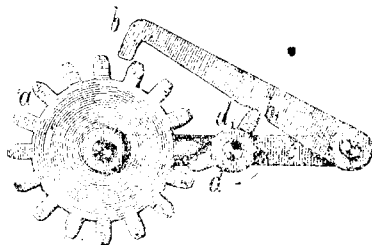
мается к зубцам храпового колеса особою пружиною. Форма зубцов храпового колеса и форма и расположение собачки таково, что храповое колесо может вращаться только в одну сторону, так как при вращении колеса в направлении обратного хода зубец колеса немедленно встречает упор собачки и останавливается, при вращении же колеса в направлении прямого хода зубцы колеса легко проходят под собачкой, лишь слегка отодвигая ее (черт. 193, 194 и 196).



Черт. 193.

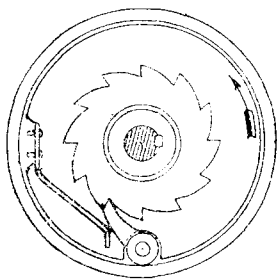


Черт. 194.



Черт. 195.

Храповой механизм в его простейшем виде (храповое колесо с собачкою) является механизмом, ограничивающим движение вала только вращением в определенном направлении, т. е. механизмом, препятствующим возможности обратного хода машины. С этой точки зрения храповое колесо и собачка являются одним из так называемых задерживающих механизмов и имеют весьма широкое применение в подъемных механизмах: насадив на рабочий вал подъемной машины храповое колесо с надлежаще установленной упорной собачкой, не мешающей вращению вала в направлении навивания на барабан рабочего вала грузовой цепи, мы, очевидно, будем обеспечены от опускания поднятого груза в случае выключения двигателя, так как упорная собачка не допустит обратного вращения рабочего вала и удержит груз на весу в поднятом состоянии. Ту же роль храповой зацеп будет играть, например, в часовом механизме, где храповик, насаженный на одну ось с закручиваемой пружиной, позволит этой оси свободно вращаться при заводе часов (т. е. при закручивании пружины), но задержит немедленное раскручивание пружины по удалении закручивающей силы.

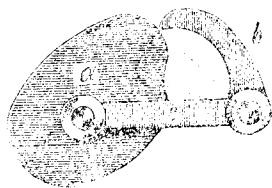


Черт. 196.

Мы можем, однако, использовать храповой механизм и для другой цели, присоединив к храповому колесу не одну, а две упорных собачки; одна из этих собачек, с неподвижно укрепленной (на станине механизма) осью, будет препятствовать обратному вращению колеса, а другая собачка, с осью на подвижном рычаге, могущем качаться около оси колеса, будет при качании рычага в одну сторону, поворачивать колесо, упираясь в его зубец, а при качании рычага в другую сторону скользить, перескакивая по зубцам храпового колеса и не зацепляя их. Таким образом, при качании рычага в одну сторону храповое колесо вращается вместе с рычагом, а при качании рычага в другую сторону, храповое колесо остается неподвижным.

В этом случае цель храпового механизма состоит в преобразовании колебательного движения рычага в прерывное вращательное движение храпового колеса. В таком виде храповой механизм предста-

вляет собою четырехзвенную замкнутую определенную цепь с четырьмя кинематическими парами: подшипник и ось рычага (пара вращения), шип рычага и собачка (пара вращения), собачка и храповое колесо (пара зацепления) и ось храпового колеса и подшипник (пара вращения) с четырьмя звеньями: рычаг, собачка, храповое колесо и станина (подшипники). Считая за крайние звенья этого механизма рычаг (преемник) и вал храпового колеса (орудие), мы получаем для передаточного числа n храпового механизма два очевидные значения: при движении рукоятки в направлении рабочего хода (когда благодаря упору движущей собачки в зубец храповика, храповое колесо движется вместе с рычагом) передаточное число равно единице, а при движении рукоятки в направлении колесного хода (когда, благодаря скольжению движущей собачки по зубцам храповика, храповое колесо остается неподвижным) передаточное число равно нулю.



Черт. 197.

Роль жесткой связи между крайними звеньями цепи играет собачка.

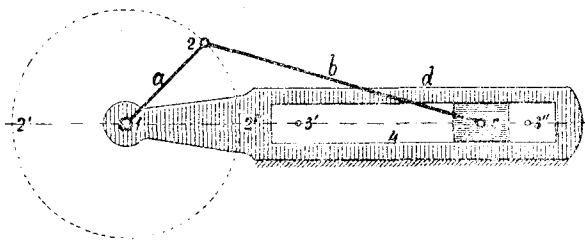
Такую конструкцию имеет, между прочим, механизм трещетки у домкрата позволяющий вращать подъемный винт домкрата без полного оборота рукоятки путем попеременного поворота (качания) ее в обе стороны.

На тех же соображениях основано устройство так называемой храповой подъемной кремальерки представляющей собою двустороннюю зубчатую полосу с храповыми зацепами с обеих сторон. При качании рычага собачки будут поочередно двигать вверх кремальерку, постепенно продвигая ее. В этом виде цель механизма будет состоять в преобразовании колебательного движения рычага в прерывное поступательное движение кремальерки.

§ 45. Кривошипно-шатунные механизмы.

Аналитическая зависимость между элементами прямолинейного движения ползуна и угловой скоростью вращения кривошипа.

Кривошипно-шатунные механизмы получаются из четырехзвенной замкнутой цепи ($C_3 P$), состоящей из трех вращательных и одной призматической пары (черт. 198). Звено a носит название кривошипа (или мотыля) и звено b шатуна, чем и объясняется название механизмов этой группы; звено c называется ползуном или крейцкопфом.



Черт. 198.

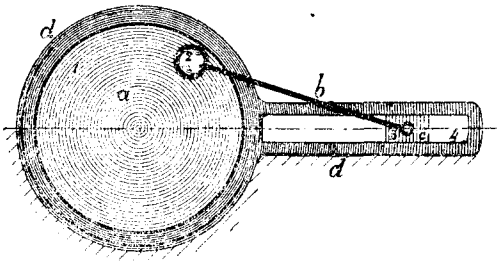
Путем применения принципа расширения цапф¹⁾, кривошип может быть заменен шайбой, вращающейся в неподвижном хомуте (черт. 199).

Выше²⁾ мы видели, что путем последовательной постановки рассматриваемой цепи на каждое из ее четырех звеньев мы можем получить четыре различных механизма. При постановке цепи на звено d , получается механизм обыкновенной поршневой машины или поршневого насоса (черт. 200);

¹⁾ См. § 29.

²⁾ См. § 30.

приняв за станину звено b (шатун), мы получаем механизм поршневой машины с качающимся цилиндром (машина Каве, черт. 201); при

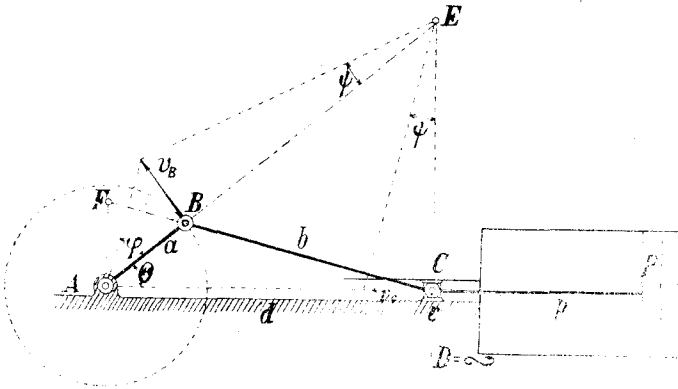


Черт. 199.

первый из получаемых из нее механизмов, а именно механизм обыкновенной поршневой машины (черт. 200).

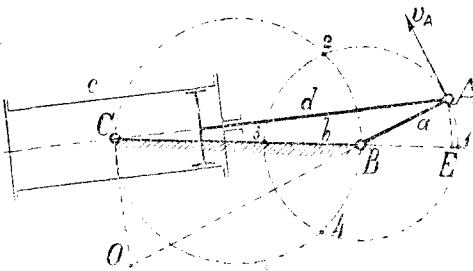
постановке цепи на звено a (кривошип), мы получаем механизм машины с вращающимся цилиндром (станок Витворта с быстрым возвратом, черт. 202, двигатель Гном, черт. 203). Там же была выяснена кинематическая тождественность всех этих механизмов и установлены их особенности.

Нам остается здесь лишь подробнее исследовать движение звеньев этой цепи, взяв для этой цели хотя бы



Черт. 200.

Прямолинейное колебательное движение ползуна (крейскопфа) в направляющей раме (параллелях) мы можем рассматривать, как круговое коле-



Черт. 201.

бательное движение (вращение) около бесконечно удаленного центра D , находящегося на перпендикуляре CD к линии AC движения ползуна; благодаря этому, кривошипношатунный механизм оказывается сведенным к механизму шарнирного многоугольника с одним бесконечно удаленным шарниром. Выше мы видели ¹⁾, что рассматриваемый механизм имеет 6 мгновенных центров (полюсов) относительных движений его звеньев и что эти полюсы находятся

соответственно в точках A, B, C, D, E и F , из которых точки A, B и C представляют действительные шарниры механизма, точка D —бесконечно удаленный шарнир пары вращения, заменяющей данную призматическую пару

¹⁾ См. Отд. II, Глава II, теория центроид.

(ползун-параллели), а точки E и F полюсы относительного движения двух пар противоположных звеньев могут быть построены на основании теоремы Аронгольда и Кеннеди¹⁾.

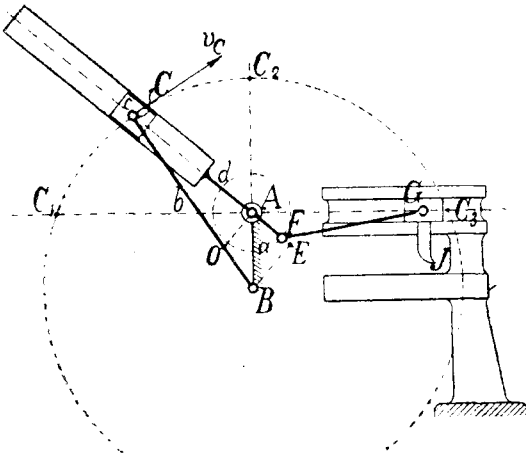
Обозначая (черт. 202) через $\theta = f(t)$ переменный угол, который составляет кривошип a с направлением движения ползуна, получим, что угловая скорость ω_a вращения кривошипа равна

$$\omega_a = \frac{d\theta}{dt},$$

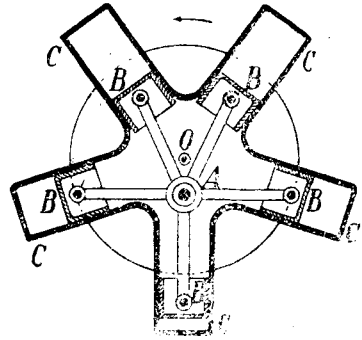
а линейная скорость V_B точки B (пуговки мотыля) равна

$$V_B = \omega_a \cdot a$$

Зная V_B и положение мгновенного центра E вращения шатуна (т. е.



Черт. 202.



Черт. 203.

зная V_B и величину BE), мы можем легко найти угловую скорость ω_b вращения любой точки шатуна; действительно, очевидно, что

$$V_B = \omega_b \cdot BE$$

Откуда

$$\omega_b = \frac{V_B}{BE} = \omega_a \cdot \frac{a}{BE}.$$

Зная ω_b , легко определим линейную скорость V_c точки C (ползун) по формуле:

$$V_c = \omega_b \cdot EC = \omega_a \cdot a \cdot \frac{EC}{BE}$$

¹⁾ См. Отд. II, Глава II, Теория центроид.

Но из подобия треугольников CBE и FBA имеем:

$$\frac{a}{BE} = \frac{AF}{EC}, \text{ т. е. } a \cdot \frac{EC}{BE} = AF,$$

откуда

$$V_c = \omega_a \cdot AF$$

Если $\omega_a = \text{const}$, т. е. кривошип вращается равномерно, то скорость V_c поступательного движения ползуна пропорциональна отрезку AF , отсекаемому шатуном или его продолжением на вертикальном диаметре круга вращения пуговки кривошипа.

Определим теперь зависимость между величиной x пути ползуна, пройденного им от крайнего (мертвого) его положения, и величиной θ угла поворота кривошипа. При $\theta = 0$, ползун занимает крайнее свое положение и $x = 0$; при равномерном возрастании угла θ (черт. 200), кривошип начинает равномерно вращаться (против часовой стрелки), пуговка B мотыля приподнимает и увлекает за собою один конец шатуна, благодаря чему ползун начинает двигаться (влево) и величина x возрастает.

Принимая, что в то время, как кривошип a повернется на угол θ , шатун b отклонится от линии движения ползуна на угол β , легко видеть, что передвижение ползуна, зависящее от вращения (на угол θ) кривошипа $a =$

$$a(1 - \cos\theta)$$

и передвижение ползуна, зависящее от вращения (на угол β) шатуна $b =$

$$b(1 - \cos\beta).$$

Поэтому, общее передвижение x ползуна равно:

$$x = a(1 - \cos\theta) + b(1 - \cos\beta),$$

при чем зависимость между углами θ и β определяется из треугольника ABC , и выражается очевидным равенством:

$$a \sin\theta = b \sin\beta,$$

$$\text{т. е. } \sin\beta = \lambda \sin\theta$$

$$\text{где } \lambda = \frac{a}{b} \approx \frac{1}{5}$$

Имея в виду, что

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\theta},$$

и что при $\lambda < \frac{1}{5}$ мы можем пренебречь высшими степенями λ по сравнению с единицей, получим:

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\theta} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \sin^2\theta,$$

$$1 - \cos\beta = \frac{\lambda^2}{2} \sin^2\theta$$

$$b(1 - \cos\beta) = \frac{a}{\lambda} (1 - \cos\beta) = a \frac{\lambda}{2} \sin^2\theta.$$

Поэтому для величины

$$x = a(1 - \cos\theta) + b(1 - \cos^2\theta)$$

мы можем принять приближенно значение в виде

$$x = a(1 - \cos\theta) + \frac{\lambda}{2} \sin^2\theta.$$

Для обратного хода мы получим очевидное равенство

$$x' = a(1 - \cos\theta) - b(1 - \cos^2\theta),$$

или приближенно:

$$x' = a(1 - \cos\theta) - \frac{\lambda}{2} \sin^2\theta.$$

Таким образом, для прямого и обратного хода ползуна, мы получим общую приближенную формулу в виде

$$x = a(1 - \cos\theta) \pm \frac{\lambda}{2} \sin^2\theta.$$

Отсюда мы легко можем получить общую приближенную формулу и для скорости V_c движения ползуна

$$V_c = \frac{dx}{dt} = a(\sin\theta \pm \frac{\lambda}{2} \cdot 2 \sin\theta \cos\theta) \cdot \frac{d\theta}{dt} = a\omega_a (\sin\theta \pm \frac{\lambda}{2} \sin 2\theta),$$

так как $\frac{d\theta}{dt}$ равняется угловой скорости ω_a вращения кривошипа.

Последняя формула показывает, что при $\theta = 0$ и $\theta = 2\pi$, $V_c = 0$, т. е. механизм проходит через свои мертвые положения¹⁾.

Из той же формулы, пользуясь известными правилами нахождения максимумов функций, мы можем легко определить, что скорость ползуна достигает своего максимума при значении угла $\theta \approx 80^\circ$.

Наконец, из той же формулы мы легко получим выражение и для ускорения W_c движения ползуна в виде

$$W_c = \frac{dV_c}{dt} = a\omega_a^2 (\cos\theta \pm \lambda \cos 2\theta).$$

Наибольшее значение W_c , как это ясно из этой формулы, получится при $\theta = 0$ (т. е. в начале хода), при чем

$$(W_c)_{\max} = a\omega_a^2 (1 + \lambda).$$

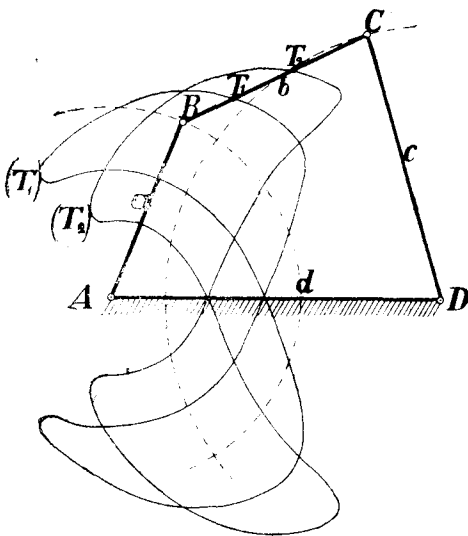
¹⁾ Если ведущим звеном, т. е. приемником движущей силы, является кривошип (как это имеет место, например, в насосах), то мертвые положения кривошипа не имеют влияния на ход машины. Но если ведущим звеном служит ползун (или поршень, как это имеет место в тепловых поршневых машинах), то в мертвых положениях усилие, вращающее кривошип, становится равным нулю и кривошип будет вращаться в этот момент лишь в силу инерции. Переход через мертвые положения облегчается в этом случае или установкой на рабочем валу махового колеса или установкой второго кривошипно-шатунного механизма, действующего на тот же вал кривошипом, направленным под прямым углом к первому.

§ 46. Прямилы и инверсоры.

(Направляющие прямолинейного движения).

Приближенные и точные прямилы.—Шарнирный четырехсторонник, как приближенное прямилло.—Лемнискоиды или кривые с длинным перегибом.—Простое прямилло Уатта.—Сложное прямилло (параллелограмм) Уатта.—Прямилло Ивенса.—Инверсия кривой, центр и коэффициент инвертирования.—Инверсор Поселье-Липкина.—Катящийся круговой рычаг, как точное прямилло.—Значение и область применения прямил.

Всякий механизм, представляющий собою систему жестких стержней, соединенных в узлах шарнирами, и имеющий в своем составе по крайней мере одну точку, вынужденную (при вращении стержней в узлах) двигаться в силу кинематических условий по прямолинейной траектории, мы будем называть *прямиллом*. Если траектория этой точки (хотя бы в части своей)



Черт. 204.

является прямою в строго геометрическом смысле,—механизм носит название *точного прямилла*, если же эта траектория, не будучи строго прямолинейной, может быть принята за прямую с достаточной для практических целей точностью, механизм называется *приближенным прямиллом*.

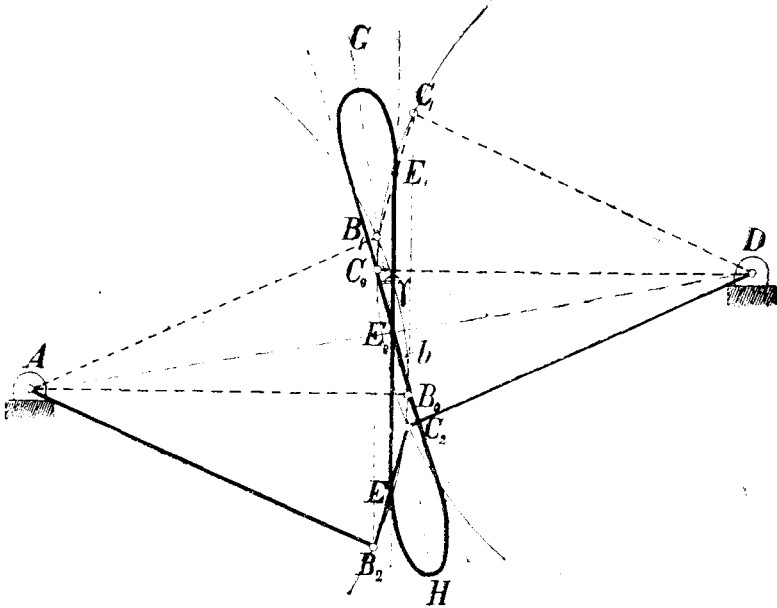
Простейшим приближенным прямиллом может служить простой шарнирный четырехсторонник (черт. 204), поставленный на одно из своих звеньев d . При вращении (или колебании), звеньев a и c , точки звена b (шатун BC) движутся, вообще говоря, по довольно сложным траекториям: крайние точки шатуна B и C вычерчивают, очевидно, окружности с центрами в точках A и D , а все остальные точки шатуна вычерчивают замкнутые кривые 6-го порядка лемнискатного типа (лемнискоиды или кривые с длинным перегибом), имеющие вид

более или менее искаженных восьмерок. Эти лемнискоиды расположены симметрично относительно станины d , имея на линии станины точки пересечения своих ветвей. Средние участки этих восьмерок, лежащие вблизи точки пересечения их ветвей, довольно близко подходят к прямой линии; можно показать (на этом доказательстве мы останавливаться не будем), что траекторию, наиболее приближающуюся в средней своей части (около точки пересечения своих ветвей) к прямой, дает такая точка T_2 шатуна, которая делит длину b шатуна на части, обратно пропорциональные звеньям a и c .

Благодаря этому свойству траекторий средних точек шатуна шарнирного четырехсторонника, последний может быть применен в качестве простейшего приближенного прямилла.

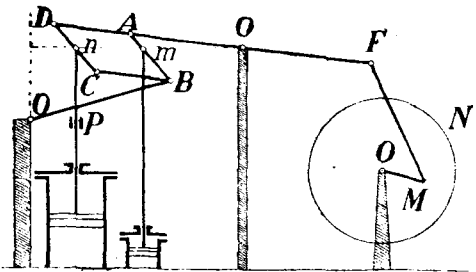
Это свойство использовано Уаттом, изобретателем первой имеющей практическое значение паровой машины, в двух своих механизмах, примененных им для прямолинейного направления поршневого штока насоса в построенной им балансирной паровой машине.

Первый из этих механизмов называется простым прямым Уатта (черт. 205). Этот механизм представляет собою не что иное, как шарнирный



Черт. 205.

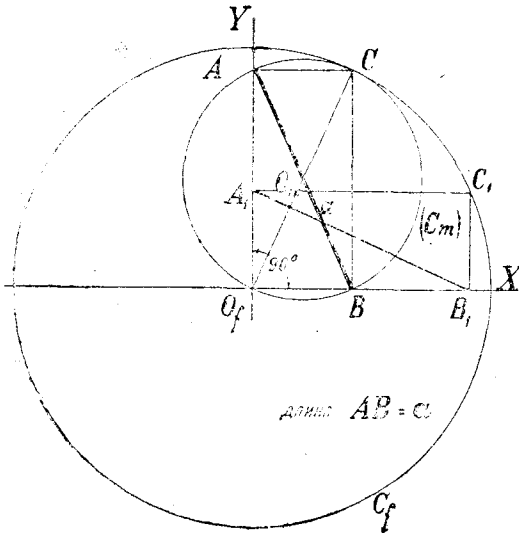
четырёхсторонник; неподвижный стержень AD отсутствует, как излишний, так как неподвижность шарниров A и D обеспечена непосредственным креплением их к общей станине (фундаменту). Неподвижный шарнир D является центром колебаний балансира паровой машины. Стержни CD и AB играют роль колебателей, а стержень BC , носящий название серьги, — роль шатуна к средней точке серьги (надо заметить, что в простом прямом Уатта звенья CD и AB равны) в точке E подвешен на шарнире поршневой шток насоса. При колебаниях балансира (не свыше 25° в каждую сторону от своего среднего положения), точка E серьги вычерчивает среднюю часть (изображенной на черт. 205) лемнискаты, весьма мало уклоняющуюся от прямой линии. Простое прямое Уатта применяется иногда, как самопишущий прибор, в индикаторах для прямолинейного ведения карандаша, вычерчивающего диаграмму давления в цилиндре и в станках для испытания металлов.



Черт. 206.

Дополнив простое прямое еще двумя стержнями, составляющими вместе с серьгой и продолжением балансира шарнирный параллелограмм $ABCD$, (черт. 206), получим механизм, называемый сложным прямым или параллелограммом Уатта, в котором приближенное прямолинейное движение совершают две точки II и III , а потому при помощи этого механизма можно получить при качании балансира прямолинейное движение двух стержней, а именно поршневых штоков парового цилиндра и цилиндра насоса.

Из числа других приближенных прямил отметим прямоило Ивенса, устройство которого основано на свойствах подробно разобранных выше кругов Кардана. Известно ¹⁾, что середина O_m отрезка $AB = a$, принужденного скользить своими концами A и B по координатным осям X и Y (черт. 207) движется по окружности с центром в начале координат O_f и с радиусом, равным $\frac{a}{2}$. Заставив, поэтому, конец B стержня a скользить по оси X -ов, а середину O_m вращаться около начала координат O_f , мы принудим другой конец A того же стержня скользить по оси Y -ов, т. е. совершать прямолинейное движение.



Черт. 207.

В прямоиле Ивенса прямолинейное движение конца B по оси X -ов заменено качанием точки B около весьма удаленного центра, лежащего на перпендикуляре к оси X -ов; таким образом, точка B движется не по точной прямой, а по дуге окружности весьма большого радиуса, т. е. по линии, небольшой участок, которой весьма мало отличается (при достаточно большом радиусе) от прямой, в силу чего траекторией принужденного движения точки A будет служить не точная прямая, а лишь некоторое ее приближение. Таким образом, в приближенном прямоиле Ивенса принужденное движение точки A по приближенной прямой осуществляется колебательным движением точки B , шарнирно соединенной возможно

длинным неподвижным центром качания (лежащим на перпендикуляре к оси X -ов), и вращательным движением точки O_m , шарнирно соединенной стержнем длиной $\frac{a}{2}$ с неподвижным центром вращения в начале координат.

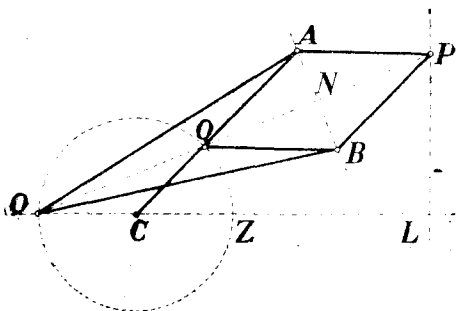
Если же при помощи особых направляющих (ползун в параллелях) заставить точку B , взамен качания около отдаленного центра, двигаться по точной, прямой, то и точка A будет совершать точное прямолинейное движение. Однако, этот механизм не будет уже шарнирным многосторонником, так как одна из вращательных пар (весьма удаленный центр) будет заменена в нем парой поступательного движения (ползун и параллели); конструкция эта даже не может быть названа „прямоилом“ в собственном смысле слова, так как она служит не для преобразования движения по кругу в прямолинейное, а лишь для преобразования прямолинейного движения по оси X -ов в прямолинейное же движение по оси Y -ов.

Оба рассмотренных выше прямоила (Уатта и Ивенса) относятся, как мы видели, к числу приближенных прямил.

¹⁾ См. § 17.

Из весьма многочисленных приборов, предложенных в качестве точных прямых и известных под названием инверсоров, остановимся лишь на так называемом инверсоре Поселье-Липкина²⁾.

Прибор этот имеет следующее устройство (черт. 208): к шарнирному ромбу $APBQ$ прикреплены шарнирами A и B два равных стержня AO и BO ,



Черт. 208.

которые соединены друг с другом шарниром O ; точка O остается неподвижной и представляет собою центр вращения стержней AO и BO . Стержень AQ , являющийся одной из сторон ромба, продолжен за шарнир Q и может в свою очередь, вращаться около неподвижной точки C , положение которой выбрано, таким образом, что расстояние CQ равно расстоянию CO .

Из свойств равнобедренных треугольников AOB , AQB и APB легко вывести, что прямая OP , во-первых, всегда совпадает с диагональю QP ромба,

и, во-вторых, всегда перпендикулярна другой диагонали AB того же ромба.

Можно показать, что при движении механизма всегда имеет место соотношение:

$$OQ \cdot OP = \text{const.}$$

Действительно:

$$OQ = ON - QN \text{ и } OP = QN + NP$$

Но $NP = NQ$ по свойствам ромба.

Поэтому:

$$OQ = ON - QN \text{ и } OP = ON + QN$$

Умножая эти равенства почленно друг на друга, получим:

$$OQ \cdot OP = ON^2 - QN^2$$

Но:

$$ON^2 = OA^2 - AN^2 \text{ и } QN^2 = QA^2 - AN^2.$$

Откуда:

$$OQ \cdot QP = OA^2 - QA^2 = \text{const.},$$

так как стержни OA и QA имеют постоянную длину.

Заметив, таким образом, что произведение $OQ \cdot OP$ при всех возможных положениях механизма сохраняет постоянную величину, опустим из какого-либо положения точки P перпендикуляр PL на неподвижную прямую OC . Из подобия прямоугольных треугольников OLP и OQZ получим:

$$\frac{OL}{OQ} = \frac{OP}{OZ},$$

т. е.

$$OL = \frac{OQ \cdot OP}{OZ} = \text{const.},$$

²⁾ Этот прибор был предложен независимо и почти одновременно французским офицером Поселье и русским студентом Липкиным.

потому что числитель $OQ \cdot OP = \text{const}$ по только что доказанному, а знаменатель $OZ = 2 OC = \text{const}$, как диаметр данной нам окружности постоянного радиуса OC .

Таким образом мы получили, что длина OL , представляющая собою величину проекции переменного отрезка OP на прямую OL , сохраняет постоянное значение при всех возможных положениях отрезка OP : очевидно, это возможно лишь в том случае, когда точка P движется по прямой линии, перпендикулярной линии OC .

Из изложенного видно, что инверсор Поселье—Липкина представляет собою точное прямилло, так как точка P этого механизма при вращении стержней инверсора около шарниров, вычерчивает точную прямую, перпендикулярную линии, соединяющей между собою обе неподвижные точки O и C рассматриваемого прибора ¹⁾.

В виде другого примера точного прямилла упомянем о так называемых, катящихся рычагах, т. е. о криволинейном рычаге, построенном по дуге окружности радиуса R и катящемся (внутренним катанием) по неподвижной дуге

¹⁾ Теория рассмотренного нами прямилла Поселье—Липкина, как и теория целого ряда других точных прямил, представляет собою частный случай применения более общей теории, основанной на свойствах так называемой инверсии кривых; поэтому то эта категория точных прямил и носит название инверсоров.

Имея какую-либо кривую, выраженную в полярных координатах (с началом координат в точке O) уравнением

$$S_1 = \varphi(\theta),$$

мы называем инверсией данной кривой другую кривую, выражаемую в тех же полярных координатах уравнением

$$S_2 = \frac{C}{\varphi(\theta)}.$$

Начало полярных координат (точка O) носит при этом название центра инвертирования, а постоянная C — коэффициент инвертирования. Пере-

множив почленно уравнения $S_1 = \varphi(\theta)$ и $S_2 = \frac{C}{\varphi(\theta)}$,

мы получим основное свойство всякого инвертирования в виде равенства:

$$S_1 \cdot S_2 = C = \text{const};$$

отсюда видно, что произведение радиусов векторов кривой и ее инверсии равно постоянному коэффициенту инвертирования.

В частности, инверсией окружности может быть при известных условиях и прямая; это будет, между прочим, тогда, когда центр инвертирования будет находиться на инвертируемой окружности.

Нетрудно видеть, что в прямилле Поселье—Липкина при принудительном вычерчивании (благодаря наличию звена QC) точкой Q окружности (с центром в C), точка P вычерчивает такую прямую PL , которая является инверсией этой окружности, при чем центр инвертирования лежит в точке O . Действительно, взяв точку O за начало и прямую OC за ось полярных координат, т. е. приняв $S_1 = OQ$ и $S_2 = OP$ за переменные радиусы-векторы и $\theta = \angle QOC = \angle P'OC$ за переменный аргумент точек Q и P и обозначив диаметр окружности (с центром в C) через $d = \text{const}$ и расстояние OL через $b = \text{const}$, получим уравнения окружности (с центром в C) и прямой PL в виде:

$$S_1 = d \cos \theta$$

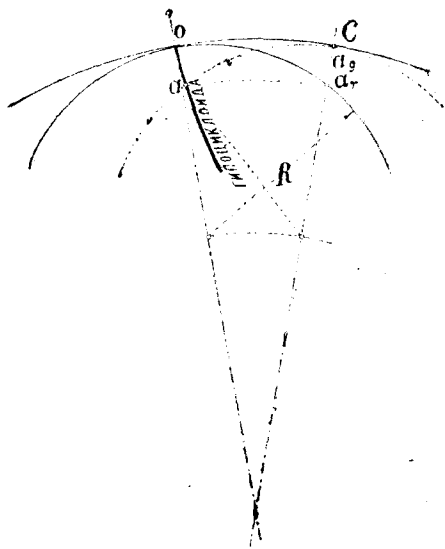
$$S_2 = \frac{b}{\cos \theta},$$

откуда:

$$S_1 \cdot S_2 = bd = \text{const}.$$

Так как это соотношение имеет место при любом положении частей механизма (точки O , Q и P всегда лежат на одной прямой), то прямая PL служит инверсией окружности с центром в точке C , что и требовалось доказать.

окружности радиуса $2R$. Известно ¹⁾, что при внутреннем катании меньшей окружности по большей (черт. 209), любая точка меньшей окружности вычерчивает кривую, называемую гипоциклоидой; если радиус меньшей окружности вдвое меньше радиуса большей окружности, гипоциклоида эта превращается в прямую (диаметр большого круга); этот, именно случай и имеет место в рассматриваемом механизме. Поэтому при катании катящегося кругового рычага по круговой дуге (вдвое большего радиуса) неподвижного основания, любая точка (например, один из концов) катящегося рычага будет двигаться по точной прямой, проходящей через неподвижный центр дуги основания.



Черт. 209.

Кроме указанных выше механизмов, имеется целый ряд и других систем приближенных и точных прямил; большинство из них основаны на преобразованиях движений шарнирных цепей и представляют собою плоские многозвенные шарнирные многосторонники. Среди них можно упомянуть, например, о прямиллах Гарта и о целом ряде прямил русского академика Чебышева, найденных им при помощи разработанной им специальной теории особых функций, называемых функциями, наименее уклоняющимися (в определенных пределах изменения независимого переменного) от нуля ²⁾ (перекрестный механизм Чебышева, непрерывный трансформатор Чебышева и т. п.).

Оценивая, в заключение, роль, которую играют в машиностроении рассмотренные нами механизмы, как направляющие прямолинейного движения, необходимо указать, что принудительные прямолинейные движения какой-либо части машины простейшим способом осуществляется (без всякой помощи каких-либо шарнирных механизмов) путем применения простой призматической пары: примером может служить хотя бы ползун поршневого штока насоса, направляемый в своем движении особыми параллелями.

Этот прием, требующий весьма точной и тщательной обработки соприкасающихся плоскостей и цилиндрических поверхностей направляемых и направляющих элементов, в настоящее время наиболее часто и применяется; однако, при этом непременно требуется, чтобы сила, движущая ползун в параллелях, была бы направлена по оси (или почти по оси) направляющей пары: в противном случае проекция действующей силы на направление, нормальное оси, вызовет, с одной стороны, очень большие вредные сопротивления от прижатия ползуна к параллелям, а, с другой стороны, при известных условиях, может действовать разрушительно на части механизма (например, изгиба и ломая поршневой шток насоса).

Для того, чтобы ползун получал свое прямолинейное движение от силы, всегда совпадающей с направлением параллелей, необходимо соединить его шарнирным соединением с такой точкой двигателя, которая имеет прямолинейное

¹⁾ См. § 35, II.

²⁾ См. сочинения П. Л. Чебышева, т. II, изд. 1907 г.

движение того же направления, как принужденное движение ползуна: отсюда видно, что основная роль, которую играют прямилы в машиностроении, есть роль наиболее целесообразной передачи от частей машины, не обладающих прямолинейным движением (например, балансир), к частям машины, обладающим принужденным прямолинейным движением (например, шток поршня насоса).— Важно отметить, что эту роль прямилы выполняют с наименьшей потерей движущей силы, так как прямилы представляют собою простые шарнирные цепи с простейшими парами вращения, связанными значительно меньшей затратой работы на трение, чем призматические пары.

Выше было указано уже на применение различных прямил Уатта в роли прямолинейных направляющих карандаша индикаторов поршневых машин и штока насосов в балансирных машинах. Укажем еще, что приближенные прямилы Ивенса с успехом применялись, как прямолинейные направляющие штоков водяных насосов в поршневых машинах Гаторна, а точные прямилы, основанные на свойствах кругов Кардана,—как прямолинейные направляющие штоков цилиндров воздушных компрессоров Оуэна, в которых ось призматической пары (ползуна и параллелей) движущего цилиндра была перпендикулярна оси воздушных цилиндров¹⁾.

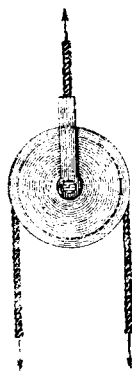
Ст. 4.

Механизмы с гибкою (или жидкою) связью между главными звеньями.

§ 47. Блоки²⁾.

Блоки I и II родов.—Тали или полиспасты.—Дифференциальный блок Вестона.

Блок, как известно, представляет собою деревянный или металлический диск, снабженный на ободке желобком; диск этот может вращаться около оси проходящей через его центр благодаря неизменно скрепленным с телом диска шипам, могущим вращаться в подшипниках обоймы блока.



В виду элементарного характера этого общеизвестного механизма, мы не будем останавливаться на нем особенно подробно.

Очевидно, что в случае неподвижно укрепленного блока (черт. 210), отношение m линейных перемещений крайних элементов механизма, т. е. отношение величины опускания s тягового конца гибкого тела, перекинутого через блок, к величине под-

нятия q грузового конца равно единице, т. е. $m = \frac{s}{q} = 1$,

так как грузовой конец, очевидно, поднимется вверх на ту же величину, на которую опустится вниз тяговой.

Черт. 210.

В случае подвижного укрепления блока (векши), в котором поднимаемый груз прикрепляется к обойме подвижного блока, а один из концов гибкого тела закрепляется неподвижно (черт. 211), для поднятия груза на величину q , т. е. для укорочения на величину q каждой из двух ветвей прохо-

¹⁾ См. Reuleaux, Kinematik, II.

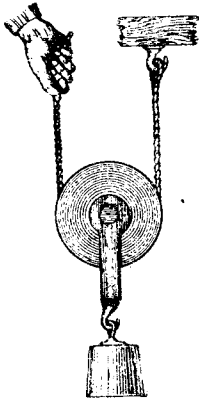
²⁾ Динамическая сторона работы блока рассмотрена ниже в § 59.

дящего через блок гибкого тела, придется выбрать свободный конец гибкого тела на величину $s = 2q$, т. е. отношение линейных перемещений m в этом случае будет равно:

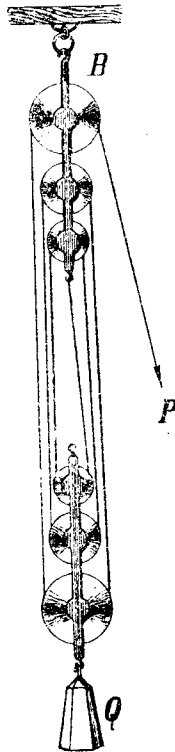
$$m = \frac{s}{q} = \frac{2q}{q} = 2.$$

Точно так же очевидно, что при наличии конструкции (черт. 212) с n подвижными блоками (тали или полиспасть), отношение линейных перемещений крайних элементов будет равно:

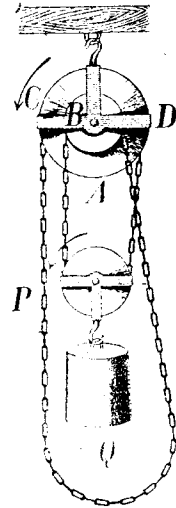
$$m = \frac{s}{q} = 2n.$$



Черт. 211.



Черт. 212.



Черт. 213.

Таким образом при наличии хотя бы одного подвижного блока ($n \neq 0$), $m > 1$, т. е. $s > q$; это значит, что скорость тягового конца (точки приложения движущей силы) в таях больше скорости движения груза, т. е. что применение талей сопряжено с проигрышем скорости. Так как, однако, проигрыш в скорости связан с выигрышем в силе, то тали являются мультипликатором силы, позволяя малыми сравнительно силами поднимать большие грузы.

Та же цель (но с меньшим значительно трением, чем в таях с большим числом блоков) достигается в так называемом дифференциальном блоке Вестона (черт. 213). Главные части этого механизма составляют два неподвижно укрепленных блока (радиусов R и r), неизменно соединенных друг с другом (одна отливка) и сидящих на одной оси, вращающейся в обойме, и бесконечная цепь, проходящая через каждый из этих блоков и через третий подвижный блок, к обойме которого прикреплен груз. Пусть неподвижно укрепленный (двойной) блок повернется около своей оси на угол ε ; конец цепи, сходящей (в точке B) с блока радиуса r , опустится при этом на величину $r\varepsilon$, а конец цепи, входящий (в точке D) на блок радиуса R , поднимется на величину $R\varepsilon$. Таким образом, одна из ветвей цепи, на которой висит подвижный блок (с грузом) опустится на величину $r\varepsilon$, а другая поднимется на величину $R\varepsilon$; следовательно, весь груз поднимется на величину $q = R\varepsilon - r\varepsilon = (R - r)\varepsilon$. Имея при этом в виду, что тяговая часть цепи, сходящая с блока радиуса R (в точке C), опустится при этом на величину $s = R\varepsilon$, легко найти, что отношение m линейных перемещений крайних элементов дифференциального блока будет равно:

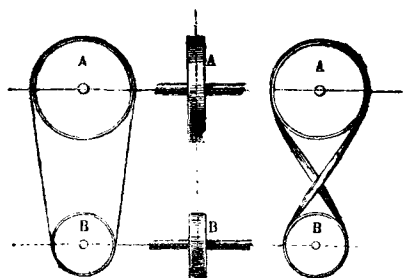
$$m = \frac{s}{q} = \frac{R}{R - r}.$$

Эта формула показывает, что делая радиусы R и r неподвижных блоков весьма близкими друг другу, мы можем сделать величину $R - r$ сколь угодно малой, а отношение m сколь угодно большим. Таким образом в дифференциальном блоке мы можем осуществить сколь угодно большой выигрыш в скорости, а следовательно, достичь больших выигрышей в силе ¹⁾.

§ 48. Гибкая передача ²⁾.

Пара катания. Передаточное число. Открытая перекрестная и полуперекрестная передача. Набегающая и сбегаящая ветви.—Цепная, ленточная, ременная, канатная и канатно-проволочная передача. Натяжные ролики.—Шкивы, блоки, звездочки.—Рабочий и холостой шкивы.—Ступенчатые шкивы и передача с переменным передаточным числом.

Основным элементом всякой гибкой передачи (черт. 214 и 215) является гибкое тело (ремень, канат или цепь), обхватывающее в виде туго натянутой бесконечной ленты два круглых шкива или блока, насаженных на два вала; первый вал, к которому приложена внешняя движущая



Черт. 214.

Черт. 215.

сила, называется ведущим или движущим валом, а второй, получающий свое вращение от первого, ведомым или рабочим валом. Если бесконечная лента гибкой передачи натянута достаточно сильно, то гибкое тело оказывается крепко прижатым к обхватываемым им шкивам или блокам, в виду чего при вращении движущего вала ведущий шкив или блок увлекает за собою (силою трения между шкивом или блоком и гибким телом) плотно прижатый к нему ремень или канат, при чем любой элемент той части гибкого тела, которая обхватывает

шкив, получает стремление вращаться вместе с ним и действительно вращается вместе со шкивом до тех пор, пока не потеряет непосредственное с ним соприкосновение. Получив свое движение от ведущего шкива или блока, гибкое тело передаст это движение ведомому шкиву или блоку (а следовательно и рабочему валу), так как ремень или канат, плотно обхватывая ведомый шкив или блок и будучи плотно прижат к нему, увлекает за собою (силою трения между гибким телом и шкивом или блоком) ведомый шкив или блок, который и начинает вращаться, следуя за гибким телом.

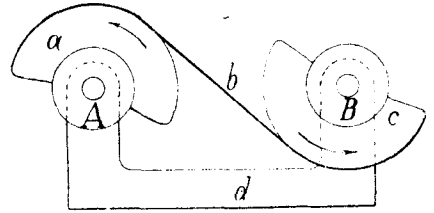
Чрезвычайно важно заметить, что увлекаемый ведущим шкивом или блоком элемент ремня или каната движется вместе с соответствующим ему элементом окружности шкива или блока, не отставая и, конечно, не обгоняя его; то же самое относится и к движению ремня или каната по ведомому шкиву

¹⁾ Блок или система блоков входят, обычно, составной частью в большинство современных подъемных механизмов. Большею частью грузовой крюк укрепляется в обойме подвижного блока. причем грузовой канат или грузовая цепь одним концом закрепляется неподвижно, а другим навивается на грузовой барабан, насаженный на рабочем валу подъемного механизма. Рабочий вал получает свое движение от движущего вала иногда непосредственно, а иногда через промежуточный вал, причем движение от одного вала к другому передается при помощи зубчатых или червячных трансмиссий (сложный ворот или лебедка). Очень распространенной конструкцией является германский подъемник Беккера, в котором блок работает в соединении с червячной передачей; этот подъемник, обладая свойством самоторможения (т. е. автоматически обеспечивая груз от обратного хода), является в то же время по своему устройству и работе очень совершенным подъемным механизмом.

²⁾ Динамическая сторона работы гибкой передачи рассмотрена ниже в § 62.

или блоку, каждый элемент окружности которого, увлекаемый движением гибкого тела, движется вместе с соответствующим ему элементом ремня или каната. Таким образом, при работе гибкой передачи, гибкое тело в своем движении по шкивам или блокам предполагается катящимся по ним без скольжения.

Гибкое тело образует со шкивом или канатом так называемую пару катания (черт. 216), при чем весь механизм простейшей гибкой передачи сводится к четырехзвенной определенной замкнутой цепи с четырьмя кинематическими парами: движущий вал и его подшипники (пара вращения), ведущий шкив и гибкое тело (пара катания), ведомый шкив и гибкое тело (пара катания), рабочий вал и его подшипники (пара вращения). Цепь эта состоит из четырех звеньев: ведущий шкив (с движущим валом), гибкая передача, ведомый шкив (с рабочим валом) и подшипники, при чем роль станины играют подшипники.



Черт. 216.

Предполагая, что натянутый между шкивами или блоками ремень или канат нерастяжим, следует заключить, что линейная скорость всех точек гибкой ленты одна и та же; так как линейная скорость ремня или каната (при отсутствии его скольжения по шкивам или блокам) равна линейной скорости точек окружности любого шкива или блока, то окружные скорости v_1 и v_2 обоих шкивов или блоков гибкой передачи, очевидно, равны между собой, т. е.

$$v_1 = v_2$$

Обозначая через ω_1 и ω_2 угловые скорости вращения движущего и рабочего валов, а через r_1 и r_2 радиусы ведущего и ведомого шкивов или блоков, и замечая, что $v_1 = \omega_1 r_1$ и $v_2 = \omega_2 r_2$, имеем:

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2,$$

откуда для передаточного числа n гибкой передачи получим выражение

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Таким образом, передаточное число гибкой передачи с круглыми шкивами или блоками численно равняется обратному отношению между радиусами шкивов, т. е. выражается той же самой формулой, как и передаточное число фрикционной передачи с круглыми катками или зубчатой передачи с круглыми колесами ¹⁾.

Если гибкое тело обнимает соединяемые шкивы снаружи, то передача носит название открытой (см. выше черт. 214); если ветви бесконечной ленты при переходе с одного шкива на другой перекрещиваются между собою, передача называется перекрестной (см. выше черт. 215).

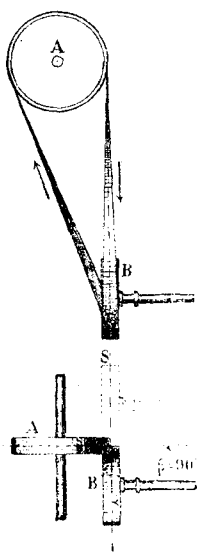
¹⁾ Это совпадение объясняется тождественным кинематическим характером всех этих передач, основанных на взаимном катании (без скольжения друг по другу) двух тел: в гибкой передаче — ремня или каната по шкиву или блоку, в фрикционной передаче — катка по катку и в зубчатой передаче — начальных окружностей друг по другу.

Впрочем, предположение об отсутствии скольжения и о нерастяжимости ремня или каната в гибкой передаче, хотя и близко к действительности, но не вполне точно; на самом деле гибкое тело не вполне нерастяжимо и отчасти скользит по шкивам или блокам, что вызывает некоторое отставание ведомого шкива по отношению к ведущему; потеря в скорости не превышает 3%.

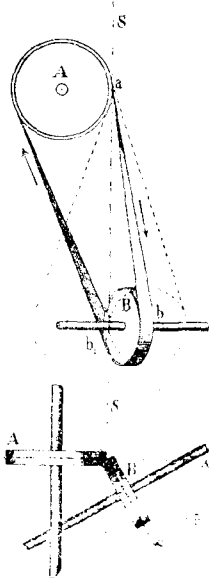
Нетрудно видеть, что в открытой передаче вращение движущего и рабочего валов происходит в одну и ту же сторону, а в перекрестной—в разные.

В обоих приведенных выше примерах оба шкива лежали в одной плоскости, т. е. срединные плоскости обоих шкивов совпадали, а значит движущий и рабочий валы были параллельны друг другу; можно, однако, с известным ограничением применять гибкую передачу и в тех случаях, когда движущий и рабочий валы не параллельны друг другу, т. е. когда срединные плоскости шкивов лежат в разных плоскостях. В последнем случае необходимо лишь

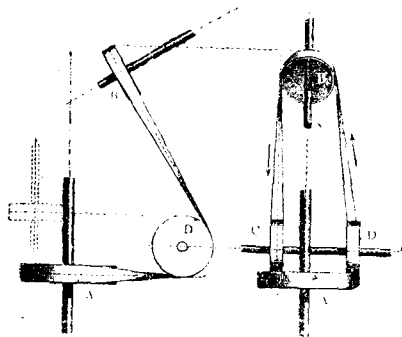
обеспечить передачу от возможного соскакивания ремня со шкивов. Опыт показывает, что главную опасность в этом отношении представляет так называемая набегающая ветвь передачи, т. е. та часть ремня, которая,



Черт. 217.



Черт. 218.



Черт. 219.

двигаясь к данному шкиву, вступает на него: потому, для обеспечения работы гибкой передачи между лежащими в разных плоскостях шкивами неизменным, условием является соблюдение требования, чтобы срединная линия набегающего конца ремня или каната лежала в срединной плоскости соответствующего шкива или блока; что же касается сбегавшей ветви передачи, то сбегавший конец ремня или каната может, как показывает опыт, не лежать в срединной плоскости шкива и вполне безопасно отклоняться от нее на угол даже до 25° . Примером такой передачи может служить так называемая полуперекрестная передача (черт. 217 и 218), соединяющая два шкива, срединные плоскости которых лежат во взаимно перпендикулярных плоскостях; разумеется, такая передача может вращаться только в одну сторону, так как при обратном ходе набегающие и сбегавшие концы поменяются ролями и установленное выше требование по отношению к направлению набегающего конца останется неудовлетворенным. Применяя добавочные шкивы или так называемые направляющие ролики, можно устроить удовлетворяющую приведенному выше требованию передачу между шкивами, как угодно расположенными; пример такой передачи приведен на чертеже 219.

Гибкими телами, которыми пользуются в качестве приводов гибкой передачи, служат плоские кожаные ремни, пеньковые и проволоочные канаты, стальные ленты и железные калиброванные цепи.

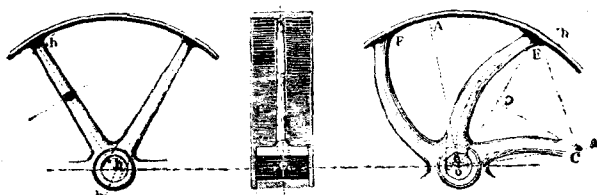
Наиболее употребительной при очень короткой трансмиссии является цепная передача, вытеснившая в настоящее время при близких расстояниях (до 2 м) между движущим и рабочим валами все другие виды гибкой передачи. Приводные цепи применяются, главным образом, в виде шарнирных цепей Галля, состоящих из нескольких рядов железных пластинок, соединенных стальными шарнирными болтами (цевками), или, реже, в виде калиброванных сварных цепей с овальными звеньями. Цепи эти требуют вместо шкивов цепных колес, называемых звездочками, выступы которых входят в углубления звеньев цепи, чем и обеспечивается надежная передача движения от звездочки и цепи к обратно. Расстояние между осями соседних шарниров в цепях Галля обычно колеблется от 20—90 мм, а ширина цепи (длина шарнирного болта) от 30—150 мм. Передача эта совершенно исключает возможность скольжения цепи по колесу, а потому и является наиболее надежной, чем и объясняется ее распространенность.

При больших расстояниях между валами шарнирно-цепная передача становится слишком тяжелой и при расстояниях до 8 м весьма часто применяется ременная передача. Плоские трансмиссионные или приводные ремни изготавливаются обычно из бычьей или воловьей кожи; максимальная ширина их не превышает 500 мм и максимальная толщина 8 мм; более широкие (до 1200 мм) и более толстые ремни изготавливаются при помощи продольного сшивания и поперечного склеивания и сшивания нескольких обычных ремней. Концы ремней соединяются в бесконечную ленту так же при помощи сшивания или при помощи особых винтов с плоскими головками. Передаточное число ременной передачи обычно находится в пределах $\frac{1}{5}$ —5. Скорость ремня достигает 40 м/сек. Иногда ремень заменяется стальной лентой из закаленной специальной стали, толщина которой колеблется от 0,2—1 мм и ширина от 12—150 мм. Ременная передача представляет собою наиболее употребительный способ передачи от главного движущего вала мастерской к рабочим валам станков.

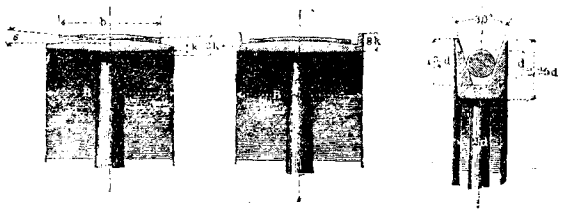
При расстояниях между валами до 25 м приходится уже применять канатную передачу; обыкновенный приводной канат изготавливается из пеньки, джута или хлопчатой бумаги; хлопчатобумажные канаты более гибки, но зато и более дороги по сравнению с пеньковыми. Диаметр пенькового каната обычно берется в пределах от 25—50 мм. Скорость каната достигает 30 м/сек.

Наконец, при значительно больших расстояниях, доходящих до нескольких сот метров, применяется канатно-проводочная передача, при чем проводочный приводной канат изготавливается обычно диаметром от 10—30 мм; скорость каната достигает до 25 м/сек. Надо, впрочем, оговорить, что проводочно-канатный тип передачи в настоящее время почти везде вытеснен электрической передачей.

Для получения необходимого прижатия гибкого тела к шкиву или блоку при ременной передаче применяются так называемые натяжные ролики, постоянно натягивающие бесконечную ленту, благодаря действию особого рычага с грузом или особые натяжные салазки которые применяются также и при пеньковой канатной передаче. При проводочно-канатной передаче натяжение каната достигается исключительно собственным весом.



Черт. 220.



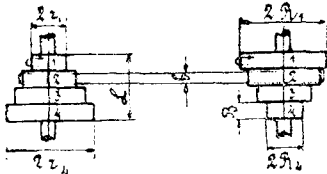
Черт. 221.

Плоские трансмиссионные ремни и плоские стальные ленты требуют шкивов, приводные пеньковые и проводочные канаты — блоков (т. е. шкивов с желобками) и калиброванные цепи, — как на это указывалось выше, — особых цепных колес, называемых звездочками. Материалом для этих частей механизма (черт. 220 и 221) в современном машиностроении обычно служит чугун, иногда литое железо и, в очень редких случаях, дерево.

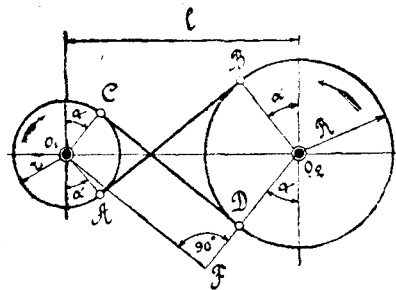
Рядом с рабочим шкивом, наглухо насаженным на рабочий вал и соединенным с ним шпонкою, на том же валу свободно насаживают иногда так называемый холостой шкив (того же диаметра), могущий вращаться на валу независимо от вала. Сдвигая, при помощи особого устройства (рычаг и вилка), ремень с рабочего шкива на холостой, мы, очевидно, выводим рабочий вал из соединения с движущим валом, т. е. выключаем двигатель, а наводя ремень с холостого шкива на рабочий, обратно включаем двигатель ¹⁾.

Кроме шкивов обычного цилиндрического типа, в гибкой передаче применяют иногда ступенчатые и конические шкивы. Обе эти конструкции имеют целью изменять передаточное число данной трансмиссии.

Ступенчатый шкив (черт. 222) представляет собою ряд цилиндрических шкивов разных диаметров, представляющий, обычно, одну отливку; каждый из таких цилиндрических шкивов носит название ступени ступенчатого шкива. Ступенчатые шкивы всегда бывают парными: на ведущем валу насаживается



Черт. 222.



Черт. 223.

один ступенчатый шкив той же пары, т. е. того же числа ступеней. Обозначим радиусы последовательных ступеней первого ступенчатого шкива через $R_1, R_2, \dots, R_n$ и радиусы последовательных ступеней второго ступенчатого шкива через $r_1, r_2, \dots, r_n$; перекидывая бесконечный ремень через первые ступени шкивов, мы получим трансмиссию с передаточным числом $n_1 = \frac{r_1}{R_1}$, перекидывая ремень последовательно через вторые, третьи и т. д. ступени шкивов, мы будем изменять передаточное число нашей трансмиссии, давая ему последовательно ряд значений:

$$n_2 = \frac{r_2}{R_2}, \quad n_3 = \frac{r_3}{R_3}, \quad n_n = \frac{r_n}{R_n}.$$

Таким образом, при помощи данной пары ступенчатых шкивов, мы путем последовательного сдвижения ремня на соседнюю пару ступеней сможем передавать вращение от движущего вала к рабочему валу с различными передаточными числами; количество различных комбинаций, очевидно, равно числу пар ступеней шкивов.

¹⁾ Ободу приводных шкивов для плоских ремней на внешней его цилиндрической поверхности (на которую ложится набегающий на шкив ремень) придается, иногда некоторая выпуклость; оказывается, что при наличии этой выпуклости ремень автоматически стремится расположиться своей средней линией в плоскости симметрии шкива, что и служит наилучшим обеспечением против соскакивания ремня; впрочем, поверхность обода ведущего шкива, а также и тех шкивов, по которым ремни во время хода трансмиссии должны передвигаться, обычно выпуклостью не снабжаются.

Мы будем в состоянии последовательно сдвигать бесконечный ремень с одной пары ступеней на соседнюю лишь в том случае, если ремень этот одинаково плотно обхватывает любую пару ступеней данных ступенчатых шкивов: иначе бесконечная лента будет бесполезно скользить по некоторым парам и не сможет быть одета на другие.

Рассмотрим, какое отношение должно существовать между радиусами соответствующих ступеней двух парных ступенчатых шкивов, чтобы все ступени данной пары можно было обслуживать одним бесконечным ремнем длины L . Ограничимся случаем перекрестной передачи (черт. 223).

Обозначая угол обхвата ремня и шкива через $(\pi + 2\alpha)$, для перекрестной передачи имеем:

$$L = (\pi + 2\alpha) \cdot r + (\pi + 2\alpha) R + 2d,$$

где

$$d = o_1 o_2 \cos \alpha = l \cos \alpha,$$

т. е.

$$L = (\pi + 2\alpha) \cdot (r + R) + 2l \cos \alpha.$$

Для определения угла α заметим, что

$$o_2 F = o_1 o_2 \sin \alpha, \text{ т. е.}$$

$$\sin \alpha = \frac{o_2 F}{o_1 o_2} = \frac{r + R}{l},$$

откуда

$$\alpha = \arcsin \frac{r + R}{l}.$$

Подставляя это значение угла α в приведенное выше выражение для L , получим:

$$L = (\pi + 2 \arcsin \frac{(r + R)}{l}) (r + R) + 2l \sqrt{1 - \frac{(r + R)^2}{l^2}}.$$

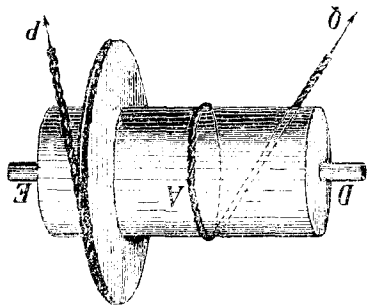
Отсюда видно, что длина ремня L зависит только от величины суммы $r + R$ радиусов соответствующих ступеней данного ступенчатого шкива, но не зависит от величины каждого из радиусов r и R в отдельности; поэтому при постоянной величине суммы $r + R$ для любой пары соответствующих ступеней один и тот же бесконечный ремень (длиною L) может быть признан пригодным для всех пар соответствующих друг другу ступеней данной пары ступенчатых шкивов ¹⁾.

¹⁾ Динамические свойства гибкой передачи рассмотрены в § 62.

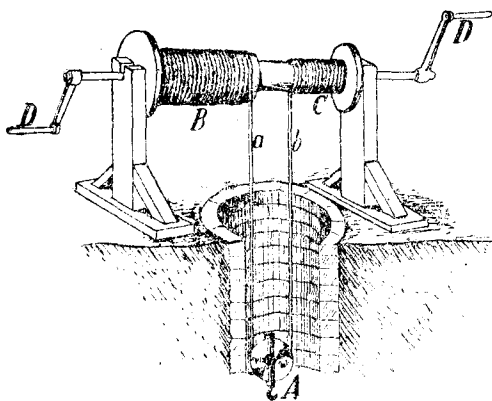
§ 49. Ворот и кабестан.

Отношение линейных перемещений крайних элементов.—Дифференциальный ворот.—Конический и коноидальный барабан.—Бобины.—Кабестан.

Ворот (черт. 224), в простейшей своей форме, состоит из вращающегося на своей оси DE барабана A (радиуса r) с концентрически насаженным на него тяговым колесом (радиуса R); на барабан навивается веревка, один конец которой закрепляется на барабане, а к другому подвешивается поднимаемый груз; тяговая веревка навита на тяговое колесо. При повороте вала ворота



Черт. 224.



Черт. 225.

на угол ε , тяговой конец опустится на величину $s = R\varepsilon$, а грузовой поднимется на величину $q = r\varepsilon$; поэтому отношение m линейных перемещений крайних элементов механизма будет равно:

$$m = \frac{s}{q} = \frac{R}{r}.$$

Так как R всегда больше, чем r , то $m > 1$, т. е. $s > q$; таким образом, применение ворота всегда сопряжено с проигрышем в скорости, но зато и с выигрышем силы, в чем и состоит цель этой машины.

Та же цель достигается применением так называемого дифференциального ворота (черт. 225), состоящего из двух составляющих одно целое барабанов B и C различных радиусов R и r ; на эти барабаны навиты концы веревки, проходящей через подвижный блок, к обойме которого прикреплен поднимаемый груз.

При повороте вала дифференциального ворота на угол ε , конец веревки, наматываемый на барабан B , поднимается на величину $R\varepsilon$, а другой конец той же веревки, сматывающийся с барабана C , опустится на величину $r\varepsilon$. Таким образом, одна ветвь a , на которой подвешен подвижный блок с грузом, поднимется на величину $R\varepsilon$, а другая ветвь b — опустится на величину $r\varepsilon$; это значит, что груз поднимется на величину $q = (R - r)\varepsilon$. Если считать, что усилие, вращающее ворот, приложено к рукоятке радиуса R' , то точка приложения движущей силы при повороте вала ворота на угол ε пройдет, очевидно, путь, рав-

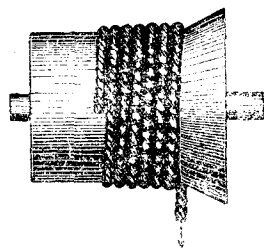
ный $s = R'\varepsilon$. При таких условиях передаточное число m линейных перемещений для дифференциального ворота будет равно:

$$m = \frac{s}{q} = \frac{R'}{R - r}.$$

Эта формула (аналогично формуле для отношения линейных перемещений дифференциального блока ¹⁾) показывает, что при близких друг другу величинах радиусов R и r мы можем сделать отношение m весьма большим. Таким образом, в дифференциальном ворота мы можем осуществить сколь угодно большой проигрыш в скорости, т. е. достичь большого выигрыша в силе.

В некоторых случаях требуется иметь такие барабаны, при постепенном навивании на которые грузового конца веревки или цепи отношение m линейных перемещений должно постепенно изменяться.

При круглых канатах этого достигают, давая барабану (или части его) коническую или конoidalную форму (черт. 226). Очевидно, что при каждом следующем обороте вала ворота подъем груза совершается быстрее или медленнее, в зависимости от того, в какую сторону навивается грузовой конец веревки. Такой случай, между прочим, встречается в подъемных машинах глубоких шахт; когда поднимаемый груз находится на дне шахты, поднимать приходится не только груз, но и значительную часть подъемного каната (иногда значительного веса); по мере же поднятия груза, вес поднимаемой части каната, постепенно наматывающегося на барабан, постепенно уменьшается, а потому вначале подъема (при постоянном вращающем усилии) требуется больший выигрыш в силе (т. е. меньший проигрыш в скорости), чем в конце его.



Черт. 226.

При плоских ремнях этой же цели достигают при помощи узких цилиндрических барабанов, называемых бобинами, где каждый следующий оборот плоского ремня ложится на предыдущий, что, очевидно, равносильно постепенному увеличению радиуса барабана.

Вертикально установленный ворот носит название шпилья или кабестана.

¹⁾ См. выше § 47.

О т д е л III.

Кинетика простых машин.

Г л а в а I.

§ 50. Задачи динамического исследования равномерного движения простых машин.

Кинетика машин, как известно, занимается рассмотрением происходящих в машине процессов преобразования работы, изучая при этом законы взаимодействия принимающих участие в этом процессе сил. Выше было установлено ¹⁾, что мерилом, характеризующим техническую успешность происходящего в машине процесса преобразования работы T_m движущей силы в работу T_u полезного сопротивления, служит коэффициент полезного действия $\eta = \frac{T_u}{T_m}$, представляющий собою отношение работы, затраченной на машину, к работе, полученной от нее, а мерилом, характеризующим успешность процесса преобразования сил—коэффициент преобразования силы $k = \frac{P}{Q}$, представляющий собою отношение движущей силы P к силе Q полезного сопротивления.

Определение этих коэффициентов и выявление зависимости их от различных конструктивных особенностей машины и составляет основную задачу кинетики машин, рассматриваемой как часть практического машиноведения.

Отметим, прежде всего, что указанные коэффициенты могут правильно выражать оценку результатов работы машины лишь при работе в нормальных ее условиях, каковым является, как это было пояснено выше, установившееся равномерное движение машины; в этом случае силы инерции, проявляющиеся лишь при изменении скорости, т. е. в периоды пуска и остановки, отсутствуют, и движущие силы и силы сопротивлений (полезных и вредных) находятся в состоянии динамического равновесия.

Наиболее удобным исходным пунктом исследования работы машины может служить уравнение ее движения, написанное в своей наиболее общей формулировке, т. е. в виде закона сохранения энергии.

Для идеальной машины этот закон, как известно, может быть сформулирован в виде равенства

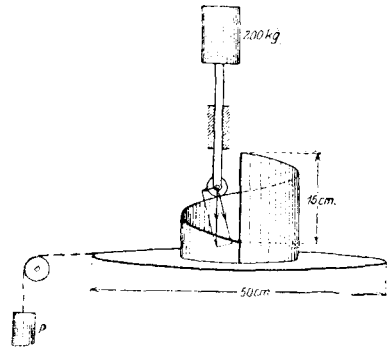
$$T_m = T_u.$$

¹⁾ См. § 4.

На основании этого закона мы можем сразу же установить и оценить основной характер и результаты работы всякой машины, совершенно отвлекаясь от конструкции промежуточных элементов машины и от способа передачи через них затрачиваемой на машину работы.

Возьмем, в виде примера, механизм подъемного винта, где движущей силой является заворачивающее усилие P и полезным сопротивлением поднимаемый груз Q .

Предположим, что силы вредных сопротивлений отсутствуют, т. е. что мы имеем случай идеальной машины. Идея этого механизма наглядно изображена на черт. 227, где движущее усилие условно изображено в виде груза, вращающего диск (радиуса $R = 50 \text{ cm}$) с наглухо укрепленным на нем винтовым витком (с ходом $h = 15 \text{ cm}$), а полезное сопротивление в виде груза ($Q = 200 \text{ килогр.}$), поддерживаемого стержнем, опирающимся (при помощи ролика) на винтовой ход. Для нахождения величины необходимого движущего усилия P , заметим, что при полном обороте витка, точка приложения движущего усилия пройдет путь, равный длине окружности $2\pi R$, т. е. $T_m = P \cdot 2\pi R$; в это время стержень, очевидно, поднимается на высоту хода $h = 2\pi R t g \alpha$ винтовой нарезки, т. е. $T_u = Q \cdot 2\pi R t g \alpha$. Отсюда имеем:



Черт. 227.

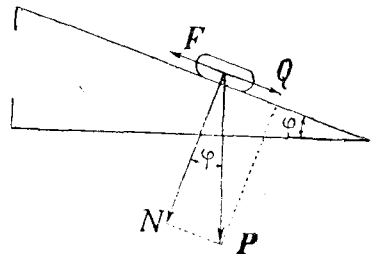
$$P \cdot 2\pi R = Q \cdot 2\pi R t g \alpha,$$

т. е. $P = Q t g \alpha = \approx 19 \text{ килогр.}$

Чрезвычайно важно обратить особое внимание на то обстоятельство, что в этом расчете конечный результат оказался совершенно независимым от абсолютных величин R и h размеров частей машины, т. е. от абсолютной величины диаметра вращающего диска и от абсолютной величины хода винта, но зависящим исключительно от угла α подъема винтовой линии r (т. е. от отношения абсолютных величин $\frac{h}{R}$ характеризующих не величину отдельных частей, а форму механизма). Таким образом, тот же самый численный результат (19 килогр.) мы получили бы и для всех других винтов того же самого подъема α с любым ходом h .

В виде второго примера возьмем наклонную плоскость (черт 228), приняв при этом во внимание трение, т. е. учитывая в этой машине потери работы на преодоление вредных сопротивлений; в этом случае, очевидно мы можем говорить не только о величине коэффициента k преобразования силы, но и о коэффициенте η полезного действия.

Считая, что груз P поднимается на наклонную плоскость движущей силой F , параллельной этой плоскости, и обозначая длину пути по наклонной плоскости через l , а высоту подъема через h , имеем:



Черт. 228.

$$T_m = Fl;$$

$$T_u = Ph = Pl \sin \alpha.$$

Имея в виду, что сила Q вредного сопротивления (трения) противоположна по направлению силе F и пропорциональна нормальному давлению

$N = Q \cos \varphi$, прижимающему груз к наклонной плоскости, т. е. принимая, что сила трения $QfP \cos \varphi$, для работы T_k трения на пути l получим выражение:

$$T_k = fP \cos \varphi \cdot l,$$

где f есть коэффициент трения.

Применяя закон сохранения энергии, имеем:

$$Fl = Pl \sin \varphi + Pl \cos \varphi$$

или

$$F = P \sin \varphi + fP \cos \varphi = P \frac{\sin (\varphi + \varphi')}{\cos \varphi},$$

так как $f = \operatorname{tg} \varphi'$, где φ' есть угол трения.

Так же, как и в предыдущем случае, мы видим здесь, что конечный результат совершенно не зависит от абсолютных величин l и h , т. е. от абсолютных размеров частей машины, но лишь от угла подъема φ (т. е. от отношения $\frac{l}{h}$, характеризующего не величину отдельных частей, а форму механизма).

Отсюда, прежде всего, получим:

$$k = \frac{F}{P} = \frac{\sin (\varphi + \varphi')}{\cos \varphi}$$

Далее имеем:

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{P \cdot l \sin \varphi}{P \cdot \frac{\sin (\varphi + \varphi')}{\cos \varphi} \cdot l} = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{\sin (\varphi + \varphi')}.$$

Вид полученных нами выражений для k и η показывает, что эти коэффициенты оказались независимыми не только от величины абсолютных размеров l и h машины, но и от величины абсолютных размеров сил P и F , а следовательно имеющими значение для всех наклонных плоскостей с углом подъема φ и всех грузов, движущихся по этой плоскости; влияние на величину этих коэффициентов может в рассмотренном нами случае наклонной плоскости оказывать лишь угол подъема φ .

Таким образом, примененный нами метод не только дает возможность простейшего вычисления коэффициентов k и η , но и указывает в конечном результате на те факторы, изменение которых влияет на изменение этих коэффициентов.

Г л а в а II.

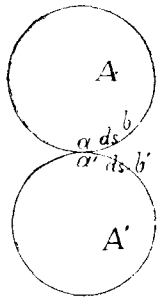
Вредные сопротивления в машинах.

§ 51. Два вида трения.

Представим себе два тела, прижатые друг к другу некоторыми силами и движущиеся относительно друг друга таким образом, что во все время движения между ними существует постоянное соприкосновение; опыт показывает, что при таком движении в точках соприкосновения этих тел всегда появляются некоторые силы, стремящиеся помешать этому движению и называемые силами трения. Так как силы эти стремятся противодействовать

движущей силе, бесполезно уменьшая результат ее действия, то их необходимо отнести к числу вредных сопротивлений, развивающихся при движении; таким образом, часть работы движущей силы, — как на это неоднократно указывалось выше, — неизбежно должна быть истрачена на преодоление работы трения. Видимый результат этой затраты выразится в тепловых или электрических явлениях, сопровождающих трение; при достаточной величине работы трения эти явления становятся доступными непосредственному наблюдению и измерению. С этой точки зрения сущность явления трения заключается в переходе части работы движущей силы (или запаса живой силы видимого движения тела) в живую силу молекулярных движений, проявляющихся в виде теплоты или электричества.

Положим, что тела A и A' (черт. 229), находясь постоянно в соприкосновении друг с другом, определенным образом движутся относительно друг друга, и что в данный момент точка a тела A соприкасается с точкой a' тела A' ; по прошествии бесконечно малого промежутка времени dt оба тела A и A' займут некоторое новое относительное положение и будут, в общем случае, соприкасаться некоторыми другими своими точками b и b' , бесконечно близкими к точкам a и a' . Обозначая дугу ab через ds и дугу $a'b'$ через ds' , мы будем различать следующие два предельных случая:



Черт. 229.

1) одна из этих дуг, например, ds , равна нулю; это значит, что в данном случае во все время движения с различными точками тела A' находилась в соприкосновении одна и та же точка a тела A . В этом случае можно сказать, что тело A скользило (точкой a) по поверхности тела A' , и наблюдаемое при этом трение носит название трения скольжения (трения первого рода);

2) обе дуги ds и ds' равны между собою; это значит, что в этом случае во время движения точка a тела A была в соприкосновении лишь с определенной, соответствующей ей, точкою a' тела A' , а с другими точками тела A' приходили в соприкосновение последовательно другие точки тела A . В данном случае говорят, что тело A катилось по поверхности тела A' , и проявляющееся при этом трение называют трением катания (трением второго рода).

Если $ds \neq ds' \neq 0$, т. е. дуга ds не равна ни нулю (первый случай), ни дуге ds' (второй случай), то мы имеем соединение скольжения (на пути ds — ds) с катанием (на пути ds').

§ 52. Законы трения скольжения твердых тел.

Трение в призматической паре (наклонная плоскость). — Трение во вращательной паре (подшипник). — Влияние смазки. — Угол трения и коэффициент трения.

Известные нам законы трения установлены преимущественно путем опытов и должны быть, в современной своей формулировке, признаны лишь приближительными ¹⁾.

¹⁾ Один из первых опытов принадлежал еще Леонардо-да-Винчи; классические опыты с трением были произведены Кулоном; результаты их изложены в его работе: „Теория простых машин в связи с трением и жесткостью веревок“ (1781); эти опыты были подтверждены впоследствии Мореном; из опытов последнего времени могут быть отмечены опыты Пуаре и Боте. Из русских исследований заслуживает особого внимания капитальное исследование проф. Петрова: „Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости“ (1883).

Согласно основному закону трения, установленному чисто эмпирическим путем, сила трения скольжения F пропорциональна нормальному давлению N , прижимающему друг к другу поверхности трущихся тел, т. е.

$$F = fN,$$

где коэффициент пропорциональности (отвлеченное число),

$$f = \frac{F}{N}$$

носит название коэффициента трения скольжения.

Величина коэффициента трения f зависит от материала трущихся тел, а также от физических свойств и состояния трущихся поверхностей; для определения величины коэффициента трения пользуются наклонною плоскостью, угол α наклона которой можно по произволу изменять.

Разлагая вес P тела, положенного на наклонную плоскость (черт. 246), на две составляющих: нормальную к наклонной плоскости $N = P \cos \alpha$ и параллельную наклонной плоскости $Q = P \sin \alpha$, мы видим, что при скольжении тела по наклонной плоскости движущей силой будет сила $Q = P \sin \alpha$. При достаточно малых углах α , т. е. при $\alpha < \varphi$ (где величина φ зависит от физических свойств и состояния трущихся тел), тело, положенное на наклонную плоскость, будет оставаться в покое, так как движущая сила $Q = P \sin \alpha$ будет меньше задерживающей это движение силы трения F ; при достаточно больших углах, α , т. е. при $\alpha > \varphi$, тело, положенное на наклонную плоскость, будет скользить по ней, так как движущая сила $Q = P \sin \alpha$ будет больше противодействующей этому движению силы трения F . Очевидно, что при $\alpha = \varphi$, т. е. в предельном положении наклонной плоскости, соответствующем переходу тела из состояния покоя в состояние движения (предельное положение равновесия в момент начала движения), движущая сила $Q = P \sin \alpha = P \sin \varphi$ и сила трения F будут, очевидно равны между собою, т. е.

$$Q - F = 0,$$

т. е.

$$F = P \sin \varphi,$$

или, так как

$$N = P \cos \varphi, \text{ т. е. } P = \frac{N}{\cos \varphi},$$

$$F = N \operatorname{tg} \varphi,$$

т. е.

$$\frac{F}{N} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Имея в виду установленное выше равенство

$$\frac{F}{N} = f,$$

приходим к заключению, что

$$f = \operatorname{tg} \varphi.$$

Угол наклона φ , — т. е. предельное положение угла наклона α , при котором данное тело начинает скользить по данной наклонной плоскости, — носит название угла трения для испытуемых материалов; поэтому последнее равенство выражает следующее положение:

„Коэффициент трения равняется тангенсу угла трения“.

На основании установленного нами равенства $f = \operatorname{tg} \varphi$, можно, определяя на ряде опытов различные значения угла трения φ для различных по своим физическим свойствам и по состоянию тел и наклонных плоскостей, составить таблицы значений коэффициентов трения для ряда испытуемых материалов.

Эти значения коэффициентов трения определены нами, как это усматривается из вышеизложенного вывода, из условий равновесия $Q - F = 0$ и соответствует моменту выхода тела из состояния покоя (предельное положение равновесия), а потому и называются коэффициентами трения в покое. Мы получим существенно иные результаты, если захотим определить значения коэффициентов трения в движении, т. е. будем рассматривать случай $\alpha > \varphi$; в этом случае, как это указано выше, $Q > F$, и при определении коэффициента трения нам придется исходить не из уравнения равновесия:

$$Q - F = 0,$$

а из уравнения движения:

$$mw = Q - F,$$

где m — масса движущегося тела, а w — ускорение движения его по наклонной плоскости.

Имея в виду:

1) что $m = \frac{P}{g}$, где P — вес тела и $g = 9,81 \frac{M}{сек^2}$ — ускорение силы тяжести;

2) что при данном значении угла $\alpha = const.$ величина силы $(Q - F)$ будет постоянна ¹⁾, а, следовательно, скольжение тела будет движением равномерно ускоренным ²⁾;

3) что ускорение w равномерно-ускоренного движения выражается, как известно, формулой

$$w = \frac{2s}{t^2},$$

где s — путь, пройденный в течение промежутка времени t —;

4) что

$$Q = P \sin \alpha \text{ и } F = fN = fP \cos \alpha,$$

мы можем уравнение $mw = Q - F$ представить в виде:

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{2s}{t^2} = P \sin \alpha - fP \cos \alpha,$$

откуда:

$$f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2s}{gt^2 \cos \alpha}$$

¹⁾ Опыт показывает, что величина трения F , вообще говоря, не зависит от скорости движения трущихся тел.

²⁾ Уравнение движения под действием постоянной силы $A = const.$ имеет вид: $mw = A$, откуда непосредственно следует:

$$w = \frac{A}{m} = const.,$$

т. е. что данное движение есть равномерно-ускоренное движение.

На основании этого равенства, зная угол α и определяя из наблюдений во время опыта величины s и t , можно составить таблицы значений коэффициентов трения в движении для ряда испытываемых материалов; вычисление показывает, что для одних и тех же материалов коэффициента трения в движении меньше, чем величина коэффициента трения в покое, т. е., что трение при начале движения больше трения в движении.

Приводимая ниже таблица содержит некоторые значения коэффициентов трения скольжения в некоторых частных случаях.

Таблица коэффициентов трения скольжения в покое и движении.

(Без смазки).

Название трущихся тел.	Коэффициент трения в покое.	Коэффициент трения в движении.
Дуб по дубу	0,62	0,48
Ель по дубу	0,53	0,38
Чугун по чугуну	0,16	0,15
Камень по камню	0,74	0,64
Кирпич по камню	0,67	0,60
Дерево по камню	0,63	0,38
Пеньковая веревка по дереву	0,80	0,52

Результаты опытов приводят также к заключению, что величина трения не зависит от величины трущихся поверхностей и может быть уменьшена введением между трущимися поверхностями слоя смазывающей жидкости ¹⁾.

Подводя итог всему сказанному, можно считать установленным, что трение скольжения: 1) пропорционально нормальному давлению, 2) зависит от материала трущихся тел и физического состояния их поверхностей, 3) не зависит от скорости движения, 4) имеет в покое большее значение, чем в движении, 5) не зависит от величины трущихся поверхностей и 6) может быть уменьшено введением между трущимися поверхностями смазки.

Среди вредных сопротивлений, неизбежно встречающихся почти во всех машинах, особо важную роль играет сопротивление от трения шипов в подшипниках и пят в подпятниках. Шипами или цапфами называются цилиндрически обточенные концы горизонтального, вращающегося около своей оси, вала своими цапфами вал опирается на опоры особого устройства, в которых цапфы могут вращаться, и которые называются подшипниками. Если вал кладется на подшипник не своими концами, а каким-либо средним своим участком, то опирающаяся на подшипник цилиндрически обточенная часть вала носит в этом случае название ш е й к и. Если, наконец, вращающийся вал поставлен вертикально, то нижняя опорная часть его, обточенная, очевидно, в виде тела вращения, носит название п я т ы, а соответствующая ей опора — подпятника.

¹⁾ Например, приведенный выше коэффициент трения для дуба по дубу при наличии смазки (маслом) уменьшается с 0,62 до 0,44 (трения в покое) и с 0,48 до 0,16 (трение в движении).

Применяя к случаям трения шипов, шеек и пят приведенную выше формулу для силы трения скольжения

$$F = fN,$$

надо помнить, что условия, в которых происходит вращение шипа в подшипнике и пяты в подпятнике существенно отличаются от тех, которые имели место в опытах, послуживших для составления выше приведенной таблицы значений коэффициентов трения f . Действительно, между шипом и подшипником и пятой и подпятником, в целях уменьшения сопротивления, время от времени (а иногда и непрерывно), вводят смазку, т. е. шип и пята лежат не непосредственно на опорах, но на весьма тонком слое жирной жидкости, что, очевидно, в значительной мере усложняет явление. Поэтому, пользуясь для трения шипов и пят указанной формулой, необходимо, на основании ряда опытов, составить новую таблицу значений коэффициентов для различных материалов и различных видов смазки, что и сделано для главнейших случаев в следующей таблице:

Таблица коэффициентов трения шипов.

Название трущихся тел.	Прерывная смазка.	Непрерывная смазка.
Бронза по чугуну	0,09	0,052
Чугун или железо по чугуну .	0,07	0,054
Дерево по чугуну	0,12	—

Так как, в конечном итоге, нас интересует не столько сила трения, как ее работа на определенном пути или за определенный промежуток времени, то удобнее результат действия силы трения в шипах и пятах представлять в виде работы трения за один оборот вала или в течение одной секунды.

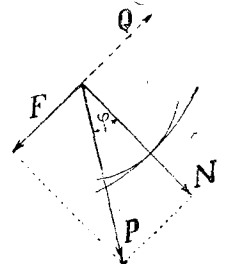
Рассмотрим, прежде всего, работу трения цилиндрического шипа; в этом случае все пути, проходимые различными точками приложения силы трения (эти точки лежат, очевидно, на самой нижней производящей цилиндрического шипа, по которой последний прижимается весом вала к подшипнику) во время полного оборота вала радиуса r , представляют собою тождественные окружности радиуса r и по протяжению равняются $2\pi r$, а путь, проходимый любой из этих точек в 1 секунду (при n оборотах вала в минуту) равняется $2\pi r \cdot \frac{n}{60}$.

При этих условиях выражение для работы трения шипа в 1 секунду будет иметь вид

$$T = \frac{2\pi n}{60} \cdot fNr, \text{ или,}$$

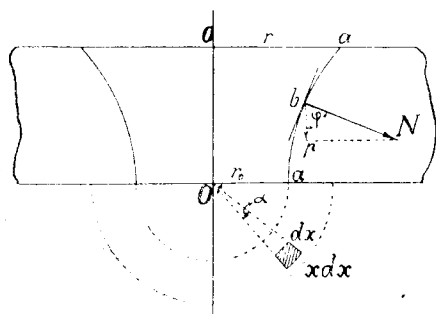
так как нормальное давление N равно той части P общего веса вала, который приходится на данный подшипник, то

$$T = \frac{2\pi n}{60} fPr^1).$$



Черт. 230.

¹⁾ Эта формула является, в сущности, лишь приблизительной, так как нормальное давление N не равно весу P , а представляет собою проекцию $P \cos \varphi$ веса P на направление нормали к поверхности подшипника в точке прикасания к ней шипа. так как эта нормаль не будет, в сущности, вертикальна. Действительно, точка соприкасания профиля шипа с профилем подшипника при отсутствии вращения шипа (черт. 230) совпадает с са-



Черт. 231.

Переходя к определению работы силы трения в пяте, необходимо отметить, что при вращении пяты различные точки ее поверхности описывают различные окружности, так как пята, будучи телом вращения, не представляет собою, подобно шипу, цилиндрического тела. Поэтому, для определенности вопроса, прежде всего, необходимо задаться видом боковой поверхности пяты или, правильнее, видом кривой, производящей пята. Рассмотрим сначала вопрос в общем виде.

Пусть пята имеет вид тела (231), происходящего от вращения кривой aba' около вертикальной прямой oo' , где oa равняется r , и oa' равняется r_0 .

Предположим, что вес вала P равномерно распределяется по горизонтальной проекции трущейся поверхности пяты, т. е.

по круговому кольцу $\pi(r^2 - r_0^2)$; тогда вертикальное давление ρ на единицу площади этой проекции будет равно

$$\rho = \frac{P}{\pi(r^2 - r_0^2)}.$$

Обозначая переменный (и зависящий от заданной формы кривой, образующей пята) угол между нормалью к поверхности пяты и вертикальной линией через φ , мы увидим, что нормальное давление N на единицу площади будет равно:

$$N = \frac{\rho}{\cos \varphi} = \frac{P}{\pi(r^2 - r_0^2) \cos \varphi}.$$

мой нижней точкой поверхности подшипника, и нормаль в этой точке совпадает с вертикальной линией, т. е. направлением веса; но при вращении шипа последний, под влиянием силы трения, несколько „взбегает“ вверх по поверхности подшипника и касается его уже в другой точке, где нормаль не совпадает с направлением веса P , но составляет с ним некоторый угол φ . При этом нормальная реакция в этой точке, очевидно, должна уравновесить не весь вес P , а лишь геометрическую разность между вертикально направленным весом P и направленной по касательной в этой точке к поверхности подшипника силой трения $F = fN$; при таких условиях:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F}{N} = \frac{fN}{N} = f,$$

т. е. угол φ есть не что иное, как угол трения, и

$$N = P \cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{P}{\sqrt{1 + f^2}}.$$

Отсюда следует, что формула

$$T = \frac{2\pi n}{60} fPr$$

получит вид:

$$T = \frac{2\pi n}{60} \cdot \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}} Pr.$$

В виду того, что величина f для трения шипов (как видно из приведенной выше таблицы) представляет собою весьма малую дробь (0,10—0,05), величиной f^2 можно пренебречь по сравнению с единицей, и тогда точная формула переходит в приближенную формулу.

Зная, что в какой-либо точке b трущейся поверхности нормальное давление на единицу площади равно N , мы легко можем найти нормальное давление в той же точке на элементарную площадку, площадь которой будет выражаться в полярных координатах через $x dx d\alpha$ ¹⁾. Это давление будет равно:

$$N x dx d\alpha,$$

а соответствующая ему сила трения будет равна:

$$f N x dx d\alpha = \frac{f \rho x dx d\alpha}{\pi (r^2 - r_0^2) \cos \varphi}.$$

Считая, что пята делает n оборотов в минуту и имея в виду, что в течение одного оборота точка приложения силы трения проходит по окружности путь $2\pi x$, получим следующее выражение для работы трения dT элементарной площадки пяты в одну секунду:

$$dT = 2\pi x \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{f \rho x dx d\alpha}{\pi (r^2 - r_0^2) \cos \varphi}.$$

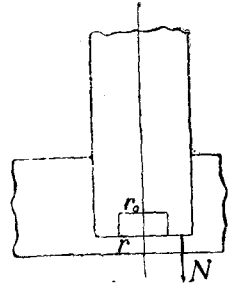
Переходя, путем интегрирования, от элементарной площадки ко всей трущейся поверхности, получим, что работа трения T всей пяты, в одну секунду, примет следующий вид:

$$T = \frac{2\pi n f \rho}{60 \pi (r^2 - r_0^2)} = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{r_0}^r \frac{x^2 dx}{\cos \varphi} = \frac{4\pi n f \rho}{60 (r^2 - r_0^2)} \int_{r_0}^r \frac{x^2 dx}{\cos \varphi}.$$

Для дальнейшего необходимо задаться определенным профилем пяты:

1) цилиндрическая пята радиуса r с цилиндрическим углублением (глазом) радиуса r_0 (черт. 232).

В этом случае угол φ между нормалью и вертикалью равен нулю,



Черт. 332.

$$\cos \varphi = 1 \text{ и } T = \frac{4\pi n f \rho}{60 (r^2 - r_0^2)} \int_{r_0}^r x^2 dx = 2\pi \frac{n}{60} f \rho \frac{2}{3} \cdot \frac{r^3 - r_0^3}{r^2 - r_0^2} =$$

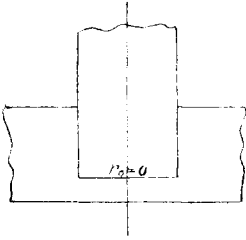
$$= 2\pi \frac{n}{60} \cdot f \rho \frac{2}{3} \cdot \frac{r^2 + r r_0 + r_0^2}{r + r_0};$$

¹⁾ В этом выражении начало координат взято в точке o , ось oa принята за ось xob , и угол α отсчитывается в плоскости, перпендикулярной чертежу.

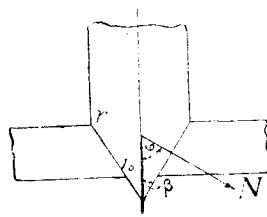
2) цилиндрическая пята радиуса r без глаза (черт. 233). Считая в предыдущей формуле $r_0 = 0$, получим:

$$T = 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot f\rho \frac{2}{3} r;$$

3) коническая пята (усеченный конус) с углом заострения β (черт. 234).



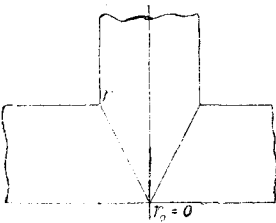
Черт. 233.



Черт. 234.

В этом случае угол φ между нормалью и вертикалью определяется равенством

$$\begin{aligned} \cos\varphi = \sin\beta = \text{const} \text{ и } T &= \frac{4\pi n f \rho}{60 (r^2 - r_0^2)} \cdot \frac{1}{\sin\beta} \cdot \int_{r_0}^r x^2 dx = \\ &= 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot f\rho \cdot \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{2}{3} \frac{r^3 - r_0^3}{r + r_0}. \end{aligned}$$



Черт. 235.

4) коническая пята (полный конус) с углом заострения β (черт. 235). Считая в предыдущей формуле $r_0 = 0$, получим:

$$T = 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot f\rho \cdot \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{2}{3} r;$$

5) антифрикционная пята.

Выше мы видели, что работа трения dT на элементарной площадке пяты $xdx\alpha x$ равна

$$dT = 2\pi x \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{f\rho x dx \alpha x}{\pi (r^2 - r_0^2) \cos\varphi};$$

деля это выражение на площадь элементарной площадки, т. е. на величину $xdx\alpha x$, видим, что работа трения пяты на единице поверхности выразится в виде:

$$2\pi x \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{f\rho}{\pi (r^2 - r_0^2) \cos\varphi} = \frac{n f \rho}{30 (r^2 - r_0^2)} \cdot \frac{x}{\cos\varphi}.$$

Если мы дадим теперь производящей пята кривой такую форму, что

$$\frac{x}{\cos\varphi} = c = \text{const}^1),$$

то предыдущее равенство покажет, что работа трения такой пяты в секунду на единице поверхности в любом месте будет равна

$$\frac{nfP}{30 (r^2 - r_0^2)} \cdot c,$$

т. е. будет везде постоянна. Поэтому такая пята истирается с течением времени во всех своих частях совершенно одинаково, сохраняя свою прежнюю геометрическую форму без изменения. Такая пята носит название пяты Шила или антифрикционной пяты.

В целях уменьшения трения, вместо подшипников употребляют иногда так называемые антифрикционные колеса или колеса трения. Для этой цели вал кладут цапфами на две пары особых колес, которые, благодаря вращению цапф вала, сами вращаются на своих подшипниках. Пусть R — радиус колес трения, ρ' — радиусы их шипов и ρ — радиус шипа (цапфы) вала (черт. 236).

Если бы вал опирался прямо на неподвижный подшипник, то работа трения шипа A в одну секунду равнялась бы:

$$T = 2\pi \frac{n}{60} f p \rho,$$

где P — давление от вала на подшипник и n — число оборотов вала в минуту.

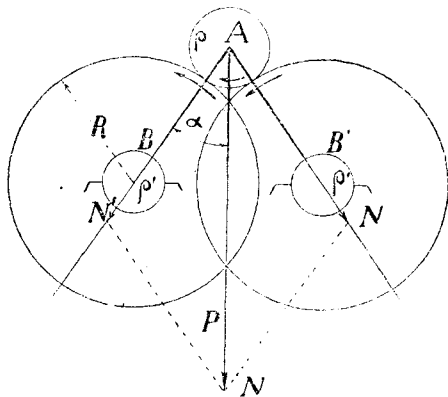
При наличии же двух колес трения (пренебрегая трением 2-го рода при катании шипа вала по колесам трения) работа трения двух шипов B и B' будет

$$T' = 2 \cdot 2\pi \frac{n'}{60} \cdot f N \rho',$$

где N — давление от шипа A на каждый из шипов B и B' и n' — число оборотов в минуту каждого из колес трения. Но $n' : n = \rho : R$, т. е. $n' = n \frac{\rho}{R}$ и $N = \frac{P}{2 \cos \alpha}$, т. е.

$$T' = 2\pi \frac{n}{60} \cdot f p \rho \cdot \frac{\rho'}{R \cos \alpha} = T \frac{\rho'}{R \cos \alpha}.$$

Отсюда видно, что при $\rho' < R \cos \alpha$ — благодаря антифрикционным колесам, можно значительно уменьшить работу трения и притом тем больше, чем меньше дробь $\frac{\rho'}{R}$, и чем меньше угол α .



Черт. 236.

1) Кривая, удовлетворяющая уравнению $x = c \cdot \cos \varphi$, носит название лагоиды.

§ 53. Законы трения катания твердых тел.

Передвижение грузов на катках и на колесах.

Согласно основному закону трения катания, установленному путем опытов, сила трения катания F , развиваемая при катании цилиндрического катка по какой-либо поверхности, пропорциональна нормальному давлению N , прижимающему каток к поверхности, по которой оно катится, и обратно-пропорциональна радиусу r катка, т. е.

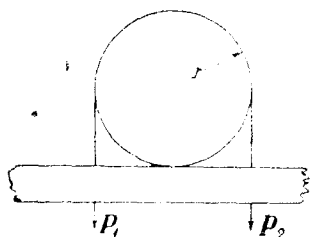
$$F = f \cdot \frac{N}{r},$$

где коэффициент

$$f = r \cdot \frac{F}{N}$$

носит название коэффициента трения катания.

Приведенный выше закон $F = f \cdot \frac{N}{r}$ был установлен на основании целого ряда опытов (произведенных Кулоном и впоследствии Мореном), суть которых сводилась к следующему: цилиндрический каток (черт. 237) радиуса r заставляют катиться по двум горизонтально установленным плоским рейкам; причиной движения служат два неравных груза P_1 и P_2 , привешенные к концам веревки, огибающей каток; благодаря неравенству этих грузов, каток катится в сторону привеса большего груза, причем движущей силой, очевидно, является разность грузов $P_2 - P_1$; грузы эти подбирают таким образом, чтобы каток катился равномерным движением; в этом случае, как известно, работа движущей силы целиком идет на преодоление работы трения, т. е. движущая сила $(P_2 - P_1)$ равна и прямо противоположна искомой силе трения F_1 , или



Черт. 237.

$$F = -(P_2 - P_1).$$

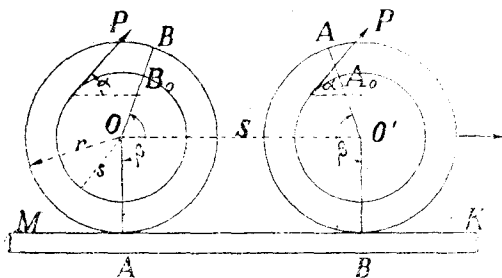
Весьма важно отметить, что в то время, как коэффициент трения скольжения $f = \frac{F}{N}$ (будучи отношением двух сил), представляет собою, как это показано выше, отвлеченное число, — коэффициент трения катания

$$f = r \cdot \frac{F}{N}$$

(будучи произведением длины r на отвлеченное число $\frac{F}{N}$) выражается, очевидно, в линейных единицах.

Величина коэффициента трения катания f (как и коэффициента трения скольжения) зависит от рода и свойств трущихся тел и их поверхностей ¹⁾.

Для определения величины коэффициента трения f рассмотрим наиболее общий случай катания катка (радиуса r) по горизонтальной плоскости MK (черт. 238); пусть движущая сила P , вызывающая катание катка, действует под постоянным углом α к горизонту и направлена по касательной к окружности радиуса $\rho \leq r$. Если мы подберем движущую силу P так, что под влиянием этой силы каток будет катиться по плоскости MK равномерным движением, то, в этом случае, как известно, работа движущей силы P целиком пойдет на преодоление работы силы трения F , т. е. работа силы P будет равна работе силы трения F .



Черт. 238.

Пусть в течение определенного промежутка времени центр катка переместится из положения O в положение O' , передвинувшись параллельно плоскости MK на расстояние $OO' = s$; при этом передвижении центра сам каток повернется около центра на угол $AOB = \beta$, причем (если катание происходило без скольжения) выпрямленная дуга AB , очевидно, должна равняться горизонтальному передвижению $AB = OO' = s$; поэтому выпрямленная дуга A_0B_0 , соответствующая тому же углу поворота β , по окружности радиуса ρ , равна

$$s \cdot \frac{\rho}{r}.$$

При этом перемещении сила P произведет двоякую работу:

1) работу поступательного передвижения катка на пути s , причем угол между неизменным направлением силы P и направлением передвижения s равен α ; эта работа равна произведению силы $P \cos \alpha$ на путь s , т. е. равна $P s \cos \alpha$;

2) работу вращательного передвижения катка на пути

$$A_0B_0 = s \cdot \frac{\rho}{r},$$

причем угол между неизменным направлением силы P и направлением передвижения $s \cdot \frac{\rho}{r}$ во всякий момент времени равен нулю, так как сила P , как это указано выше, направлена всегда по касательной к дуге A_0B_0 ; эта работа равна произведению силы P на путь $s \cdot \frac{\rho}{r}$, т. е. равна $P s \cdot \frac{\rho}{r}$.

Поэтому полная работа движущей силы P равна

$$P s \cos \alpha + P s \cdot \frac{\rho}{r} = P s \left[\cos \alpha + \frac{\rho}{r} \right].$$

¹⁾ Опыт показывает, что при одном и том же нормальном давлении N трение катания значительно меньше трения скольжения; этим и объясняется, что для облегчения передвижения больших тяжестей под них подкладывают цилиндрические катки.

С другой стороны, работа силы трения F на пути s , очевидно, равна

$$F s.$$

При равномерном движении, как это установлено выше, имеем:

$$F s = P s \left[\cos \alpha + \frac{\rho}{r} \right].$$

или, так как

$$F = f \frac{N}{r}, \quad f = \frac{\rho}{N} [r \cos \alpha + \rho].$$

Зная вес катка (т. е. нормальное давление N) и его радиус r , задаваясь определенной точкой приложения и направления силы P (т. е. величинами ρ и α) и подбирая на опыте такую величину силы P , под влиянием которой каток будет двигаться равномерно, мы на основании этой формулы, можем опытным путем определить коэффициент трения катания для различных по роду и свойствам тел.

Из предыдущей формулы следует: $\rho = \frac{fN}{r \cos \alpha + f}$

При помощи этой формулы можно по данному коэффициенту трения f определить ту величину движущей силы, которая может катить данный цилиндр равномерным движением. При $\alpha = 0$ и $\rho = r$, т. е. при горизонтальной движущей силе, приложенной к поверхности катка, величина силы $\rho = \frac{fN}{2r}$.

Для передвижки тяжестей под них подводят катки с положенными поверх их досками; величина движущей силы P в этом случае должна быть равна

$$\frac{fN}{2r} + \frac{fN}{2r} = \frac{N}{2r} [f + f].$$

где f — коэффициент трения катания между катком и землею и f — коэффициент трения между катком и доскою.

Для деревянных катков обычных размеров коэффициент трения катания находится в пределах от 0,0189 до 0,0320 дюймов (Кулон); для чугунных катков — 0,0183 дюйма (Вейсбах).

§ 54. Закон трения гибкого тела о неподвижный цилиндр. Формула Эйлера. — Ленточный тормаз.

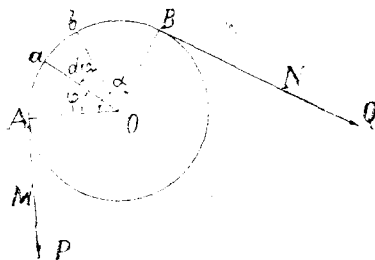
Положим, что к одному концу M гибкой веревки (нити) $MABN$, перекинутой через неподвижный цилиндр O (черт. 239 и 240), прикреплен груз P , а к другому концу N — приложено усилие Q , способное поднимать груз P равномерным движением. Пусть при этом веревка входит на поверхность цилиндра в точке A , сходит с этой поверхности в точке B , причем центральный угол $AOB = \alpha$.

Для равновесия или для равномерного движения работа движущей силы Q должна равняться сумме работы поднятия груза P (полезное сопротивление) и работы трения скольжения на дуге AB (вредное сопротивление).

Выделим (черт. 241) из гибкой нити элементарный участок ab (точка a соответствует центральному углу $AOa = \varphi$, центральным углом $aOb = d\varphi$, и рассмотрим условия равновесия сил, приложенных к этому участку;



Черт. 239.



Черт. 240.

если бы не было трения, то для равновесия или для равномерного движения обе силы, растягивающие этот участок в обе стороны, должны были бы быть между собой равны; наличие трения обуславливает неравенство этих сил: в точке a (влево) действует сила p , а в точке b (вправо) сила $p + dp$, причем разность между этими силами, т. е. величина dp , и представляет собою силу трения, развивающуюся на элементарном участке ab . Сила трения dp , как это установлено выше, равняется коэффициенту трения f , умноженному на нормальное усилие q , прижимающее веревку к цилиндру, т. е.

$$dp = fq,$$

причем q , очевидно, представляет собою сумму проекций сил p и $p + dp$ на направление нормали к середине дуги ab . С точностью до бесконечно малых высших порядков можно принять, что величина q равняется диагонали ромба со сторонами p и углом между сторонами $180^\circ - d\varphi$, т. е., что $q = 2p \operatorname{sn} \frac{d\varphi}{2}$ или, заменяя, в виду малости угла $d\varphi$, значение $\operatorname{sn} \frac{d\varphi}{2}$ значением $\frac{d\varphi}{2}$, q можно принять равным $pd\varphi$.

Отсюда имеем:

$$dp = fp d\varphi,$$

$$\text{т. е. } \frac{dp}{p} = f d\varphi, \quad \text{или, интегрируя}$$

$$\int \frac{dp}{p} = f \int d\varphi + C, \quad \lg p = f\varphi + C,$$

где C —произвольная постоянная интегрирования, для определения которой применим полученное нами уравнение к точке A ; в этом последнем случае: $\varphi = 0, p = P$ и, следовательно, $\lg P = C$; поэтому предыдущее выражение примет вид:

$$\lg p = f\varphi = \lg P, \quad \text{т. е. } \lg \left(\frac{p}{P} \right) = f\varphi \quad \text{и} \quad p = P e^{f\varphi},$$

где $e = 2,718282 \dots$

Этим равенством определяется усилие p , действующее в нити $AabB$ в любой ее точке, определяемой углом φ . Желая найти усилие в точке B , т. е. определить искомую силу Q , необходимо подставить в полученное нами равенство вместо φ угол α , в виду чего мы получим:

$$Q = Pe^{f\alpha}.$$

Так как $e = 2,718... > 1$, то, при увеличении α , т. е., при достаточно больших углах обхвата, величина Q весьма быстро достигает очень больших значений.

Если мы изменим явление на обратное и предположим, что усилие Q способно не поднимать, а опускать груз P равномерным движением, то роли сил P и Q изменятся на обратные: P будет движущей силой, а Q — сопротивлением; при этих условиях предыдущая формула примет вид:

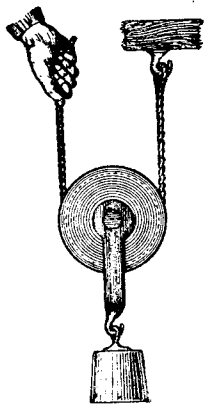
$$P = Qe^{f\alpha},$$

откуда видно, что при достаточно больших углах обхвата равномерное опускание груза P может быть осуществлено весьма малою сравнительно с этим грузом силою Q .

На последнем соображении основана теория устройства простого тормоза осуществление этой теории можно видеть весьма часто; при причале, например, судна R_k пристани можно, благодаря достаточному обхвату причальным канатом причального вертикального столба (в несколько оборотов), усилием руки одного матроса остановить судно, т. е. преодолеть силу инерции, во много раз превышающую мускульное усилие одного человека.

§ 55. Жесткость гибких тел (канатов и цепей).

Опыт показывает, что всякое гибкое тело (канат, веревка, ремень и т. п.) оказывает определенное сопротивление всякому усилию, стремящемуся изогнуть или выпрямить это гибкое тело (черт. 243); это сопротивление объясняется жесткостью, свойственной в известной мере всем гибким телам, и происходит от трения отдельных волокон гибкого тела друг о друга. Величина этого сопротивления S , как это показывает опыт, достигает тем большей величины, чем большую кривизну будем мы придавать изгибаемому телу; имея в виду, что кривизна всякой кривой измеряется величиною $\frac{1}{r}$, т. е. единицей, деленной на радиус кривизны, необходимо прийти к заключению, что жесткость S обратно пропорциональна радиусу кривизны изгибаемого тела r , т. е.



Черт. 243.

$$S = \frac{C}{r},$$

С другой стороны, величина сопротивления S , как показывает опыт, зависит от степени натяжения гибкого тела, так как чем больше гибкое тело натянуто, тем сильнее прижимаются друг к другу отдельные волокна, образующие гибкое тело, а, следовательно, тем более величина возникающего при этом

между волокнами трения; обозначая через P величину натяжения и замечая, что ненатянутая веревка (т. е. гибкое тело при $P = 0$) все же имеет некоторую жесткость, необходимо прийти к выводу, что выражение для жесткости S гибкого тела состоит из суммы двух членов: A —независящего от степени натяжения P и BP —пропорционального этому натяжению, т. е., что

$$S = A + BP.$$

Соединяя обе предыдущие формулы в одну, получим следующее выражение для жесткости S гибкого тела:

$$S = \frac{a + bP}{r},$$

где P есть натяжение гибкого тела (напр., набегающего на блок конца веревки), r —радиус кривизны изогнутого гибкого тела (напр., радиус блока) и a и b —численные коэффициенты, устанавливаемые путем опытов и зависящие от материала гибкого тела, его размеров (диаметра δ) и числа волокон (прядей).

На основании ряда опытов составлены таблицы для коэффициентов a (в кгр. · м.) и b (в метрах); для примера можно привести следующие значения:

1. Белая веревка	30 прядей	$a = 0,222460$, $b = 0,009738$,
2. " "	15 "	$a = 0,063514$, $b = 0,005518$,
3. Смолян. "	30 "	$a = 0,349600$, $b = 0,012551$,
4. " "	15 "	$a = 0,105928$, $b = 0,006059$.

Про ни предлагает следующую эмпирическую формулу для жесткости веревок.

$$S = \frac{\delta^{1,7}}{r} [82,50 + 3,78 P] \text{ для новых веревок и}$$

$$S = \frac{\delta^{1,4}}{r} [13,74 + 0,605 P] \text{ для старых веревок,}$$

где δ —диаметр веревки (в метрах), r —радиус блока (в метрах) и P —натяжение (в кгр.).

Редтенбахер дает (в тех же единицах) приближенную одночленную формулу:

$$S = 13 \frac{\delta^2}{r} P \text{ для веревок и}$$

$$S = 26 \frac{\delta^2}{r} P \text{ для проволочных канатов.}$$

Морен предлагает формулу, в которую входит число прядей n , из которых свита веревка:

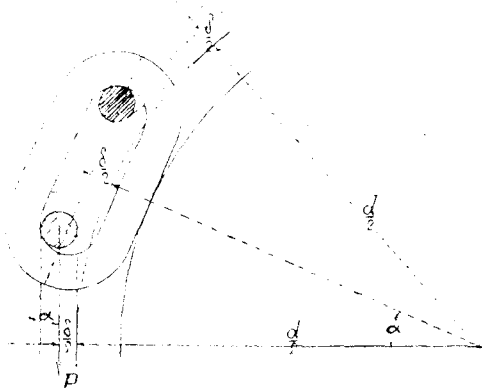
$$S = \frac{n}{r} [0,01485 + 0,01225 n + 0,01815 P].$$

где r радиус блока (в см.) и P —натяжение (в кгр.); по этой формуле определяют

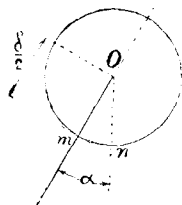
обычно жесткость плоского ремня, движущегося на шкиве, причем принимают $n = \frac{b}{e}$

где b —ширина ремня, а e —его толщина.

Формулой $S = \frac{a + bF}{r}$ выражается жесткость всякого гибкого тела, состоящего из ряда продольных волокон (сопротивление при навивании и свивании канатов и веревок); чтобы получить выражение для жесткости цепи, составленной из ряда поперечных звеньев (сопротивление при навивании и свивании железной цепи от трения ее звеньев), поступают следующим образом.



Черт. 244



Черт. 245.

При повороте каждого набежавшего на блок звена (черт. 244) относительно следующего за ним другого звена на угол α —работа трения будет, очевидно, равна произведению силы трения fP (где f —коэффициент трения и P натяжение набегающего конца цепи, т. е. поднимаемый груз) на путь, пройденный точкой приложения этой силы, причем путь этот, очевидно, равен дуге $mn = \alpha \cdot \frac{d}{2}$, где d —диаметр цепного железа, а α —угол поворота; таким образом, работа силы трения при повороте на угол α набегающего на блок звена (черт. 245) будет равна

$$fP \cdot \frac{d}{2} \cdot \alpha.$$

Работа этой силы трения явится вредным сопротивлением, а работа поднимаемого груза P —полезным: имея в виду, что и груз P , и сила трения fP являются сопротивлениями, заменим вредное сопротивление fP некоторой добавочной силой S' , действующей по направлению P и эквивалентной по своему действию силе трения fP . Плечо этой силы S' , очевидно, равно $\frac{a + \frac{d}{2}}{2}$, где d —диаметр блока, а путь, проходимый точкой ее приложения во время поворота звена (а, следовательно, и блока) на угол α , равен, очевидно, $\frac{d + \delta}{2} \cdot \alpha$. Поэтому, работа силы S' при повороте звена на угол α равна $S' \cdot \frac{d + \delta}{2} \cdot \alpha$; чтобы сила S' заменяла собою силу трения, работа ее должна равняться работе силы трения, т. е. для определения добавочной силы S' имеем равенство:

$$S' \cdot \frac{d + \delta}{2} \cdot \alpha = fP \cdot \frac{d}{2} \cdot \alpha,$$

откуда:

$$S' = fP \frac{d}{d + \delta},$$

или

$$S' = fP \frac{\delta}{d},$$

так как величиною δ по сравнению с d можно пренебречь.

То же самое явление произойдет при повороте каждого сходящего с блока звена, так как каждое сходящее с блока звено, вытягиваясь в прямую линию с остальными звеньями, ранее сошедшими с блока, повернется относительно предыдущего звена, находящегося еще на блоке, на определенный угол α . Обозначая натяжение сбегającego конца цепи, т. е. тяговое усилие, через Q , получим для добавочной силы S'' , заменяющей собой трение при повороте звеньев сбегającego конца цепи, выражение аналогичное силе S' :

$$S'' = f\rho \frac{\delta}{d} {}^1).$$

Отсюда полное сопротивление, зависящее от жесткости цепи, выразится формулой:

$$S = S' + S'' = f \frac{\delta}{d} (\rho + Q).$$

Так как

$$Q = \rho + S {}^2),$$

то

$$S = f \frac{\delta}{d} (2\rho + S),$$

т. е.

$$S = \frac{2f\rho \frac{\delta}{d}}{1 - \frac{\delta}{d}},$$

или, пренебрегая величиной $f \frac{\delta}{d}$ по сравнению с единицей:

$$S = 2f\rho \frac{\delta}{d}.$$

Этой формулой выражается жесткость цепи, составленной из звеньев диаметра δ и навиваемой на блок диаметра d при растяжении этой цепи грузом P .

§ 56. Законы трения жидких тел о твердые и сопротивление среды.

В состав машины могут входить не только твердые и гибкие тела, но иногда и жидкости; таковы, например, вода в водоподъемной машине или в гидравлическом приемнике, смазка в цапфах и пятах и т. п.

Сопротивление движению, оказываемое жидкостью, можно разделить на две части:

- 1) сопротивление, зависящее от взаимного трения частиц жидкости между собою, или так называемое внутреннее трение жидкости, и
- 2) сопротивление, зависящее от трения частиц жидкости о поверхность твердого тела (стенки трубы или канала, по которому жидкость течет), или так называемое внешнее трение жидкости.

¹⁾ Все остальные звенья, уже набежавшие на блок, но еще с него не сошедшие, поворачиваться друг относительно друга не будут, а потому и не дадут добавочных членов, зависящих от трения.

²⁾ Тяговое усилие Q , очевидно, равно сумме поднимаемого груза P и добавочного сопротивления S , зависящего от трения.

Согласно данным опыта, приблизительные законы трения жидкости могут быть представлены в следующем общем виде.

Трение жидкости:

- 1) пропорционально величине поверхности соприкосновения,
- 2) не зависит от давления, и
- 3) зависит от рода жидкости.

Эти три закона относятся как к внутреннему, так и к внешнему трению.

Кроме того, внутреннее трение жидкостей, как показывает опыт, пропорционально первой степени относительной скорости v трущихся частей и уменьшается с увеличением температуры. Что же касается внешнего трения жидкости о твердое тело, то пропорциональность величины трения первой степени относительной скорости v наблюдается лишь при весьма малых скоростях, при значительных же скоростях эта зависимость усложняется и вместо одночлена av выражается двучленом вида $bv + cv^2$ ¹⁾.

Нам остается только, чтобы закончить главу о вредных сопротивлениях, рассмотреть сопротивление, оказываемое движению тела средой, в которой это тело движется (водой, воздухом и т. п.). Необходимость затраты некоторой части работы движущей силы на преодоление сопротивления среды объясняется тем, что тело при своем движении должно привести в движение часть окружающей покоящейся среды, т. е. сообщить окружающей среде некоторый запас живой силы, на что и идет часть работы движущей силы.

Обозначая через Δ вес единицы объема среды, через g —ускорение силы тяжести и через Q —объем среды, приводимый в движение телом в 1 секунду, мы найдем, что масса m единицы объема среды будет $\frac{\Delta}{g}$, а масса M объема среды, приводимого в 1 секунду, будет

$$M = \frac{\Delta}{g} \cdot Q.$$

Поэтому живая сила, сообщенная телом среде в 1 секунду, будет равна

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{\Delta Q}{2g} v^2,$$

где v —скорость движения тела в среде.

Этой живой силе и равняется та потеря работы движущей силы, которая зависит от преодоления сопротивления среды, т. е., другими словами эта живая сила, сообщенная (в течение одной секунды) телом окружающей среде, эквивалентна работе сопротивления R этой среды (в 1 секунду).

Так как точка приложения сопротивления (т. е. точка движущегося тела) в 1 секунду проходит путь, равный v (где v есть скорость движения тела в среде), то работа силы R в течение одной секунды выразится через Rv , откуда мы получим для определения искомого сопротивления R равенство:

$$R v = \frac{\Delta Q}{2g} v^2,$$

т. е.

$$R = \frac{\Delta Q}{2g} v.$$

¹⁾ Более подробные и применяемые на практике формулы так называемых гидравлических сопротивлений, содержащие среднюю скорость течения потока (а не относительные скорости отдельных частиц жидкости) и выражающие одновременно и внутреннее, и внешнее трение, приводятся в гидравлике.

Но Q , т. е. объем среды, приводимый в движение телом в течение одной секунды, пропорционален площади ω наибольшего сечения тела плоскостью, нормальной направлению движения тела, и скорости v , т. е.

$$Q = k\omega v,$$

где k —коэффициент пропорциональности.

Поэтому:

$$R = k\Delta\omega \frac{v^2}{2g}, \text{ т. е.}$$

сопротивление среды пропорционально квадрату скорости тела.

Величина коэффициента k зависит от среды и формы тела, или, правильнее, от отношения размера тела в направлении движения к размерам площади поперечного сечения, нормального направлению движения. Так, для движения пластинки в воздухе $k = 1,825$ и для движения пластинки в воде $k = 1,86$; с другой стороны, для движения куба в воде $k = 1,46$ и для движения в воде же параллелепипеда (длина которого в 3 раза более стороны основания) $k = 1,34$.

Глава III.

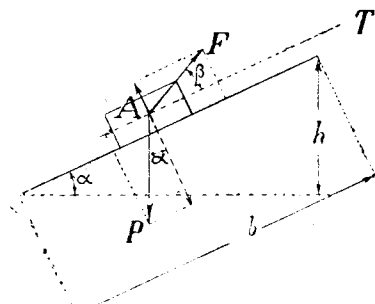
Динамика равномерного движения простых машин.

§ 57. Клин и наклонная плоскость.

Действие машин, главным механизмом которых является клин (например, клинового пресса), основано на принципе наклонной плоскости; поэтому, прежде всего, необходимо ознакомиться с условиями равновесия и равномерного движения тела находящегося на наклонной плоскости.

Пусть тело A (черт. 246), положенное на наклонную плоскость (расположенную под углом α к горизонту), находится под действием двух сил: движущей силы F , действующей под углом β к наклонной плоскости, и веса P , являющегося в данном случае полезным сопротивлением. Посмотрим, чему равняется работа T_m движущей силы F и работа T_u полезного сопротивления P при перемещении тела A вверх по наклонной плоскости в течение промежутка времени dt ¹⁾.

Обозначая через l длину соответствующего этому промежутку времени перемещения тела A по наклонной плоскости и через h соответствующую этому перемещению величину подъема тела A , мы видим, что величины l и h связаны



Черт. 246.

¹⁾ В примере, приведенном в § 50, рассматривался случай, когда движущая сила F действовала по направлению уклона наклонной плоскости, т. е. случай, когда $\beta = 0$. Здесь рассматривается общий случай.

очевидным соотношением $h = l \sin \alpha$, где угол α носит название угла подъема наклонной плоскости. Поэтому путь, проходимый в течение промежутка времени Δt точкой приложения силы P (по направлению этой силы), будет $l \sin \alpha$.

Таким образом, имеем:

$$T_m = F \cdot l \cdot \cos^2 \alpha \text{ и } T_u = P \cdot l \sin \alpha.$$

Если бы не существовало вредного сопротивления (трения тела о наклонную плоскость), то условие равномерного движения тела вверх по наклонной плоскости имело бы для идеальной наклонной плоскости вид:

$$F l \cos^2 \alpha = P l \sin \alpha,$$

т. е.

$$F = P \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha}.$$

Таким образом, при $\cos^2 \alpha > \sin \alpha$ наклонная плоскость является мультипликатором силы, позволяя с незначительной сравнительно движущей силой F поднимать на высоту h большие грузы P .

В действительности, однако, на тело A всегда, кроме сил F и P , действует еще сила вредного сопротивления, зависящая от трения тела о наклонную плоскость. Эта сила трения, в свою очередь, зависит, как это было указано в предыдущей главе, от нормального давления N , прижимающего тело A к наклонной плоскости.

Для выяснения влияния силы трения разложим каждую из данных сил P и F на составляющие по двум направлениям: по направлению нормали (N) к наклонной плоскости и по направлению (T) линии уклона наклонной плоскости; в результате мы получим следующие значения составляющих этих двух сил по взятым нами направлениям:

$$P_N = P \cos \alpha, P_T = -P \sin \alpha, \\ F_N = -F \sin^2 \alpha, F_T = F \cos^2 \alpha$$

Таким образом, тело

1) прижимается к наклонной плоскости силою

$$N = P_N + F_N = P \cos \alpha - F \sin^2 \alpha$$

и 2) перемещается вверх по наклонной плоскости силою

$$T = P_T + F_T = F \cos^2 \alpha - P \sin \alpha.$$

Первая из этих сил, т. е. сила N , обуславливает появление силы трения, равной, согласно равенству, $fN = f(P \cos \alpha - F \sin^2 \alpha)$, а вторая, т. е. сила T , является силой, движущей тело вверх по наклонной плоскости.

Условие возможности равномерного движения заключается, как известно, в том, что во всякий момент движения движущая сила T равна сопротивлению трения fN и выражается следующим равенством:

$$T - fN = 0,$$

т. е.

$$F \cos^2 \alpha - P \sin \alpha - f(P \cos \alpha - F \sin^2 \alpha) = 0,$$

откуда:

$$F = P \frac{\sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + f \sin^2 \alpha}.$$

Имея, однако, в виду, что, согласно равенству, коэффициент трения f равен $tg\varphi$, где φ есть угол трения, из последнего равенства получим:

$$F = P \frac{\sin\alpha \cos\varphi + \sin\varphi \sin\alpha}{\cos\beta \cos\varphi + \sin\beta \sin\varphi}, \quad \text{т. е.} \quad F = P \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)}.$$

Этой формулой определяется та сила F , которая, действуя под углом β к наклонной плоскости (расположенной под углом α к горизонту), может поднимать вверх по этой наклонной плоскости равномерным движением груз P , если коэффициент трения груза по данной наклонной плоскости равен $f = tg\varphi$.

Если мы предположим, что сила F должна не поднимать, а опускать груз P равномерным движением вниз по наклонной плоскости, то направление силы трения изменит свое направление (т. е. вместо φ надо будет ввести $-\varphi$)

и формула для силы F примет вид:
$$F = P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)}.$$

Из последней формулы видно, что при $\alpha < \varphi$ $F < 0$, т. е., что при угле α уклона наклонной плоскости, меньшем угла трения φ , сила F , способная создавать равномерное движение груза вниз по наклонной плоскости, должна быть отрицательна, т. е., что в этом случае сила F должна не только позволять телу скользить по наклонной плоскости, но и толкать его вниз ¹⁾.

На основании всего изложенного выше нетрудно вывести выражение для коэффициента полезного действия η наклонной плоскости, который, согласно установленному выше равенству, будет равен:

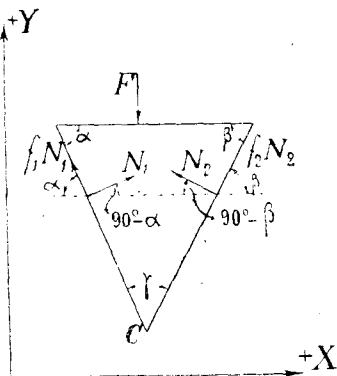
$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{Pl \sin\alpha}{Fl \cos\beta}, \quad \text{или, так как} \quad F = P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)},$$

$$\eta = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)} \cdot \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos\beta}.$$

Рассмотрев условия равномерного движения по наклонной плоскости, перейдем к рассмотрению условий равновесия и равномерного движения клина.

Клином называется тело (черт. 247), имеющее в поперечном сечении форму треугольника ABC , основание которого AB носит название головы клина, стороны AC и BC — щеки клина и угол γ при вершине C — угла заострения клина.

Положим, что движущая сила F , действующая перпендикулярно к голове клина, стремится опустить этот клин вниз, причем этому опусканию сопротивляются силы N_1 и N_2 , перпендикулярные к щекам клина. При опускании клина в плоскости щеки появляются силы трения, пропорциональные соответствующим нормальным давлениям N_1 и N_2 ; обозначая коэффициенты трения на левой и правой щеках клина соответственно через $f_1 = tg\varphi_1$ и $f_2 = tg\varphi_2$, найдем, что искомые силы трения соответственно равны $f_1 N_1$ и $f_2 N_2$.



Черт. 247.

¹⁾ Если сила F горизонтальна, то $\beta = -\alpha$ и $F = P \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(-\alpha - \varphi)} = P \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\alpha + \varphi)} = P tg(\alpha + \varphi).$

Если сила F параллельна наклонной плоскости, то $\beta = 0$ и $F = P \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(-\varphi)} = P \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos\varphi}.$

При равномерном движении работа движущей силы F равна сумме работ полезных N_1 и N_2 и вредных $f_1 N_1$ и $f_2 N_2$ сопротивлений, т. е. пять сил F , N_1 , N_2 , $f_1 N_1$, и $f_2 N_2$, действующих на клин, должны уравниваться.

Проектируя сумму всех этих сил последовательно на горизонтальную ось X^{on} и на вертикальную ось Y^{on} и приравнявая каждую из сумм этих проекций нулю, получим условия равновесия в следующем виде:

$$\Sigma X = 0 = f_1 N_1 \cos \alpha + N_1 \cos (90^\circ - \alpha) + f_2 N_2 \cos \beta + N_2 \cos (90^\circ - \beta) = 0$$

$$\Sigma Y = F - f_1 N_1 \sin \alpha - N_1 \sin (90^\circ - \alpha) - f_2 N_2 \sin \beta - N_2 \sin (90^\circ - \beta) = 0$$

или

$$N_1 (\sin \alpha + f_1 \cos \alpha) + N_2 (\sin \beta + f_2 \cos \beta) = 0$$

$$N_1 (\cos \alpha + f_1 \sin \alpha) + N_2 (\cos \beta + f_2 \sin \beta) = F.$$

Определяя из первого уравнения $N_2 = N_1 \frac{\sin \alpha + f_1 \cos \alpha}{\sin \beta + f_2 \cos \beta}$, подставляя это выражение во второе уравнение, решая это последнее уравнение относительно N_1 и подставляя в него

$$f_1 = \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} \text{ и } f_2 = \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\sin \varphi_2}{\cos \varphi_2},$$

мы, после преобразований, получим:

$$N_1 \sin [(\alpha - \varphi_1) + (\beta - \varphi_2)] = F \sin (\beta - \varphi_2) \cos \varphi_1.$$

Замечая, что

$$\sin [(\alpha - \varphi_1) + (\beta - \varphi_2)] = \sin [(\alpha + \beta) - \varphi_1 - \varphi_2] = \sin (180^\circ - \alpha - \beta + \varphi_1 + \varphi_2) = \sin (\gamma + \varphi_1 + \varphi_2),$$

так как $180^\circ - (\alpha + \beta) = \gamma$, где γ есть угол заострения, — получим

$$N_1 = F \frac{\sin (\beta - \varphi_2) \cos \varphi_1}{\sin (\gamma + \varphi_1 + \varphi_2)}$$

и аналогично:

$$N_2 = F \frac{\sin (\alpha - \varphi_1) \cos \varphi_2}{\sin (\gamma + \varphi_1 + \varphi_2)}.$$

Оба последние выражения могут быть представлены в несколько ином виде, если в них вместо тангенса угла трения φ подставить коэффициент трения f ; действительно, уравнение дает

$$\begin{aligned} N_1 &= F \frac{\sin (\beta - \varphi_2) \cos \varphi_1}{\sin (\gamma + \varphi_1 + \varphi_2)} = F \cdot \frac{(\sin \beta \cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 \cos \beta) \cos \varphi_1}{\sin \gamma \cdot \cos (\varphi_1 + \varphi_2) + \cos \gamma \cdot \sin (\varphi_1 + \varphi_2)} = \\ &= F \frac{\sin \beta - f_2 \cos \beta}{\frac{\cos (\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2} \cdot \sin \gamma + \frac{\sin (\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2} \cos \gamma}; \end{aligned}$$

Однако,

$$\frac{\cos (\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2} = 1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 = 1 - f_1 f_2.$$

и

$$\frac{\sin (\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2} = \operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_2 = f_1 + f_2.$$

Поэтому

$$N_1 = F \frac{sn^2 \varphi_1 - f_2 \cos^2 \varphi_1}{(1 - f_1 f_2) \cdot sn^2 \gamma + (f_1 + f_2) \cos^2 \gamma}$$

и аналогично:

$$N_2 = F \frac{sn^2 \varphi_2 - f_1 \cos^2 \varphi_2}{(1 - f_1 f_2) \cdot sn^2 \gamma + (f_1 + f_2) \cos^2 \gamma}$$

Предположим теперь обратную картину: пусть силы N_1 и N_2 будут движущими силами, а сила F — сопротивлением; другими словами, пусть клин ABC , нагруженный сверху нагрузкой F , равномерно выжимается вверх боковыми давлениями N_1 и N_2 .

В этом случае силы трения $f_1 N_1$ и $f_2 N_2$ будут иметь обратное направление, что обязывает в формулах переменить на обратный знак у φ_1 и φ_2 (и в формулах — у f_1 и f_2); при таких условиях знаменатели формул примут вид:

$$sn [\gamma - (\varphi_1 + \varphi_2)].$$

Этот вид формулы показывает, что при $\gamma < \varphi_1 + \varphi_2$ для равномерного выжимания клина сила F должна иметь отрицательное значение, т. е. должна быть направлена вверх. Другими словами, одни силы N_1 и N_2 при этих условиях не в состоянии выжать вверх даже не нагруженный клин, но в помощь им для вытягивания клина необходимо приложить к голове его некоторое действующее вверх добавочное усилие F .

Отсюда следует, что такой клин, у которого угол заострения γ меньше суммы углов трения на его щеках, не может быть выжат давлениями N_1 и N_2 , но его необходимо будет вытягивать с некоторым усилием.

Условие

$$\gamma < \varphi_1 + \varphi_2$$

носит название условия самотормажения.

Перейдем теперь к определению коэффициента полезного действия клина

$$\eta = \frac{T_u}{T_m}.$$

Пусть (черт. 248) при опускании точки приложения движущей силы F (т. е. при опускании клина) на величину s точки приложения полезных сопротивлений N_1 и N_2 пройдут по направлению этих сил (т. е. по направлениям, перпендикулярным плоскостям щек) пути δ_1 и δ_2 . Из чертежа видно, что

$$\delta_1 = s \cdot sn (90^\circ - \alpha) = s \cdot \cos \alpha \text{ и } \delta_2 = s \cdot sn (90^\circ - \beta) = s \cdot \cos \beta.$$

Поэтому работа движущей силы F за время опускания клина будет

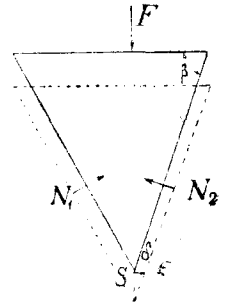
$$T_m = Fs,$$

а сумма работ полезных сопротивлений N_1 и N_2 за то же время будет

$$T_u = N_1 \delta_1 + N_2 \delta_2 = (N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \beta) \cdot s.$$

Поэтому

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \beta}{F}.$$



Черт. 248.

Последнее равенство на основании установленных выше формул может быть представлено в виде:

$$\eta_1 = \frac{(sn\beta - f_2 \cos\beta) \cos\alpha + (sn\gamma - f_1 \cos\gamma) \cos\beta}{(1 - f_1 f_2) sn\gamma + (f_1 + f_2) \cos\gamma} = \frac{sn(\alpha + \beta) - (f_1 + f_2) \cos\alpha \cdot \cos\beta}{(1 - f_1 f_2) sn\gamma + (f_1 + f_2) \cos\gamma} =$$

$$= \frac{sn\gamma - (f_1 + f_2) \cos\alpha \cdot \cos\beta}{(1 - f_1 f_2) sn\gamma + (f_1 + f_2) \cos\gamma}$$

Вдумываясь в это выражение, мы замечаем, что коэффициент полезного действия η_1 клина достигает своего наибольшего значения при $(f_1 + f_2) \cos\alpha \cdot \cos\beta = 0$, т. е. при

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = 0;$$

последнее равенство, очевидно, соответствует любому из двух случаев: $\alpha = 90^\circ$ или $\beta = 90^\circ$, т. е. прямоугольному клину. Таким образом, наиболее выгодной формой клина будет прямоугольная, причем головой будет служить один из катетов¹⁾.

Для прямоугольного клина с углом заострения γ , т. е. при $(f_1 + f_2) \cos\alpha \cdot \cos\beta = 0$ выведенная нами для коэффициента формула принимает вид:

$$\eta = \frac{1}{1 - f_1 f_2 + (f_1 + f_2) \cotg\gamma} \quad ^2).$$

Так как для прямоугольного клина (черт. 249) $\beta = 90^\circ$ и $\alpha = 90^\circ - \gamma$, то выражения для боковых давлений N_1 и N_2 , принимают вид:

N_1 , т. е. давление на гипотенузе =

$$= F \frac{sn(90^\circ - \varphi_2) \cdot \cos\varphi_1}{sn(\gamma - \varphi_1 + \varphi_2)} = F \frac{\cos\varphi_2 \cos\varphi_1}{sn(\gamma + \varphi_1 + \varphi_2)} =$$

$$= F \frac{1}{(1 - f_1 f_2) sn\gamma + (f_1 + f_2) \cos\gamma}$$

и N_2 , т. е. давление на катете =

$$= F \frac{sn(90^\circ - \gamma - \varphi_1) \cos\varphi_2}{sn(\gamma + \varphi_1 + \varphi_2)} = F \frac{\cos(\gamma + \varphi_1) \cos\varphi_2}{sn(\gamma + \varphi_1 + \varphi_2)} =$$

$$= F \frac{\cos\gamma - f_1 sn\gamma}{(1 - f_1 f_2) sn\gamma + (f_1 + f_2) \cos\gamma}$$

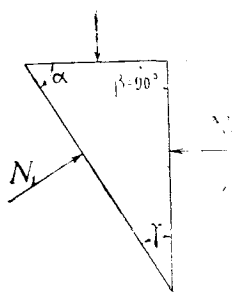
1) Для равнобочного клина $\alpha = \beta$ и $\cos\alpha \cdot \cos\beta$ достигает своего максимума; поэтому равнобочный клин является наименее выгодной формой клина.

2) При $\gamma = \varphi_1 + \varphi_2$, т. е. при предельном угле заострения, удовлетворяющем условию самоторможения,

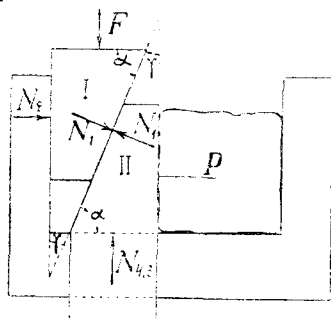
$$\eta_1 = \frac{1}{1 - f_1 f_2 + \frac{f_1 + f_2}{1 - f_1 f_2} \cotg(\varphi_1 + \varphi_2)} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1 - f_1 f_2}{1 - f_1 f_2} \cotg(\varphi_1 + \varphi_2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - f_1 f_2}$$

Перейдем теперь к рассмотрению условий работы машины, составленной из двух прямоугольных клиньев (I и II) и называемой клиновым прессом (черт. 250); прямоугольный клин I под действием вертикальной движущей силы E равномерно опускается вниз, скользя своим катетом по неподвижной направляющей вертикальной плоскости; при этом клин I нажимает своей гипотенузой на гипотенузу другого прямоугольного клина II, отодвигая его, таким образом, вправо и заставляя его скользить его катетом по неподвижной направляющей горизонтальной плоскости; клин II, двигаясь вправо, прижимает соприкасающийся с ним предмет к неподвижной вертикальной плоскости. Так как цель



Черт. 249.



Черт. 250.

пресса заключается в сжатии предмета, то полезным сопротивлением будет нормальное (горизонтальное) давление P , с которым сжимаемый предмет давит на клин II.

Обозначая, соответственно, через N_1 и N_2 , через f_1 и f_2 и через φ_1 и φ_2 нормальные давления, коэффициенты и углы трения на гипотенузе и вертикальном катете клина I и принимая нагруженный грузом F горизонтальный его катет за голову, а противолежащий угол γ — за угол заострения, получим для нормального давления N_1 на гипотенузе клина I на основании, формулы установленной выше следующее выражение:

$$N_1 = \frac{F}{(1 - f_1 f_2) \sin \gamma + (f_1 + f_2) \cos \gamma}.$$

Так как оба клина взаимно соприкасаются по общей гипотенузе, то нормальные давления по гипотенузе у обоих клиньев одинаковы по величине и равны N_1 . обозначая, поэтому, через N_1 и N_3 , через f_1 и f_3 и через φ_1 и φ_3 нормальные давления, коэффициенты и углы трения на гипотенузе и горизонтальном катете клина II и принимая нагруженный грузом P вертикальный его катет за голову, а противолежащий угол α — за угол заострения, получим для нормального давления N_1 на гипотенузе клина II на основании той же формулы следующее выражение ¹⁾:

$$N_1 = \frac{P}{(1 - f_1 f_3) \sin \alpha - (f_1 + f_3) \cos \alpha}$$

или так как $\alpha = 90^\circ - \gamma$

$$N_1 = \frac{P}{(1 - f_1 f_3) \cos \gamma - (f_1 + f_3) \sin \gamma}.$$

¹⁾ В предыдущей формуле надо для этого случая (рис. 251) принять $\gamma = -\alpha$ (так как углы γ и α по отношению к своим головам имеют различный знак, т. е. принять $\sin \gamma = \sin (-\alpha) = -\sin \alpha$ и $\cos \gamma = \cos (-\alpha) = \cos \alpha$, а затем переменить общий знак, так как давление на гипотенузы обоих клиньев обратны друг другу.

Из двух предыдущих равенств получим:

$$F = P \frac{(1 - f_1 f_2) \sin \gamma + (f_1 + f_2) \cos \gamma}{(1 - f_1 f_3) \cos \gamma - (f_1 + f_3) \sin \gamma} = P \frac{1 - f_1 f_2}{1 - f_1 f_3} \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma + \frac{f_1 + f_2}{1 - f_1 f_2}}{1 - \frac{f_1 + f_3}{1 - f_1 f_3} \operatorname{tg} \gamma}$$

Имея в виду, что

$$\frac{f_1 + f_2}{1 - f_1 f_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_2}{1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2} = \operatorname{tg} (\varphi_1 + \varphi_2)$$

и

$$\frac{f_1 + f_3}{1 - f_1 f_3} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_3}{1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_3} = \operatorname{tg} (\varphi_1 + \varphi_3),$$

получим:

$$F = \frac{1 - f_1 f_2}{1 - f_1 f_3} \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} (\varphi_1 + \varphi_2)}{1 - \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} (\varphi_1 + \varphi_3)} \quad (1)$$

Если

$$f_1 = f_2 = f_3 = f, \text{ т. е. } \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi,$$

то

$$F = P \frac{\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} 2\varphi}{1 - \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} 2\varphi},$$

т. е.

$$F = P \operatorname{tg} (\gamma + 2\varphi).$$

Для определения коэффициента полезного действия клинового пресса заметим (черт. 252), что при опускании клина I на величину s клин II отодвигается вправо на величину $s \operatorname{tg} \gamma$. Таким образом, работа движущей силы F будет выражаться через

$$T_m = F \cdot s,$$

а работа сопротивления P — через

$$T_u = P \cdot s \cdot \operatorname{tg} \gamma.$$

Поэтому коэффициент полезного действия клинового пресса

$$\eta = \frac{T_u}{T_m}$$

получит вид:

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{P s \operatorname{tg} \gamma}{F s} = \frac{P}{F} \operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} (\gamma + 2\varphi)}.$$

Чтобы найти то значение угла γ , которое соответствует максимуму η , надо, как известно, продифференцировать это выражение по γ и результат приравнять нулю:

$$\left(\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} (\gamma + 2\varphi)} \right)' = \frac{\operatorname{tg} (\gamma + 2\varphi)}{\cos^2 \gamma} - \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos^2 (\gamma + 2\varphi)} = 0$$

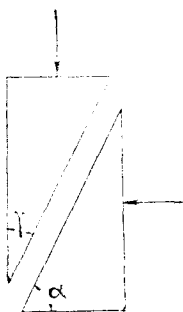
$$\sin (\gamma + 2\varphi) \cos (\gamma + 2\varphi) - \sin \gamma \cdot \cos \gamma = 0$$

$$\sin [2 (\gamma + 2\varphi)] - \sin 2\gamma = 0$$

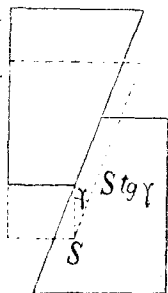
$$2\gamma + 4\varphi = 180^\circ - 2\gamma,$$

т. е.

$$\gamma = 45^\circ - \varphi.$$



Черт. 251.



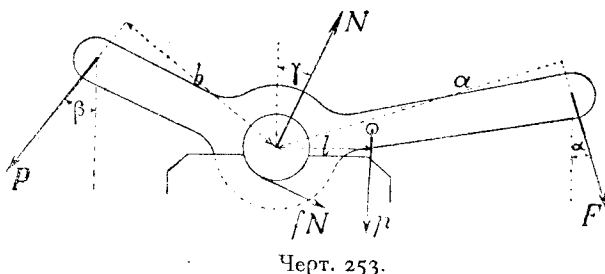
Черт. 252.

Таким образом,

$$\eta_{\max} = \frac{\operatorname{tg}(45^\circ - \varphi)}{\operatorname{tg}(45^\circ + \varphi)}.$$

§ 58. Рычаг.

Обозначая через F движущую силу, через P — силу полезного сопротивления (в частном случае вес поднимаемого груза) и через



Черт. 253.

a и b длины перпендикуляров, опущенных из точки опоры рычага (черт. 253) на направления сил F и P , посмотрим, чему равняется работа T_m силы F и работа T_u силы P при повороте рычага на угол ε . Путь, проходимый при этом повороте точкой при-

ложения силы F , равен дуге $a\varepsilon$, а путь, проходимый точкой приложения силы P , равен $b\varepsilon$.

Поэтому:

$$T_m = F \cdot a\varepsilon \text{ и } T_u = P \cdot b\varepsilon.$$

Если бы не существовало вредных сопротивлений (т. е. трения в шипах оси рычага) и других сил (напр., веса рычага), то условие равномерности движения (равномерности вращения рычага) имело бы для идеального рычага вид:

$$F \cdot a\varepsilon = P \cdot b\varepsilon,$$

т. е.

$$F = P \frac{b}{a}.$$

Таким образом, при $a > b$ рычаг является мультипликатором силы, позволяя с незначительной движущей силой F поднимать большие сравнительно грузы P (лом или вага).

В действительности, однако, на рычаг всегда действует, кроме сил F и P , еще сила вредного сопротивления, зависящая от трения в шипах оси рычага.

В общем случае на рычаг действуют следующие силы:

- 1) движущая сила F , составляющая с вертикалью угол α ;
- 2) полезное сопротивление (поднимаемый груз) P , составляющий с вертикалью угол β ;
- 3) опорная реакция (нормальное давление от подшипника на шип рычага) N , составляющая с вертикалью угол γ ;
- 4) вредное сопротивление (сила трения) fN , действующая по касательной к окружности шипа (радиуса ρ) и притом перпендикулярно направлению N , т. е. составляющая с вертикалью угол $(90^\circ - \gamma)$, и
- 5) вес рычага P , приложенный к его центру тяжести.

Определим, какое значение должна иметь движущая сила F для того, чтобы рычаг двигался под влиянием этой силы равномерным движением. При равномерном движении работа движущей силы F равна сумме работ полезного сопротивления P , вредного сопротивления fN и работы веса p ¹⁾.

¹⁾ Работа опорной реакции N равна нулю, потому что опора неподвижна.

Обозначая через ε угол поворота рычага, через l — длину перпендикуляра, опущенного из точки опоры на силу P , получим, что при повороте рычага на угол ε , точка приложения веса P проходит дугу $l\varepsilon$, а точка приложения силы fN — дугу $\rho\varepsilon$. При таких условиях, уравнение равномерного движения рычага примет следующий вид:

$$F \cdot a\varepsilon = P \cdot b\varepsilon + fN \cdot \rho\varepsilon - p \cdot l\varepsilon,$$

т. е.

$$F = P \frac{b}{a} + fN \frac{\rho}{a} - p \frac{l}{a}$$

Остается определить, как выражается нормальное давление N на шип рычага в зависимости от движущей силы F и груза P . Для этой цели составим уравнение равновесия рычага под влиянием всех действующих на него сил; проектируя сумму всех сил последовательно на горизонтальную ось X^{00} и на вертикальную ось Y^{00} и приравнявая каждую из этих проекций нулю, получим уравнения равновесия в следующем виде:

$$\Sigma X = F \sin \alpha - P \sin \beta + N \sin \gamma + fN \cos \gamma = 0;$$

$$\Sigma Y = F \cos \alpha + P \cos \beta - N \cos \gamma + fN \sin \gamma + p = 0.$$

Для определения из этих уравнений нормального давления N представим эти уравнения в виде:

$$N (\sin \gamma + f \cos \gamma) = P \sin \beta - F \sin \alpha;$$

$$N (\cos \gamma - f \sin \gamma) = P \cos \beta + F \cos \alpha + p$$

Заменив коэффициент трения f через $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$, где φ есть угол трения, получим:

$$\frac{N}{\cos \varphi} \cdot \sin (\gamma + \varphi) = P \sin \beta - F \sin \alpha;$$

$$\frac{N}{\cos \varphi} \cdot \cos (\gamma + \varphi) = P \cos \beta + F \cos \alpha + p.$$

Возводя оба эти равенства в квадрат, складывая и замечая, что

$$\sin^2 (\gamma + \varphi) + \cos^2 (\gamma + \varphi) = 1,$$

имеем:

$$\frac{N^2}{\cos^2 \varphi} = (P \sin \beta - F \sin \alpha)^2 + (P \cos \beta + F \cos \alpha + p)^2$$

или при

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{1}{1 + f^2} :$$

$$N = \sqrt{\frac{1}{1 + f^2}} \sqrt{(P \sin \beta - F \sin \alpha)^2 + (P \cos \beta + F \cos \alpha + p)^2}$$

Подставляя полученное из этого равенства значение N в выведенное выше выражение для F и решая полученное таким образом (квадратное) уравнение относительно F , получим искомую нами силу F в виде функции поднимаемого груза P , веса рычага p , плеч a , b , l и углов α и β .

Однако, практически, это вычисление можно в значительной мере упростить на основании следующих соображений:

1) так как коэффициент трения f шипов представляет собою небольшую сравнительно дробь, то величину дроби $\frac{1}{\sqrt{1+f^2}}$ можно принять за единицу; действительно, уже при $f=0,10$,

$$\frac{1}{\sqrt{1+f^2}} = 0,995 \approx 1;$$

2) весом рычага ρ по сравнению с грузом P и силою F обычно можно пренебречь, т. е. принять $\rho=0$.

При этих упрощениях ($\frac{1}{\sqrt{1+f^2}} = 1$ и $\rho=0$) выше установленные равенства принимают вид:

$$F = P \frac{b}{a} + fN \frac{\rho}{a}$$

и

$$N = \sqrt{(\rho \sin \beta - F \sin \alpha)^2 + (\rho \cos \beta + F \cos \alpha)^2} = \\ = \sqrt{\rho^2 + F^2 + 2\rho F \cos(\alpha + \beta)}$$

Практически искомую силу F проще всего найти путем последовательных приближений; прежде всего определяют силу F из выведенного для нее равенства, предполагая, что $f=0$ (т. е. не принимая во внимание трения); найденное таким образом значение F (первое приближение) подставляют в равенство, установленное для N , определяют из него N и, подставляя это N в предыдущее уравнение, находят, при $f=0,10$ (т. е. принимая во внимание трение, новое значение F (второе приближение), которое, по большей части, оказывается достаточным по своей точности.

При $\alpha + \beta = 0$, что соответствует параллельности сил F и P , из установленного для уравнения следует:

$$N = P + F,$$

в виду чего уравнение для F принимает вид:

$$F = P \frac{b}{a} + f(P + F) \frac{\rho}{a},$$

т. е.

$$F(a - f\rho) = P(b + f\rho)$$

или

$$F = P \frac{b + f\rho}{a - f\rho}.$$

Определим теперь, чему равняется коэффициент полезного действия η рычага для последнего случая; работа T_m движущей силы и соответствующая ей работа T_n полезного сопротивления выражается, как это установлено выше, для всякого рычага (при угле вращения ε), следующим образом:

$$T_m = F \cdot a\varepsilon;$$

$$T_n = P \cdot b\varepsilon$$

Отсюда:

$$\eta = \frac{T_n}{T_m} = \frac{P \cdot b\varepsilon}{F \cdot a\varepsilon} = \frac{P \frac{b}{a}}{F}.$$

Но F , на основании установленного выше равенства, равняется

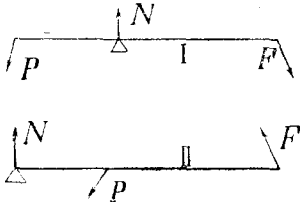
$$\rho \cdot \frac{b + f\rho}{a - f\rho},$$

откуда:

$$\eta = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{b + f\rho}{a - f\rho}} = \frac{ab - bf\rho}{ab + af\rho} = \frac{1 - f\frac{\rho}{a}}{1 + f\frac{\rho}{b}}$$

Так как ρ (радиус шипа) обычно весьма мал по сравнению с плечами a и b и $f \leq 0,10$, то коэффициент полезного действия рычага весьма близок к единице, и притом тем ближе, чем меньше радиус шипа рычага и больше его плечи. Так, например, при $\rho = 10 \text{ mm}$, $a = b = 1000 \text{ mm}$ и $f = 0,1$, коэффициент полезного действия рычага $\eta = 0,998$, т. е. оказывается весьма близким к единице.

Приведенные выше выводы сделаны для рычага первого рода, т. е. для такого рычага, у которого точка опоры (точка приложения силы N) лежит между точками приложения сил F и P (черт. 254).
Ход рассуждения, очевидно, остается прежним и в случае рычага второго рода, т. е. такого рычага, у которого точка приложения силы P лежит между точками опоры и приложения силы F .



Черт. 254.

Надо, при этом, иметь в виду, что в обоих случаях сила F должна преодолевать действие силы P , т. е. направление силы F должно быть всегда таково, чтобы эта сила стремилась повернуть рычаг около точки опоры в сторону обратную той, в которую рычаг стремится повернуться под влиянием силы P .

§ 59. Блоковый подъем ¹⁾.

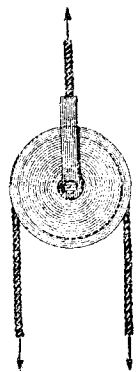
Обозначая через F движущую силу, через P — силу полезного сопротивления (в частном случае вес поднимаемого груза) и через r — радиус рассматриваемого блока (черт. 255 и 256), посмотрим, чему равняется работа T_m силы F и работа T_n силы P при повороте блока на угол ε .

Путь, проходимый при этом повороте точками приложения каждой из сил F и P , равен дуге $r\varepsilon$, в виду чего $T_m = F \cdot r\varepsilon$ и $T_n = P \cdot r\varepsilon$.

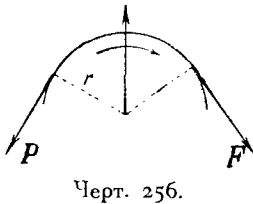
Если бы не существовало вредных сопротивлений (т. е. трения в шипах оси блока и жесткости каната или цепи), то условие равномерности движения (равномерности вращения блока) имело бы для идеального блока вид:

$$F \cdot r\varepsilon = P \cdot r\varepsilon,$$

$$F = P.$$



т. е.



Черт. 256.

Отсюда видно, что неподвижный блок служит лишь для изменения направления силы, но не для изменения величины ее.

¹⁾ Кинематическая сторона механизма рассмотрена в § 47.

В действительности, как известно, всегда действуют вредные сопротивления, для определения работы которых надо учесть: 1) трение в шипах и 2) жесткость каната или цепи.

Сила трения в шипах приложена, как известно, в точке прикасания шипа к подшипнику и равняется fN , где f есть коэффициент трения, а N —давление на шип; путь же, проходимый точкой приложения этой силы при повороте блока на угол ε , равняется, очевидно, дуге $\rho\varepsilon$, где ρ есть радиус шипа; поэтому работа силы трения при повороте блока на угол ε равна

$$fN \cdot \rho\varepsilon.$$

Сила сопротивления, зависящая от жесткости каната или цепи, предполагается, как это выяснено выше, приложенной в точках входа каната в блок и схода каната или цепи с блока и может быть выражена формулой

$$S = \frac{\sigma\rho}{r},$$

где σ — коэффициент, зависящий от диаметра δ каната или цепного железа, ρ —натяжение каната или цепи и r —радиус блока ¹⁾; путь, проходимый точками приложения сил жесткости при повороте блока на угол ε , равняется, очевидно, дуге $r\varepsilon$; поэтому работа силы сопротивления, зависящего от жесткости каната или цепи при повороте блока на угол ε , равна

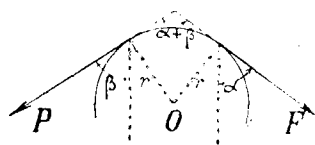
$$\frac{\sigma\rho}{r} \cdot r\varepsilon.$$

Принимая во внимание работу этих вредных сопротивлений, мы должны написать условие равномерности движения (равномерности вращения блока) в виде:

$$F \cdot r\varepsilon = P \cdot r\varepsilon + fN \cdot \rho\varepsilon + \frac{\sigma\rho}{r} \cdot r\varepsilon,$$

т. е.

$$Fr = Pr + fNr + \sigma\rho.$$



Черт. 257.

В этой формуле N есть давление на шип; имея в виду, что с точки зрения равновесия сил P и F блок (черт. 257) можно рассматривать, в сущности, как равноплечий прямолинейный рычаг 1-го рода (с плечами r), для определения величины N можно воспользоваться формулой предыдущего параграфа, или же ее упрощенной формой в виде формулы

$$N = \sqrt{P^2 + F^2 + 2PF \cos(\alpha + \beta)}$$

¹⁾ Мы можем, например, применить для канатов приближенные формулы Редтенбахера (в mm и kgm): $S = 0.013 \frac{\delta^2}{r} \cdot P$ для пеньковых веревок и $S = 0.026 \cdot P$ для проволочных канатов и для цепей формулу $S = 2fP \frac{\delta}{d} = f \frac{\delta}{r} P$; таким образом, при диаметре каната или цепного железа, равном δ , имеем:

для пеньковых веревок $\sigma = 0.013 \delta^2$ пп,
 „ проволочных канатов $\sigma = 0.026 \delta^2$ mm,
 „ железных цепей $\sigma = f\delta$.

С практической точки зрения в этой формуле без особой погрешности для конечного результата можно принять $F = \rho^1$, в виду чего формула приобретает вид:

$$N = \rho \sqrt{2 [1 + \cos (\alpha + \beta)]}.$$

Имея в виду, что $1 + \cos (\alpha + \beta) = 2 \cos^2 \frac{(\alpha + \beta)}{2}$,

получим:

$N = 2 \rho \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 2 \rho \sin \frac{\gamma}{2}$, где $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) =$ углу обхвата блока канатом.

Подставляя это значение N в установленное выше уравнение, для F , получим:

$$Fr = \rho r + 2 \rho f \rho \sin \frac{\gamma}{2} + \sigma \rho$$

или

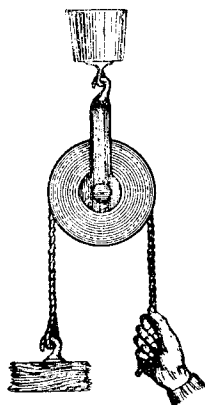
$$F = \rho \left(1 + \frac{\sigma}{r} + 2f \frac{\rho}{r} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \right)$$

При таком значении движущей силы F , коэффициент полезного действия η неподвижного блока может быть выражен в виде:

$$\begin{aligned} \eta = \frac{T_u}{T_m} &= \frac{\rho \cdot r^2}{F \cdot r^2} = \frac{\rho}{\rho \left(1 + \frac{\sigma}{r} + 2f \frac{\rho}{r} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \right)} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{\sigma}{r} + 2f \frac{\rho}{r} \cdot \sin \frac{\gamma}{2}}. \end{aligned}$$

При параллельности сил ρ и F , угол $\gamma = 180^\circ$ и $\sin \frac{\gamma}{2} = 1$; при этих условиях имеем:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\sigma}{r} + 2f \frac{\rho}{r}}.$$



Черт. 258.

Так как множитель σ пропорционален диаметру δ каната или цепного железа ²⁾, то находящиеся в знаменателе этого выражения добавочные члены $\frac{\sigma}{r}$ и $\frac{\rho}{r}$ тем меньше (а, следовательно, коэффициент полезного действия блока тем выше), чем больше диаметр блока r по сравнению с диаметром каната (или цепного железа) δ и с диаметром шипа ρ оси блока. На практике обычно берут $r = 4 \delta$ и $\rho = 0,4 \delta$ для блоков с канатами и $r = 10 \delta$ и $\rho = 1,5 \delta$ для блоков с цепями. При этих условиях коэффициент полезного действия η у блока оказывается весьма близким к единице ³⁾.

¹⁾ Это значит, что при определении давления на шип мы пренебрегаем трением и жесткостью веревок.

²⁾ См. предыдущее примечание.

³⁾ Разобранный выше случай относится к так называемому неподвижному блоку. Закрепляя неподвижно один конец каната, огибающего блок, и прилагая к другому концу каната движущую силу F , а к обойме (т. е. центру) блока полезное сопротивление P , мы получим случай подвижного блока (черт. 258). Легко видеть, что с точки зрения равновесия сил F и P , подвижной блок можно рассматривать как прямолинейный рычаг второго рода, при чем нетрудно убедиться, что такой блок будет играть роль мультипликатора силы, так как движущая сила F , имея плечо $2r$, будет вдвое меньше полезного сопротивления P , имеющего плечо, равное r .

§ 60. Винт ¹⁾.

Положим, что подвижной винт (черт. 259) проходит вертикально сквозь установленную неподвижную гайку, и что путем ввинчивания винта в гайку мы можем поднимать груз P , лежащий на верхней оконечности винта; при таких условиях роль движущей причины играет заданная нам пара сил с моментом M , лежащая в горизонтальной плоскости и вращающая винт около его оси, а роль полезного сопротивления поднимаемый груз P ; принимая, что каждая из сил, составляющих вращающую пару

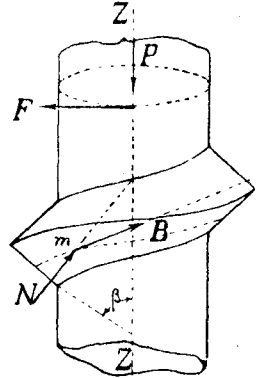
(черт. 260), равна $\frac{F}{2}$ и приложена к окружности радиуса r , где r есть радиус средней винтовой линии, имеем:

$$\frac{F}{2} \cdot 2r = M,$$

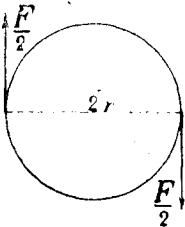
откуда:

$$F = \frac{M}{r}.$$

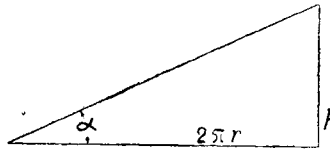
Эту силу, равную по величине $\frac{M}{r}$ и приложенную нормально к оси винта к любой точке его боковой цилиндрической поверхности, мы можем принять условно за движущую силу, вызывающую вращение винта около его оси: действительно, момент этой силы около оси винта будет равен $Fr = M$, т. е. будет равен моменту заданной нам движущей пары сил.



Черт. 259.

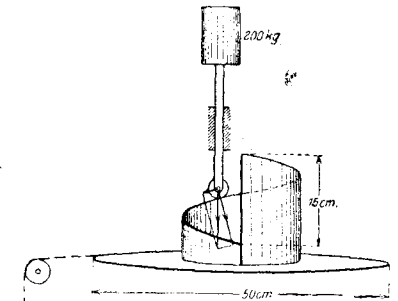


Черт. 260.



Черт. 261.

Посмотрим, чему равняется работа T_m силы F и работа T_u силы P при повороте винта на один оборот. В то время, как винт повернется около своей оси на один оборот, он войдет в неподвижную гайку, т. е. поднимается (вместе с грузом P) на величину одного шага винта; таким образом, путь (черт. 261 и 252), проходимый за это время точкой приложения силы F , будет окружность радиуса r , т. е. путь этот будет равен $2\pi r$, а путь, проходимый



Черт. 262.

¹⁾ Геометрическая и кинематическая сторона винтового механизма рассмотрена выше в § 36.

точкой приложения силы P , будет равен шагу h , т. е. $2\pi r t g \alpha$, где α — угол подъема винта. Поэтому

$$T_m = F \cdot 2\pi r$$

и

$$T_u = P \cdot 2\pi r \cdot t g \alpha.$$

Если бы не существовало вредного сопротивления, т. е. трения нарезки винта в нарезке гайки, то условие равномерного движения (равномерности вращения винта) имело бы для идеального винта вид:

$$F \cdot 2\pi r = P \cdot 2\pi r \cdot t g \alpha,$$

т. е.

$$F = P t g \alpha.$$

Таким образом, при $t g \alpha < 1$, т. е. при $\alpha < 45^\circ$ ¹⁾ подъемный винт является мультипликатором силы, позволяя незначительную силою F поднимать большие сравнительно грузы P (домкрат или подъемный винт)²⁾.

В действительности, однако, всегда имеют место вредные сопротивления, для определения работы которых надо учесть трение нарезки винта в нарезке гайки.

Действительно, винт, опираясь нижнею стороною своей нарезки на нарезку гайки, надавливает на последнюю, действуя определенным нормальным давлением, обуславливающим при движении винта в гайке появление определенного трения, пропорционального этому давлению. Предполагается, что нормальное давление, а следовательно и трение, распределено по трущейся поверхности, т. е. по поверхности соприкосновения винта с гайкою, равномерно; при этом предположении вместо этой поверхности можно рассматривать только одну ее срединную линию, т. е. среднюю винтовую линию, считая силы нормального давления N и трения R распределенными равномерно по длине этой средней линии; имея в виду, далее, что все точки этой средней линии находятся на одном и том же расстоянии r от оси винта, можно избрать на этой линии одну какую-либо точку m и принять все трение $R = fN$ сконцентрированным в этой именно точке. Сила трения R будет совпадать с касательной к винтовой линии и, очевидно, направлена в сторону, обратную движению.

При одном обороте винта около своей оси точка приложения силы трения R пройдет путь, равный по длине одному обороту винтовой линии,

т. е. путь $l = \frac{2\pi r}{\cos \alpha}$, в виду чего работа T_R силы трения за это время будет

равна

$$T_R = R \cdot \frac{2\pi r}{\cos \alpha} = fN \frac{2\pi r}{\cos \alpha}.$$

Принимая во внимание работу вредного сопротивления, мы должны написать условие равномерности движения (уравнение равномерного вращения винта) для реального винта в виде:

$$T_m = T_u + T_R,$$

т. е.

$$F \cdot 2\pi r = P \cdot 2\pi r \cdot t g \alpha + fN \frac{2\pi r}{\cos \alpha}$$

откуда имеем:

$$F = P t g \alpha + \frac{fN}{\cos \alpha}.$$

¹⁾ Обычно угол α имеет значительно меньшую величину.

²⁾ См. § 36.

³⁾ Работа нормального давления N будет равна нулю, так как направление силы N нормально направлению элементарного перемещения.

Остается определить, чему равняется сила N , т. е. нормальное давление нарезки гайки на нарезку винта. Для этой цели заметим, что винт при равномерном движении находится под действием следующих четырех взаимно уравновешивающихся сил (черт. 262): 1) движущая сила F , нормальная к оси ZZ винта, 2) полезное сопротивление P , параллельное оси ZZ винта, 3) нормальное давление N , пересекающее ось ZZ винта и составляющее с ней угол (N, z) и 4) трение $R = fN$, касательное к средней винтовой линии (tt) и составляющее с нормальным давлением N угол 90° и с осью ZZ винта угол (t, z) .

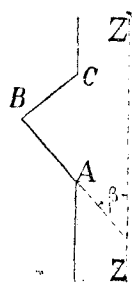
Имея в виду, что эти четыре силы при равномерном движении должны взаимно уравновешиваться, мы можем приравнять нулю сумму проекций этих четырех сил на любую ось. Проектируя на ось ZZ (т. е. на ось винта) и замечая, что $F_z = 0$ и $P_z = P$, получим:

$$F \cos(n, Z) - fN \cos(t, Z) - P = 0,$$

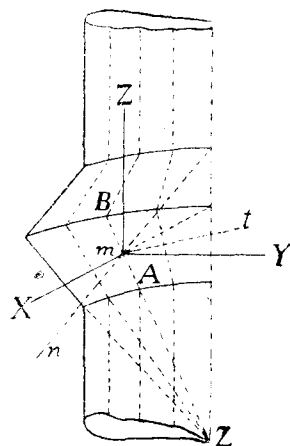
т. е.

$$N = \frac{P}{\cos(n, Z) - f \cos(t, Z)}.$$

Определим теперь, чему равняются $\cos(n, Z)$ и $\cos(t, Z)$, т. е. чему равняются косинусы углов, образуемы осью ZZ винта с нормалью N и касательной t к винтовой линии в точке m ; при этом мы будем исходить из следующих двух элементов винта (черт. 263).



Черт. 263.



Черт. 264.

1) угол подъема винтовой линии равен α , и

2) нарезка винта образована движением по винтовой линии проходящего через ось винта треугольника ABC , сторона которого AB составляет с осью винта угол, равный β .

Проведем через точку m (черт. 264) три взаимно перпендикулярных оси:

- 1) ось z параллельно оси винта Z ,
- 2) ось x , лежащую в плоскости zZ и перпендикулярную оси винта, и
- 3) ось y , перпендикулярную плоскости zZ , а следовательно также перпендикулярную оси винта.

Очевидно, что линия AB , проходящая через точку m , лежит в плоскости xz , а касательная t в плоскости yz .

При принятых обозначениях, углы, составленные касательной t и линией AB с осями координат xyz будут, очевидно, следующие:

$$\angle(t, x) = 90^\circ, \angle(t, y) = \alpha, \angle(t, z) = 90^\circ - \alpha,$$

$$\angle(AB, x) = 90^\circ - \beta, \angle(AB, y) = 90^\circ, \angle(AB, z) = \beta.$$

Нормаль n , по самому определению своему, нормальна ко всякой линии, проходящей через точку m и лежащей в плоскости нарезки винта; при этих условиях нормаль n , очевидно, одновременно перпендикулярна и касательной t ,

и производящей AB . Из аналитической геометрии известно, что условие взаимной перпендикулярности двух линий ρ и q выражается следующим равенством:

$$\cos(\rho, x) \cos(q, x) + \cos(\rho, y) \cos(q, y) + \cos(\rho, z) \cos(q, z) = 0.$$

Поэтому условие взаимной перпендикулярности линии n и t выражается равенством:

$$\cos(n, x) \cos(t, x) + \cos(n, y) \cos(t, y) + \cos(n, z) \cos(t, z) = 0,$$

т. е.

$$\cos(n, y) \cos \alpha + \cos(n, z) \sin \alpha = 0, \dots\dots\dots (*)$$

и условие взаимной перпендикулярности линий n и AB — равенством:

$$\cos(n, x) \cos(\overline{AB}, x) + \cos(n, y) \cos(\overline{AB}, y) + \cos(n, z) \cos(\overline{AB}, z) = 0$$

или:

$$\cos(n, x) \sin \beta + \cos(n, z) \cos \beta = 0 \dots\dots\dots (**)$$

Отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \cos(n, y) &= -\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos(n, z) \dots\dots\dots \text{из равенства} (*) \\ \text{и } \cos(n, z) &= -\operatorname{cotg} \beta \cdot \cos(n, z) \dots\dots\dots \text{из равенства} (**) \end{aligned}$$

Из аналитической геометрии известно также, что углы, образованные какой-либо линией ρ , проходящей через начало координат xyz с осями координат, удовлетворяют условию:

$$\cos^2(\rho, x) + \cos^2(\rho, y) + \cos^2(\rho, z) = 1;$$

следовательно:

$$\cos^2(n, x) + \cos^2(n, y) + \cos^2(n, z) = 1$$

или, на основании выведенных выше равенств для $\cos(n, x)$ и $\cos(n, y)$,

$$\operatorname{cotg}^2 \beta \cdot \cos^2(n, z) + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2(n, z) + \cos^2(n, z) = 1,$$

откуда:

$$\cos(n, z) = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{cotg}^2 \beta}} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha \operatorname{cotg}^2 \beta}} = \frac{\cos \alpha}{\Phi},$$

где для краткости принято:

$$\Phi = \sqrt{1 + \cos^2 \alpha \operatorname{cotg}^2 \beta}.$$

Таким образом мы нашли, что

$$\cos(n, Z) = \frac{\cos \alpha}{\Phi} \text{ и } \cos(t, Z) = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$$

т. е. мы определили $\cos (n, Z)$ и $\cos (t, Z)$ в виде функций углов α и β , что и составляло поставленную выше задачу.

При этих условиях полученное выше для нормального давления N выражение:

$$N = \frac{\rho}{\cos (n, Z) - f \cos (t, Z)}$$

дает:

$$N = \frac{\rho \Phi}{\cos \alpha - f \Phi \sin \alpha},$$

и установленное выше уравнение равномерного движения винта

$$F = P \operatorname{tg} \alpha + \frac{f N}{\cos \alpha}$$

получает вид:

$$F = P \operatorname{tg} \alpha + \frac{f \rho \Phi}{\cos \alpha (\cos \alpha - f \Phi \sin \alpha)}.$$

Последнее равенство можно преобразовать в следующую, более удобную для нас, форму:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\rho}{\cos \alpha} \left[\sin \alpha + \frac{f \Phi}{\cos \alpha - f \Phi \sin \alpha} \right] = \frac{\rho}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \alpha - f \Phi \sin^2 \alpha + f \Phi}{\cos \alpha - f \Phi \sin \alpha} = \\ &= \frac{\rho}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + f \Phi \cos^2 \alpha}{\cos \alpha - f \Phi \sin \alpha} = \rho \cdot \frac{\sin \alpha + f \Phi \cos \alpha}{\cos \alpha - f \Phi \sin \alpha} = \rho \frac{\operatorname{tg} \alpha + f \Phi}{1 - f \Phi \cdot \operatorname{tg} \alpha}. \end{aligned}$$

Обозначим теперь

$$f \Phi = f \sqrt{1 + \cos^2 \alpha \cdot \cot^2 \varphi'}$$

через $\operatorname{tg} \varphi'$, тогда получим:

$$F = \rho \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi'}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi'}$$

или, окончательно,

$$F = \rho \operatorname{tg} (\alpha + \varphi').$$

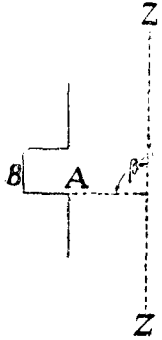
На основании изложенного нетрудно вывести как коэффициент полезного действия η винта, так и условие его самотормажения. Действительно,

1) коэффициент полезного действия, как известно, равняется

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{\rho \cdot 2\pi r \operatorname{tg} \alpha}{F \cdot 2\pi r} = \frac{\rho \cdot 2\pi r \operatorname{tg} \alpha}{\rho \operatorname{tg} (\alpha + \varphi') \cdot 2\pi r} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi')};$$

2) при обратном ходе вредное сопротивление, как известно, меняет знак, т. е. коэффициент f , входящий в уравнение прямого хода, должен быть заменен коэффициентом $-f$; поэтому значение движущей силы для равномерного обратного хода получит вид:

$$F' = P \operatorname{tg} (\alpha - \varphi'),$$



откуда видно, что при $\alpha < \varphi'$ движущая сила при обратном ходе F' будет иного знака, чем движущая сила при прямом ходе F , т. е. для развинчивания винта в этом случае надо будет приложить обратную внешнюю пару, или, другими словами, при этих условиях винт сам собою (т. е. только под действием силы P) развинтиться не может. Таким образом, условие самотормажения винта будет выражаться простым неравенством:

$$\alpha < \varphi'.$$

Черт. 265. Предыдущие формулы для движущей силы F и коэффициента полезного действия η выведены для случая треугольной нарезки винта; для того, чтобы перейти к случаю прямоугольной нарезки (черт. 265), необходимо в этих формулах положить $\beta = 90^\circ$. При этом условии $\cotg \beta = 0$ и

$$\Phi = \sqrt{1 + \cos^2 \alpha \cotg^2 \beta} = 1,$$

а

$$\operatorname{tg} \varphi' = f \Phi$$

оказывается равным

$$f = \operatorname{tg} \varphi,$$

где φ есть угол трения, т. е. для случая прямоугольной нарезки имеем

$$\varphi' = \varphi,$$

а следовательно, для этого случая:

$$F = P \operatorname{tg} (\alpha + \varphi),$$

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)}$$

и условия самотормажения винта:

$$\alpha < \varphi.$$

Так как для треугольной нарезки $\Phi > 1$, а для прямоугольной $\Phi = 1$, то трение в винтах с треугольной нарезкой оказывается больше, чем трение в винтах с прямоугольной нарезкой, т. е. винт с прямоугольной нарезкой является машиной с более высоким коэффициентом полезного действия, чем винт с треугольной нарезкой. На этом основании в тех случаях, когда винт служит для преобразования работы (подъемные и передающие винты), применяется исключительно прямоугольная нарезка, а в тех слу-

чаях, где целью винта является взаимное скрепление между собою двух частей сооружения, употребляется треугольная нарезка ¹⁾).

Посмотрим теперь, какое значение должен иметь угол подъема α для того, чтобы коэффициент полезного действия винта был наибольшим; ограничимся при этом случаем прямоугольной нарезки, так как величина коэффициента полезного действия характеризует собою успешность преобразования работы, что имеет значение лишь для подъемных и вообще передаточных винтов, а не для скрепляющих. Для нахождения того значения α , которое соответствует maximum'у η , надо, как известно, найти $\frac{d\eta}{d\alpha}$ и решить уравнение $\frac{d\eta}{d\alpha} = 0$ относительно величины α ; корень этого уравнения и будет соответствовать maximum'у η .

Имея

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)},$$

получим:

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi) \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 (\alpha + \varphi)}}{\operatorname{tg}^2 (\alpha + \varphi)} = 0$$

$$\frac{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)}{\cos^2 \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 (\alpha + \varphi)} = 0$$

$$\operatorname{sn} (\alpha + \varphi) \cdot \cos (\alpha + \varphi) - \operatorname{sn} \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\operatorname{sn} (2\alpha + 2\varphi) = \operatorname{sn} 2\alpha$$

$$2\alpha + 2\varphi = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\alpha + \varphi = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}.$$

Таким образом, винт с прямоугольной нарезкой дает наибольшее значение коэффициента полезного действия при угле подъема $\alpha = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}$, т. е. (считая $f = \operatorname{tg} \varphi = 0,1$ и $\varphi = 6^\circ$) при $\alpha = 42^\circ$, что соответствует значению

$$\eta_{\max} = \frac{\operatorname{tg} 42^\circ}{\operatorname{tg} (42^\circ + 6^\circ)} = \approx 0,81.$$

1) Поднимаемый подъемным винтом (домкратом) груз P обычно не может вращаться вместе с винтом; груз P давит обыкновенно на некоторую платформу, могущую под влиянием подъема или опускания винта подниматься вверх или опускаться вниз, т. е. перемещаться по оси винта, не принимая участия в его вращении: для этой цели в этой платформе делается цилиндрическое углубление (подпятник), в котором может свободно вращаться голова (цилиндрическая пята) винта. При этом вращении появляется добавочное вредное сопротивление, а именно трение в пяте, работа которого, как это установлено выше, за один оборот равна $\frac{2}{3} fP \cdot 2\pi r'$, где r' есть радиус пяты. Поэтому уравнение равномерного вращения подъемного винта в этом случае будет иметь вид:

$$F \cdot 2\pi r = P \cdot 2\pi r \operatorname{tg} (\alpha + \varphi) + \frac{2}{3} fP \cdot 2\pi r'$$

Однако, обычно, угол подъема α никогда таким большим не берется, так как, во-первых, при увеличении угла α значительно увеличивается движущая сила F при том же полезном сопротивлении P , и, во-вторых, коэффициент η сильно увеличивается вместе с α приблизительно только до $\alpha = 20^\circ$; поэтому эту последнюю величину часто и берут для передаточных винтов, не обладающих способностью самотормажения; при этом коэффициент полезного действия выражается величиной

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\operatorname{tg} (20^\circ + 6^\circ)} = \approx 0,74.$$

Для тех же передаточных винтов, где требуется самотормажение (напр., для прессов), приходится брать значительно меньшее значение угла подъема α удовлетворяя условию самотормажения $\alpha < \varphi$, т. е. $\alpha < 6^\circ$; при $\alpha = 3^\circ$ коэффициент полезного действия выражается уже величиной

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} 3^\circ}{\operatorname{tg} (3^\circ + 6^\circ)} = \approx 0,27.$$

Из этих примеров видно, что чем меньше угол подъема α , т. е. чем более полого винтовая нарезка, тем ниже коэффициент полезного действия η винта, т. е. тем больше тратится работы движущей силы на преодоление работы трения при той же полезной работе, даваемой винтом. Таким образом, с точки зрения успешности преобразования работы винт с пологой нарезкой является механизмом менее целесообразным, чем винт с крутой нарезкой. Однако, рассматривая винт с точки зрения преобразования сил, а не преобразования работы, необходимо прийти к совершенно обратному выводу: действительно, установленное выше соотношение между движущей силой F и полезным сопротивлением P

$$F = P \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)$$

определенно показывает, что чем меньше угол подъема α , т. е., чем более полого винтовая нарезка, тем меньше будет движущая сила при той же величине полезного сопротивления.

или

$$F = P \operatorname{tg} (\alpha + \varphi) + fP \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{r'}{r}.$$

При этих условиях коэффициент полезного действия $\eta_{\text{дк}}$ домкрата получит вид:

$$\eta_{\text{дк}} = \frac{T_u}{T_m} = \frac{P \cdot 2\pi r \operatorname{tg} \alpha}{F \cdot 2\pi r} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi) + f \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{r'}{r}}.$$

Сравнивая это выражение с выражением коэффициента полезного действия η простого подъемного винта

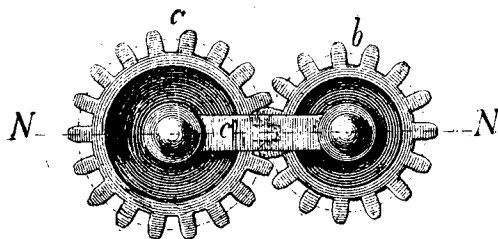
$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)},$$

найдем, что домкрат тем ближе по своему коэффициенту полезного действия приближается к подъемному винту, чем меньше дробь $\frac{r'}{r}$, т. е., чем меньше радиус r' пяты по отношению к радиусу r винтовой нарезки.

Таким образом, мы, имея определенное полезное сопротивление P и уменьшая угол подъема α , т. е., пользуясь винтами с очень пологой нарезкой, с одной стороны, уменьшаем величину необходимой нам движущей силы, но зато, с другой стороны, в значительной мере увеличиваем общее количество работы, которую эта сила должна будет осуществить.

§ 61. Зубчатые колеса ¹⁾.

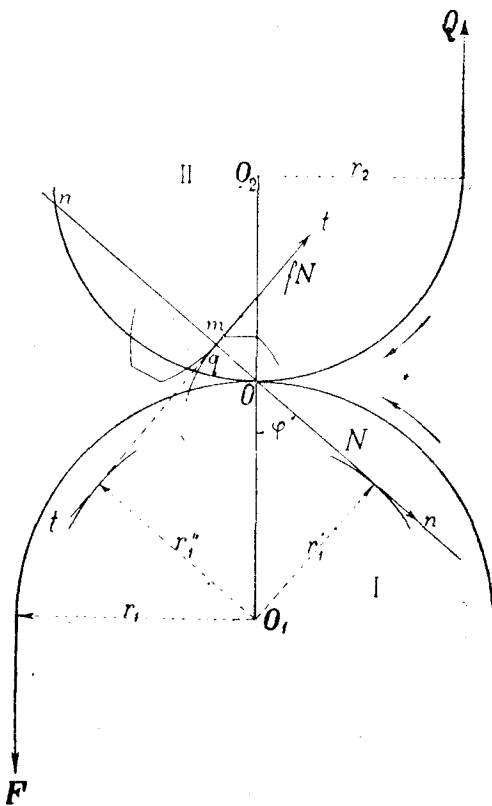
Положим (черт. 267), что мы имеем два цилиндрических зубчатых колеса, составляющих так называемую пару зацепления; радиус начальной окружности первого колеса (с центром O_1) обозначим через r_1 и радиус начальной окружности второго колеса (с центром O_2) обозначим через r_2 .



Черт. 266.

Прилагая к окружности первого (ведущего) колеса O_1 движущую силу F (нормально к радиусу r_1), мы заставим это колесо поворачиваться около своей оси; при этом зубец первого колеса будет надавливать на соответствующий ему зубец второго колеса, действуя на него с некоторою силою, называемую нормальным давлением N . Это давление N , сосредоточенное в точке m взаимного касания профилей зубцов и направленное по общей их нормали mn от первого колеса ко второму, — будет, в свою очередь, играть роль движущей силы для второго (ведомого) колеса O_2 и заставит второе колесо также повернуться около своей оси, преодолевая при этом некоторое полезное сопротивление Q ; полезное сопротивление Q мы будем также считать приложенным к окружности второго (ведомого) колеса O_2 нормально к радиусу r_2 .

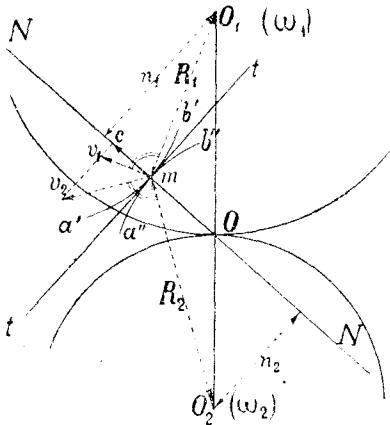
Для выяснения динамической роли пары зубчатых колес исследуем уравнение равномерного вращения каждого из колес, сначала для случая идеальной машины, т. е., не принимая во внимание вредных сопротивлений. Рассматривая первое колесо в отдельности, мы должны за движущую силу принять силу F и за полезное сопротивление — сопротивление, оказываемое повороту вторым



Черт. 267.

¹⁾ Геометрическая и кинематическая сторона механизма зубчатой передачи рассмотрена выше в § 35.

колесом, т. е. нормальное давление N , направленное от второго колеса на первое; рассматривая второе колесо, мы должны за движущую силу принять усилие, с которым первое колесо давит на зубец второго, т. е. нормальное давление N , направленное от первого колеса на второе и за полезное сопротивление—силу Q .



Черт. 268.

Выше было установлено, что общая нормаль (черт. 268) к профилям зубцов в точке (m) их взаимного касания должна при любом положении зубцов проходить через точку (полюс O) касания начальных окружностей ¹⁾. Обозначая переменный угол между нормалью nn и линией центров $O_1 O_2$ через φ , мы видим, что расстояния нормали nn от центров O_1 и O_2 (т. е. длины перпендикуляров r'_1 и r'_2 , опущенных из точек O_1 и O_2 на прямую nn) выражаются равенствами:

$$r'_1 = r_1 \sin \varphi \text{ и } r'_2 = r_2 \sin \varphi.$$

Повернем ведущее колесо своей оси на угол ε_1 ; путь, который пройдет при этом любая точка окружности ведущего колеса будет, очевидно, равен дуге $r_1 \varepsilon_1$; положим, что ведомое колесо в то же время успеет повернуться около своей оси на угол ε_2 ; путь, который пройдет при этом любая точка окружности ведомого колеса, будет равен дуге $r_2 \varepsilon_2$ ²⁾.

Очевидно, что пути, проходимые при этом повороте точками приложения действующих на ведущее колесо сил, будут следующие:

путь точки приложения силы равен дуге $r_1 \varepsilon_1$.

путь точки приложения нормального давления N , действующего от ведомого колеса на ведущему, равен дуге

$$r'_1 \varepsilon_1 = r_1 \varepsilon_1 \sin \varphi,$$

Поэтому уравнение равномерного движения ведущего колеса, т. е. уравнение $T_m = T_n$, принимает вид:

$$F \cdot r_1 \varepsilon_1 = N \cdot r_1 \varepsilon_1 \sin \varphi$$

или

$$F = N \sin \varphi.$$

Очевидно также, что пути, проходимые при этом повороте точками приложения действующих на ведомое колесо сил, будут следующие:

¹⁾ См. § 35.

²⁾ Так как при вращении пары зубчатых колес начальные окружности обоих колес катятся друг по другу без скольжения, то

$$r_1 \varepsilon_1 = r_2 \varepsilon_2, \text{ т. е.}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \cdot \frac{r_1}{r_2}.$$

путь точки приложения нормального давления N , действующего от ведущего колеса к ведомому, равен дуге

$$r'_2 \varepsilon_2 = r_2 \varepsilon_2 \sin \varphi,$$

путь точки приложения силы Q равен дуге

$$r_2 \varepsilon_2.$$

Поэтому уравнение равномерного движения ведомого колеса, т. е. уравнение $T_m = T_u$, принимает вид:

$$Q r_2 \varepsilon_2 = N r_2 \varepsilon_2 \sin \varphi$$

или

$$Q = N \sin \varphi.$$

Сравнивая полученные равенства

$$F = N \sin \varphi$$

и

$$Q = N \sin \varphi,$$

имеем:

$$F = Q,$$

т. е. движущая сила пары зубчатых колес равна в идеальной машине полезному сопротивлению.

Отсюда мы видим, что в идеальной паре любых зубчатых колес нет ни выигрыша, ни потери силы ¹⁾, т. е., что пара зубчатых колес никоим образом

¹⁾ Во всякой идеальной машине имеет место равенство $T_m = T_u$, т. е. во всякой идеальной машине нет ни выигрыша, ни потери в работе; но равенство работ $T_m = T_u$ не всегда влечет за собой равенство сил $F = Q$, т. е. не во всякой идеальной машине нет ни выигрыша, ни потери в силе. Выше мы видели, что идеальный рычаг (при неравных плечах), винт (при $tga < 1$) и подвижной блок (всегда) дают выигрыш в силе (за счет потери в скорости или пути), т. е. могут служить мультипликаторами силы; обратно, идеальный рычаг (при равных плечах), винт (при $tga = 1$) и пара зубчатых колес (всегда) не дают ни потери, ни выигрыша в силе, т. е. приводят от равенства между работами $T_m = T_u$ к равенству между силами $F = Q$. Последнее, очевидно, имеет место тогда, когда обязательно равны между собою пути, проходимые в одинаковые промежутки времени точками приложения сил F и Q : это очевидно для равноплечного рычага, неподвижного блока и винта с углом подъема в 45° , а для пары зубчатых колес находит простое объяснение в том, что начальные окружности обоих колес катятся друг по другу без скольжения, т. е. путь, проходимый любой точкой одной из этих окружностей, и путь, проходимый любой точкой другой окружности в один и тот же промежуток времени, равны по своей величине. Таким образом, динамический эффект таких идеальных машин, для которых $F = P$, в сущности, равен нулю, если не считать, что в равноплечном рычаге, неподвижном блоке и в винте с углом подъема в 45° мы достигаем изменения направления силы (без изменения ее величины); в идеальной паре зубчатых колес нет даже и этого динамического результата. Цель и ценность пары зубчатых колес чисто кинематические и заключаются в передаче вращения от одного вращающегося вала к другому, при чем, меняя радиусы этих колес (а, следовательно, и число зубцов), мы можем передавать это вращение с желаемым нами изменением угловой скорости. С этой точки зрения пара зубчатых колес должна быть отнесена, в сущности, к категории чистых механизмов, а не машин в тесном смысле этого слова.

Кроме трения между зубцами, в явлении будет принимать, очевидно, участие и трение в шипах осей колес: однако, последний вид трения мы при расчете зубчатых колес во внимание не принимаем, так как трение в шипах должно быть учтено при расчете самих валов (т. е. осей, на которых наглухо насажены зубчатые колеса), а не при расчете зубчатых колес.

не может служить мультипликатором силы, как это, при известных условиях, имеет место в рычаге, подвижном блоке и винте.

Переходя от идеальной к действительной паре зубчатых колес, мы должны принять во внимание наличие не только полезного сопротивления, но также вредного сопротивления, т. е. учесть неизбежное присутствие силы трения между зубцами колес.

Сила трения между зубцами действует в точке m соприкосновения зубцов, равна по величине fN (где f коэффициент трения и N —нормальное давление между зубцами) и направлена по общей касательной к профилям зубцов (т. е. перпендикулярно направлению N) в сторону, обратную движению. Обозначая через q переменное расстояние от точки m до полюса O , мы видим, что перпендикуляр r_1'' , опущенный из центра O_1 первого колеса на общую касательную к профилям зубцов (т. е. на направление силы трения fN), будет равен

$$r_1'' = r_1 \cos \varphi + q,$$

и что путь, проходимый точкой приложения силы fN (по направлению этой силы) при повороте первого колеса около своего центра на угол ε_1 будет равен дуге:

$$r_1'' \varepsilon_1 = (r_1 \cos \varphi + q) \varepsilon_1.$$

Подобным же образом мы найдем, что перпендикуляр r_2'' , опущенный из центра O_2 второго колеса на общую касательную к профилям зубцов (т. е. на направление силы трения fN), будет равен

$$r_2'' = r_2 \cos \varphi - q,$$

и что путь, проходимый точкой приложения силы fN (по направлению этой силы) при повороте второго колеса около своего центра на угол ε_2 , будет равен дуге

$$r_2'' \varepsilon_2 = (r_2 \cos \varphi - q) \varepsilon_2.$$

Таким образом, работа T_R' силы трения fN , действующей на первое колесо при повороте его на угол ε_1 , будет равна:

$$T_R' = fN (r_1 \cos \varphi + q) \varepsilon_1,$$

и работа T_R'' силы трения fN , действующей на второе колесо при повороте его на угол ε_2 , будет равна:

$$T_R'' = fN (r_2 \cos \varphi - q) \varepsilon_2.$$

Составляя теперь общее уравнение равномерного движения

$$T_m = T_u + T_R$$

в отдельности для первого и для второго колеса, получим:

для колеса O_1 :

$$F \cdot r_1 \varepsilon_1 = N \cdot r_1 \varepsilon_1 \sin \varphi + fN (r_1 \cos \varphi + q) \varepsilon_1;$$

для колеса O_2 :

$$Q \cdot r_2 \varepsilon_2 = N \cdot r_2 \varepsilon_2 \sin \varphi + fN (r_2 \cos \varphi - q) \varepsilon_2$$

или

$$F = N \left(\sin \varphi + f \cos \varphi + \frac{fq}{r_1} \right) \quad \text{и} \quad Q = N \left(\sin \varphi + f \cos \varphi - \frac{fq}{r_2} \right).$$

Отсюда, исключая нормальное давление N , имеем:

$$\frac{F}{Q} = \frac{\sin \varphi + f \cos \varphi + \frac{fq}{r_1}}{\sin \varphi + f \cos \varphi - \frac{fq}{r_2}} \quad \text{или} \quad F = Q \frac{\sin \varphi + f \cos \varphi + \frac{fq}{r_1}}{\sin \varphi + f \cos \varphi - \frac{fq}{r_2}}$$

Рассматривая пару зубчатых колес в целом, мы должны принять силу F за движущую силу и силу Q за полезное сопротивление. При этом условии и при повороте первого колеса O_1 на угол ε_1 и второго колеса O_2 на соответствующий угол ε_2 , получим:

$$T_m = F \cdot r_1 \varepsilon_1$$

и

$$T_u = Q \cdot r_2 \varepsilon_2$$

Таким образом, для коэффициента полезного действия η пары зубчатых колес получим:

$$\eta = \frac{T_u}{T_m} = \frac{Q r_2 \varepsilon_2}{F r_1 \varepsilon_1} = \frac{Q}{F},$$

так как $r_1 \varepsilon_1$ равно $r_2 \varepsilon_2$ ¹⁾.

Однако, $\frac{Q}{F}$, согласно изложенному выше, равняется

$$\frac{\sin \varphi + f \cos \varphi - \frac{fq}{r_2}}{\sin \varphi + f \cos \varphi + \frac{fq}{r_1}},$$

т. е.

$$\eta = \frac{\sin \varphi + f \cos \varphi - \frac{fq}{r_2}}{\sin \varphi + f \cos \varphi + \frac{fq}{r_1}} = 1 - \frac{fp \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}{\sin \varphi + f \cos \varphi + \frac{fq}{r_1}}.$$

В это выражение входят постоянные величины: коэффициент трения f и радиусы r_1 и r_2 колес и переменные величины: угол φ между нормалью mn и линией центров $O_1 O_2$ и расстояние q между точкой m касания профилей и полюсом O ; если нам дано очертание профилей, мы можем выразить расстояние q в виде функции угла φ и таким образом определить величину η .

Можно, однако, значительно обобщить и упростить это выражение, благодаря следующим приближительным допущениям:

1) угол φ во всех конструкциях есть величина достаточно близкая к 90° , т. е. нормальное давление между зубцами без большой погрешности можно принять за перпендикулярное к линии центров; при этих условиях

$$\sin \varphi = \approx 1 \quad \text{и} \quad f \cos \varphi = \approx 0;$$

¹⁾ Так как начальные окружности катятся друг по другу без скольжения, то

$$r_1 \varepsilon_1 = r_2 \varepsilon_2 = ds.$$

2) величина q при движении колес изменяется от нуля до величины, весьма близкой к шагу t колес, поэтому, в среднем, можно принять $q = \frac{t}{2}$;

3) шаг t по отношению к радиусу r_1 есть величина весьма малая, почему величиной

$$\frac{fq}{r_1} = \frac{1}{2} f \cdot \frac{t}{r_1}$$

по сравнению с $\sin \varphi = 1$ можно без особых погрешностей пренебречь.

При этих условиях выражение для коэффициента полезного действия η принимает вид:

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} ft \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right);$$

обозначая через z_1 и z_2 число зубцов первого и второго колеса и имея в виду,

что

$$t_1 = \frac{2\pi r}{z}$$

и

$$z_2 = \frac{2\pi r_2}{t},$$

получим:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{2\pi}{t} \cdot \frac{1}{z_1}$$

и

$$\frac{1}{r_2} = \frac{2\pi}{t} \cdot \frac{1}{z_2}.$$

Отсюда:

$$\eta = 1 - f\pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right).$$

Полагая, например,

$$f = 0,1 \text{ и взяв } z_1 = z_2 = 48,$$

получим:

$$\eta = 1 - 0,013 = 0,987.$$

Отсюда видно: 1) что коэффициент η есть величина при нормальных условиях весьма близкая к единице, и 2) что коэффициент η тем ближе к единице, чем больше z_1 и z_2 , т. е. чем больше число зубцов данных зубчатых колес, или чем меньше шаг t зацепления колес.

В случае сцепления зубчатого колеса с зубчатой рейкой или с бесконечным винтом (червяком), рейку или продольное сечение бесконечного винта можно рассматривать, как зубчатое колесо бесконечно большого радиуса, т. е.

положить $z_2 = \infty$. При этих условиях коэффициент полезного действия η механизма, представляющего собою сцепление зубчатого колеса (с числом зубцов z) с зубчатой рейкой или с бесконечным винтом, получит вид:

$$\eta = 1 - f\pi \cdot \frac{1}{z}.$$

§ 62. Гибкая передача ¹⁾

В случае зубчатой передачи (при помощи пары зацепления), разобранный в предыдущем параграфе, движущее усилие F , приложенное к ведущему валу, передавалось на рабочий вал при помощи непосредственного давления (нажатия) зуба ведущего колеса на зубец ведомого колеса.

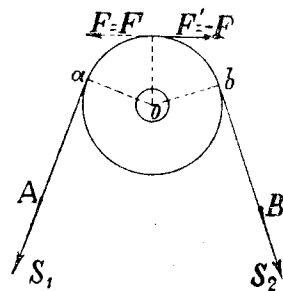
Той же цели можно достигнуть путем применения так называемой гибкой передачи, в которой движущее усилие F , приложенное к ведущему валу, передается на рабочий вал при помощи силы трения, возникающей при движении между гибким телом (ремнем, канатом или цепью), перекинутым через шкивы ведущего и ведомого валов, и самими шкивами.

Чтобы лучше выяснить себе, каким образом сила трения, возникающая между отдельными частями механизма, может быть причиной движения некоторых частей его, рассмотрим шкив (черт. 269), могущий вращаться (вместе с валом 0) в подшипниках и перекинутый через него плоский ремень AB , к концам которого приложены две неравные силы S_1 и S_2 , при чем $S_1 > S_2$. Очевидно, что при этих условиях ремень получит стремление двигаться (скользить) по шкиву в сторону большей силы, при чем роль движущей силы F будет играть разность $S_1 - S_2$. Однако, это стремление встретит немедленно противодействие со стороны появляющейся при всякой попытке сдвинуть ремень силы трения F' , направленной в сторону, обратную силе F ; при этом, если сила $F = S_1 - S_2$ будет меньше, чем предельное значение силы трения (в покое) ремня по шкиву (равное fN , где N представляет собою нормальное давление, прижимающее ремень к шкиву), то ремень, очевидно, скользить не будет, так как вся движущая сила F будет целиком поглощена вызванною ею же силою трения $F' < fN$, и условие отсутствия скольжения может быть представлено в виде равенства:

$$F = -F'.$$

Сила трения F' представляет собою ту силу, с которою шкив действует на ремень (реакцию шкива на ремень); в силу основного закона равенства действия и противодействия, эта сила равна по величине и прямо противоположна по направлению той силе, с которой ремень действует на шкив (реакция ремня на шкив); поэтому, действие ремня на шкив оказывается равным по величине и обратным по направлению силе F' т. е. выражается силой

$$-F' = F.$$



Черт. 269.

¹⁾ Кинематическая и конструктивная стороны механизма гибкой передачи рассмотрены в § 48. Расчет элементов гибкой передачи рассмотрен ниже в § 66.

Изложенное приводит к заключению, что пока

$$F = S_1 - S_2 < fN,$$

скольжения ремня по шкиву не будет, и вся сила F целиком будет передаваться на шкив, заставляя его вращаться в сторону большей из действующей на ремень сил ¹⁾, при чем при продвижении ремня шкив будет катиться по ремню без скольжения.

Полученное нами условие

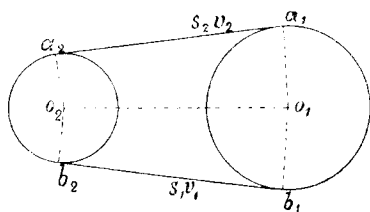
$$F = S_1 - S_2 < fN$$

показывает, что чем большую движущую силу $F = S_1 - S_2$ хотим мы передать шкиву через ремень, тем больше должно быть значение нормального давления N , т. е. тем сильнее должен быть прижат ремень к шкиву, а значит, тем больше должна быть сумма $S_1 + S_2$, так как величина N , очевидно, пропорциональна этой сумме ²⁾.

На изложенных соображениях основано действие гибкой передачи.

Через два шкива (черт. 270), наглухо насаженные на движущем и на рабочем валах, перекидывается гибкое тело (ремень, канат или цепь), которое при надевании на шкивы, тем или иным способом возможно сильно натягивается, чем и достигается достаточно плотное прижатие ремня к шкивам, т. е. достаточное значение силы нормального давления N , а, следовательно, и достаточное значение силы трения fN . Обозначим получаемое при этом натяжение гибкой передачи (очевидно, одинаковое в обеих ее ветвях a_1a_2 и b_1b_2) через S_0 .

Приложим теперь к ведущему шкиву (т. е. к движущему валу) движущий момент $M_1 = Fr_1$, где F — движущая сила, действующая по окружности ведущего шкива, а r_1 — радиус этого шкива; появление силы F увеличит до величины S_1 натяжение S_0 в одной ветви b_1b_2 передачи и уменьшит до величины S_2 натяжение S_0 в другой ветви a_1a_2 этой передачи, т. е. создаст разность $S_1 - S_2 = F$ в двух ветвях передачи, чем и может заставить вращаться ведомый шкив (т. е. рабочий вал), преодолевая при этом некоторый сопротивляющийся момент $M_2 = Qr_2$ где Q — полезное сопротивление, действующее по окружности ведомого шкива, а r_2 — радиус этого шкива.



Черт. 270.

Пусть ведущий шкив, под влиянием движущей силы F_1 , повернется за определенный промежуток времени на некоторый угол ε_1 , а ведомый шкив, под влиянием гибкой передачи, повернется за тот же промежуток времени на некоторый угол ε_2 ; путь, пройденный точкой приложения движущей силы F , будет при таком вращении равен $r_1 \varepsilon_1$, а путь, пройденный точкой приложения полезного сопротивления Q , — дуге $r_2 \varepsilon_2$; поэтому работа T_m силы F будет равна величине $F \cdot r_1 \varepsilon_1$, и работа T_n силы Q — величине $Q \cdot r_2 \varepsilon_2$. При этих условиях

¹⁾ Разумеется, это вращение осуществляется лишь в том случае, если сила F будет достаточна для преодоления всех вредных и полезных сопротивлений, развивающихся при этом вращении.

²⁾ Разность $S_1 - S_2$ усилий, приложенных к концам ремня, определяет величину движущей силы, а сумма $S_1 + S_2$ этих усилий обуславливает величину силы трения.

уравнение равномерного движения шкивов и гибкой передачи $T_m = T_n$ для идеальной машины (т. е. при отсутствии всяких других сопротивлений) получит вид:

$$F \cdot r_1 \varepsilon_1 = Q \cdot r_2 \varepsilon_2.$$

Однако, легко видеть, что, благодаря отсутствию скольжения ремня по шкивам, дуга $r_1 \varepsilon_1 =$ дуге $r_2 \varepsilon_2$; действительно, дуга $r_1 \varepsilon_1$ представляет собою путь, пройденный за рассматриваемый нами промежуток времени любой точкою ремня, участвующей в движении ведущего шкива, а дуга $r_2 \varepsilon_2$ — путь, пройденный за то же время любой точкою того же ремня, участвующей в движении ведомого шкива; так как обе эти точки принадлежат одному и тому же ремню, и притом ремень этот все время натянут, и в идеальной машине предполагается нерастяжимым, то пути эти, очевидно, по величине равны между собой, т. е. $r_1 \varepsilon_1 = r_2 \varepsilon_2$.

На основании этого предыдущее равенство принимает вид:

$$F = Q,$$

показывающий, что в гибкой передаче, в идеальном случае, мы не выигрываем и не проигрываем в силе; таким образом, мы видим, что чисто динамически эффект гибкой передачи равен нулю, т. е., что гибкая передача не преследует цели преобразования сил, но служит лишь (как и зубчатая передача) для передачи вращения от одного вала к другому, а, следовательно, имеет цели чисто кинематические; с этой точки зрения идеальная гибкая передача, представляющая собою соединение двух пар трения (ведущий шкив и ремень, ремень и ведомый шкив) относится так же, как и зубчатая передача, в сущности, к разряду не машин, а чистых механизмов.

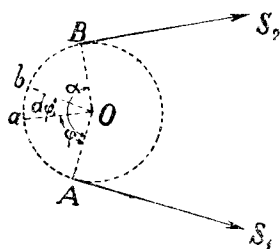
В действительности, однако, кроме движущей силы F и полезного сопротивления Q , в гибкой передаче действует, как известно, целый ряд вредных сопротивлений, к числу которых относятся:

- 1) сила трения цапф или шеек валов в подшипниках;
- 2) добавочное сопротивление, вызываемое тем, что ремень в действительности не только катится по шкивам, но отчасти и скользит по ним, т. е. сила трения неизбежного добавочного скольжения гибкого тела по шкивам ¹⁾;
- 3) добавочное сопротивление от жесткости гибкого тела, появляющееся при входе ремня или каната на шкивы и сходе с них.

Рассмотрим теперь подробнее все эти виды добавочных сопротивлений:

1. Сила трения цапф или шеек валов в подшипниках зависит от нормального давления прижимающего цапфу к подшипнику. Давление (черт. 271), прижимающее каждый вал к своим подшипникам ²⁾ не может, очевидно, быть больше суммы усилий S_1 и S_2 , действующих в обеих ветвях гибкой передачи ³⁾; таким образом, на каждую цапфу от ремня передается давление не свыше

$$S_0 = \frac{S_1 + S_2}{2}.$$

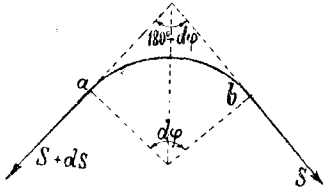


Черт. 271.

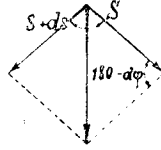
¹⁾ Хотя, согласно изложенному выше, скольжение и может быть уничтожено натяжением гибкой передачи, тем не менее, частичное скольжение все-таки останется: причина этого явления заключается в упругости ремня, вследствие которой изменение в натяжении влечет за собою изменение длины ремня; поэтому одна ветвь ремня, а именно набегающая на ведущий шкив, будет более растянута, чем другая ветвь того же ремня.

Определим, как выражается это давление S_0 в зависимости от величины движущей силы F .

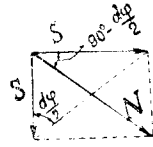
Обозначая угол AOB обхвата ремнем шкива через α и переменный угол AOa , характеризующий положение на шкиве элемента ab ремня, через φ , выделим из ремня бесконечно малый элемент $ab = rd\varphi$ и определим нормальное давление N , прижимающее этот элемент к шкиву; обозначая через S растягивающее усилие, действующее на одном конце (b) этого элемента, и имея в виду что это усилие по длине элемента может изменяться только непрерывно, мы должны обозначить растягивающее усилие действующее на другом конце (a) этого элемента, через $S + dS$ (черт. 272). Равнодействующая двух сил S и



Черт. 272.



Черт. 273.



Черт. 274.

$S + dS$, представляющая диагональ параллелограмма со сторонами S и $S + dS$ и с углом между ними в $180 - d\varphi$, и представит собою давление ремня или каната на шкиве.

Пренебрегая бесконечно малой величиной dS по сравнению с конечной величиной S , мы превратим этот параллелограмм в ромб, а давление—в нормальное давление N ; очевидно, при этом, что диагональ этого ромба, представляющая собою нормальное давление N , будет равна

$$N = 2S \sin \frac{d\varphi}{2};$$

заменяя, в виду малости угла $\frac{d\varphi}{2}$, $\sin \frac{d\varphi}{2}$ через угол $\frac{d\varphi}{2}$, окончательно получим:

$$N = Sd\varphi$$

Это нормальное давление будет, в действительности, несколько меньше, чем $Sd\varphi$, так как при значительных скоростях v вращения шкива на элемент $rd\varphi$ будет действовать (в сторону, обратную силе N), центробежная сила инерции J_n равная $\frac{mv^2}{r}$, где m представляет собою массу элемента $rd\varphi$, а r —радиус шкива; обозначая вес единицы длины ремня или каната через q , имеем

$$m = \frac{q}{g} \cdot r\varphi,$$

Имея при этом в виду, что при непрерывном движении ремня через определенную точку проходит в одно и то же время одинаковый объем ремня, необходимо прийти к заключению, что более натянутая ветвь должна двигаться с большею скоростью, чем менее натянутая ветвь ремня; это различие скоростей различных точек ремня и делает неизбежным наличие некоторого добавочного скольжения, неустранимого никаким натяжением ремней. См. подробнее у проф. П. К. Янковского—Прикладная механика, стр. 309, и у проф. Н. П. Петрова.—Влияние трения при передаче работы упругим ремнем.

2) Пренебрегая собственным весом вала.

3) Это давление, очевидно, равно $S_1 + S_2$ в случае параллельности друг другу обеих ветвей передачи и меньше $S_1 + S_2$ во всяком другом случае; при больших расстояниях между осями валов и при небольших, сравнительно, различиях между радиусами шкивов, это давление весьма мало отличается от суммы $S_1 + S_2$.

где g есть ускорение силы тяжести; поэтому

$$J_u = \frac{mv^2}{r} = \frac{q}{g} r d\varphi, \frac{v^2}{r} = \frac{q}{g} v^2 d\varphi.$$

Таким образом, сила, прижимающая элемент ab к шкиву, будет окончательно равна

$$N - J_u = S \cdot d\varphi - \frac{q}{g} \cdot v^2 d\varphi = \left(S - \frac{q}{g} v^2 \right) d\varphi,$$

а сила трения, сопротивляющаяся скольжению элемента ab по шкиву (т. е. сила трения в покое) будет

$$f \left(S - \frac{q}{g} v^2 \right) d\varphi.$$

Выше было указано, что при движущей силе, меньшей или равной силе трения в покое, скольжения элемента гибкой передачи по шкиву не будет; таким образом, для отсутствия скольжения (т. е. для возможности действия гибкой передачи), необходимо, чтобы движущая сила $(S + dS) - S = dS$, действующая на элемент ab , была не больше силы трения в покое

$$f \left(S - \frac{q}{g} v^2 \right) d\varphi,$$

или, в предельном случае:

$$dS = f \left(S - \frac{q}{g} v^2 \right) d\varphi,$$

т. е.

$$\frac{dS}{S - \frac{q}{g} v^2} = f d\varphi.$$

Интегрируя это равенство по S от S_2 до S_1 и по φ от 0 до α , получим:

$$\int_{S_2}^{S_1} \frac{dS}{S - \frac{q}{g} v^2} = f \int_0^\alpha d\varphi,$$

т. е.

$$\lg \frac{S_1 - q \frac{v^2}{g}}{S_2 - q \frac{v_2^2}{g}} = f\alpha,$$

или

$$\frac{S_1 - q \frac{v^2}{g}}{S_2 - q \frac{v^2}{g}} = e^{f\alpha},$$

откуда:

$$S_1 - q \frac{v^2}{g} = \left(S_2 - q \frac{v^2}{g} \right) e^{f\alpha} \dots\dots\dots (*)$$

Имея в виду, что $S_1 - S_2 = F$, и исключая, при помощи этого равенства из равенства (*) величину S_2 , получим:

$$S_1 - q \frac{v^2}{g} = \left(S_1 - F - q \frac{v^2}{g} \right) e^{f\alpha},$$

т. е.

$$S_1 = F \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} + q \frac{v^2}{g} \dots \dots \dots (**)$$

Исключая, при помощи того же равенства $S_1 - S_2 = F$, из равенства (*) величину S_1 , получим:

$$F - S_2 - q \frac{v^2}{g} = \left(S_2 - q \frac{v^2}{g} \right) e^{f\alpha},$$

т. е.

$$S_2 = F \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} + q \frac{v^2}{g} \dots \dots \dots (***)$$

При применяемых на практике обычных значениях веса одной погонной единицы q гибкой передачи и скорости v вращения шкива ¹⁾, величиною $q \frac{v^2}{g}$, по сравнению с F , обычно можно пренебречь, а потому приведенные выше формулы могут быть представлены в виде:

$$S_1 = F \cdot \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}$$

и

$$S_2 = F \cdot \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}$$

Отсюда легко получается выражение для предельного давления S_0 , передаваемого от гибкой передачи на каждую цапфу:

$$S_0 = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{F}{2} \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1}$$

Величину дуги обхвата α , в среднем, можно принять (в круговой мере) равной 2,8, а коэффициент трения в покое ремня по шкиву можно взять

¹⁾ Для хороших ремней $q/\omega = 0,11 \frac{\text{кг.}}{100 \text{ см}^2}$ (ω — площадь поперечного сечения ремня) и для чугунных шкивов $v \leq 15 \frac{\text{м.}}{\text{сек.}}$ при этих условиях

$$\frac{q}{\omega} \cdot \frac{v^2}{g} = 0,11 \frac{15^2}{9,81} = \approx 2,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}},$$

что по сравнению с $\frac{F}{\omega} = R$, (где R есть прочное сопротивление ремня разрыву,

т. е. $\approx 22,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}$ представляет величину сравнительно весьма малую.

равным 0,25; при этих средних значениях $e^{f_1} = e^{0,25 \cdot 2,8} = 2$, и предыдущее равенство получает вид:

$$S_0 = \frac{F}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2} F.$$

Сила S_0 , прижимающая цапфу к подшипнику, вызовет в каждой цапфе силу трения, равную $f_0 \cdot \frac{3}{2} F$, где f_0 представляет собою коэффициент трения цапфы в подшипнике. Обозначая через ε_1 и ε_2 углы поворота и через ρ_1 и ρ_2 радиусы цапф ведущего и ведомого валов, получим, что работа трения в каждой цапфе ведущего вала будет равна $f_0 \cdot \frac{3}{2} F \cdot \rho_1 \varepsilon_1$, а в каждой цапфе ведомого вала $f_0 \cdot \frac{3}{2} F \cdot \rho_2 \varepsilon_2$; таким образом, общая работа сопротивления T_R , зависящая от трения в четырех цапфах, будет равна

$$T_R = 2 \cdot f_0 \cdot \frac{3}{2} F \cdot \rho_1 \varepsilon_1 + 2 \cdot f_0 \cdot \frac{3}{2} F \cdot \rho_2 \varepsilon_2 = 3 f_0 F (\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2)^1).$$

На основании изложенного, уравнение равномерного движения $T_m = T_u + T_R$ для шкивов и гибкой передачи при наличии трения в цапфах валов примет вид:

$$F \cdot r_1 \varepsilon_1 = Q \cdot r_2 \varepsilon_2 + 3 f_0 F (\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2)$$

или, имея в виду, что, согласно вышеизложенному,

$$r_1 \varepsilon_1 = r_2 \varepsilon_2,$$

$$F = Q + 3 f_0 F \left(\frac{\rho_1}{r_1} + \frac{\rho_2}{r_2} \right)$$

или

$$F = \frac{Q}{1 - 3 f_0 \left(\frac{\rho_1}{r_1} + \frac{\rho_2}{r_2} \right)}.$$

При таких условиях коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{T_u}{T_m}$$

примет вид:

$$\eta = \frac{Q \cdot r_2 \varepsilon_2}{F \cdot r_1 \varepsilon_1} = \frac{Q}{F} = 1 - 3 f_0 \left(\frac{\rho_1}{r_1} + \frac{\rho_2}{r_2} \right).$$

¹⁾ Трение в цапфах ведущего вала, зависящее от напряжения гибкой передачи, может быть уничтожено тем, что вал этот заставляют приводить в движение два рабочих вала, расположенных по разным сторонам ведущего вала; при этом ремни гибкой передачи идут от движущего шкива в противоположные стороны, благодаря чему, при равных натяжениях обеих передач, добавочные давления на цапфы взаимно уничтожаются.

При средних значениях:

$$\frac{\rho_1}{r_1} = \frac{\rho_2}{r_2} = \frac{1}{15} \text{ для ремней и пеньковых канатов}$$

и

$$\frac{\rho_1}{r_1} = \frac{\rho_2}{r_2} = \frac{1}{30} \text{ для проволочных канатов}$$

и при $f_0 = \infty 0,1$, получим:

$$\eta = \infty 0,96 \text{ для ремней и пеньковой передачи}$$

и

$$\eta = \infty 0,98 \text{ для проволочной передачи.}$$

2. Добавочное сопротивление, обуславливаемое скольжением ремня по шкиву, может быть определено на основании следующих соображений.

В набегающей на ведущий шкив O_1 (черт. 270) ветви b_2b_1 , ремня действует большее усилие S_1 , чем усилие S_2 сбегавшей с этого шкива ветви a_1a_2 ; поэтому ветвь b_2b_1 более растянута, чем ветвь a_1a_2 . Имея, однако, в виду, что в единицу времени через нормальное сечение, проведенное в любой точке каждого из шкивов, должно проходить одинаковое количество материала ремня, следует прийти к заключению, что ветвь b_2b_1 , — как более растянутая ¹⁾ — будет двигаться быстрее, т. е. с большей скоростью v_1 , чем менее растянутая ²⁾ ветвь a_1a_2 , двигающаяся со скоростью v_2 .

Подробное исследование ³⁾ показывает, что скорости окружностей шкивов равны скоростям в о д я щ и х на них элементов ремня; таким образом скорость ведущего шкива будет равна скорости v_1 более растянутой ветви b_2b_1 , а скорость ведомого шкива — скорости v_2 менее растянутой ветви a_1a_2 , т. е. скорость ведущего шкива будет более скорости ведомого шкива. Благодаря этому, более быстро вращающийся ведущий шкив в единицу времени совершит работу $F \cdot v_1$, большую той работы Fv_2 , которую за это время получит ведомый шкив, вращающийся, согласно изложенному, более медленно ⁴⁾. Поэтому, потеря работы, зависящая от разности скоростей шкивов, т. е. от добавочного скольжения по шкиву ремня, обусловленного различным натяжением ветвей, будет равна разности работ $Fv_1 - Fv_2$.

Обозначая через bs нормальное сечение ремня (в нерастянутом состоянии), легко видеть, что напряжения (т. е. усилия, приходящиеся на квадратную единицу нормального сечения) в обеих ветвях ремня будут, соответственно, равны

$$t_1 = \frac{S_1}{bs} \text{ и } t_2 = \frac{S_2}{bs},$$

а относительные удлинения в тех же ветвях ремня —

$$\frac{t_1}{E} \text{ и } \frac{t_2}{E},$$

¹⁾ а, следовательно, имеющая меньшее нормальное сечение.

²⁾ а, следовательно, имеющая большее нормальное сечение.

³⁾ Проф. Н. Петров. Влияние трения при передаче работы упругим ремнем.

⁴⁾ v_1 и v_2 представляют собою пути, проходимые в единицу времени точками приложения силы F на окружностях ведущего и ведомого шкивов.

где коэффициент E представляет собою так называемый модуль нормальной упругости материала, из которого сделан ремень. Пусть l представляет собою длину ремня в ненатянутом состоянии, проходящего через шкивы в единицу времени; тогда эта длина в более натянутой ветви обратится в длину

$$l \left(1 + \frac{t_1}{E} \right),$$

а в менее натянутой ветви—в длину

$$l \left(1 + \frac{t_2}{E} \right).$$

Таким образом, на ведущем шкиве в единицу времени будет проходить длина

$$l \left(1 + \frac{t_1}{E} \right),$$

а на ведомом—длина

$$l \left(1 + \frac{t_2}{E} \right),$$

или, другими словами, скорость v_1 ведущего шкива будет равна

$$l \left(1 + \frac{t_1}{E} \right),$$

и скорость v_2 ведомого шкива

$$l \left(1 + \frac{t_2}{E} \right)$$

Поэтому потеря работы (в единицу времени) на вредное сопротивление от добавочного скольжения будет равна

$$F \cdot l \left(1 + \frac{t_1}{E} \right) - F \cdot l \left(1 + \frac{t_2}{E} \right) = Fl \left(\frac{t_1 - t_2}{E} \right);$$

имея в виду, что движущая работа (т. е. работа на ведущем шкиве) за ту же единицу времени равна

$$Fv_1 = Fl \left(1 + \frac{t_1}{E} \right),$$

получим, что относительная потеря работы, зависящая от скольжения, будет равна

$$\frac{Fl \left(\frac{t_1 - t_2}{E} \right)}{Fl \left(1 + \frac{t_1}{E} \right)} = \approx \frac{t_1 - t_2}{E},$$

если пренебречь весьма малой величиной $\frac{t_1}{E}$ по сравнению с единицей, что вполне допустимо. Имея в виду установленные выше равенства

$$t_1 = \frac{S_1}{bs} \text{ и } t_2 = \frac{S_2}{bs},$$

имеем:

$$\frac{t_1 - t_2}{E} = \frac{S_1 - S_2}{Ebs} = \frac{\frac{F}{bs}}{E} = \frac{t}{E},$$

где

$$t = \frac{F}{bs}.$$

Для вычисления среднего значения величины $\frac{F}{bs}$ заметим, что выше нами было установлено равенство

$$S_1 = F \frac{ef^x}{ef^x - 1} + q \frac{v^2}{g}, \quad (**)$$

связывающее между собой натяжение S_1 , развивающееся в набегающей на ведущий шкив ветви передачи, и движущее усилие F передачи.

Из этого уравнения имеем:

$$F = \left(S_1 - q \frac{v^2}{g} \right) \frac{ef^x - 1}{ef^x}.$$

Обозначая, попрежнему, произведением bs величину площади поперечного сечения ремня и называя буквой R прочное сопротивление материала ремня, т. е. наибольшее напряжение, допускаемое условиями прочности на единицу площади поперечного сечения ремня, для определения этой площади bs имеем очевидное равенство:

$$bs = \frac{S_1}{R},$$

т. е.

$$S_1 = R \cdot bs.$$

Имея в виду, что величина q в приведенной выше формуле представляет собой вес единицы длины ремня поперечного сечения bs и обозначая через q' вес единицы длины поперечного сечения, равного единице, получим:

$$q' = \frac{q}{bs},$$

т. е.

$$q = q' \cdot bs.$$

Подставляя полученные нами выражения $S_1 = R \cdot bs$ и $q = q' \cdot bs$ в установленное выше равенство, определяющее движущую силу F , получим:

$$F = \left(R - q' \frac{v^2}{g} \right) \frac{ef^x - 1}{ef^x} \cdot bs,$$

или

$$F = K \cdot bs,$$

где

$$K = \left(R - q' \frac{v^2}{g} \right) \frac{ef^x - 1}{ef^x}.$$

Для хороших ремней из бычачьей кожи прочное сопротивление разрыву R можно принять равным $\sim 22,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}$, и вес $q' = \frac{q}{bs}$ равным $\sim 0,11 \frac{\text{кг.}}{100 \text{ см}^3}$; для чугунных шкивов коэффициент трения (в покое) f ремня по шкиву можно взять равным 0,25, угол α (в среднем) $= 2,8$ и скорость

$$v < 15 \frac{\text{м.}}{\text{сек.}}$$

При таких данных

$$ef^x = \infty 2,$$

$$q' \frac{v^2}{g} = 0,11 \frac{15^2}{9,81} = \infty 2,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}$$

и

$$K = \left(R - q' \frac{v^2}{g} \right) \frac{ef^x - 1}{ef^x} = (22,5 - 2,5) \cdot \frac{1}{2} = \infty 10.$$

Таким образом, при

$$\alpha = 2,8 \text{ и } v < 15 \frac{\text{м.}}{\text{сек.}}$$

можно принять:

$$F = 10 bs,$$

где F выражено в килограммах, а b и s — в сантиметрах.

Отсюда имеем:

$$t = \frac{F}{bs} = K = \text{в среднем } 10 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}},$$

а следовательно, установленное выше выражение для потери (в единицу времени) работы от скольжения ремня примет вид:

$$\frac{t_1 - t_2}{E} = \frac{t}{E} = \frac{K}{E}.$$

Принимая во внимание, что модуль нормальной упругости E ремня, сделанного из хорошей кожи, можно принять равным $2.000 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}$ и имея в виду полученное среднее значение

$$K = 10 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}},$$

можно определить, что относительная потеря работы на скольжение ремня по шкиву $\frac{K}{E}$ не превышает величины

$$\frac{10}{2.000} = 0,005, \text{ т. е. } 0,5\% ^1).$$

3. Добавочное сопротивление от жесткости гибкой передачи может быть учтено, — как это установлено выше при изложении теории вредных сопротивлений, — путем увеличения движущего усилия F при том же полезном сопротивлении Q , или путем уменьшения полезного сопротивления Q (при той же движущей силе F) на величину

$$\sigma F \frac{d^2}{D},$$

где σ представляет собой эмпирический коэффициент, d — диаметр каната и D — диаметр шкива ²⁾.

Поэтому выражение

$$\frac{\sigma F \frac{d^2}{D} \cdot r_1 \varepsilon_1}{F \cdot r_1 \varepsilon_1} = \sigma \frac{d^2}{D}$$

представляет собой относительную потерю работы, обусловленную жесткостью канатной передачи.

¹⁾ Приведенный выше расчет относится только к ременной передаче с ремнем, выделанным из хорошей бычачьей кожи

$$\left(R = 22,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. с.}}, E = 2.000 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. с.}}, q' = 0,11 \frac{\text{кг.}}{100 \text{ см}^3} \right).$$

Что же касается канатной передачи, то в этом случае относительная потеря работы, обусловливаемая скольжением каната по шкиву, вызванным неодинаковым растяжением обеих ветвей передачи, настолько незначительна, что ею можно совершенно пренебречь.

²⁾ Этот расчет относится только к канатной передаче; что же касается ременной передачи, то в этом случае относительная потеря работы, обусловленная жесткостью гибкой передачи, значительно меньше, так как плоский ремень оказывает меньшее сопротивление навиванию на шкив, чем круглый пеньковый или проволоочный канат соответствующего диаметра.

Для пеньковых канатов можно принять:

$$\sigma = 0,015,$$

$$d = 40 - 50 \text{ мм.},$$

и

$$\frac{d}{D} \sim \frac{1}{50};$$

при таких условиях относительная потеря работы для двух шкивов не превышает 0,03, т. е. 3%. Для проволочных канатов:

$$\sigma = 0,024,$$

$$d = 10 - 30 \text{ мм.}$$

и

$$\frac{d}{D} \sim \frac{1}{200};$$

при таких условиях относительная потеря работы для двух шкивов не превышает 0,0072, т. е. $\sim 0,75\%$.

Подводя итог всему сказанному о размерах относительной потери работы при применении гибкой передачи, имеем:

Таблица значений относительных потерь работы и коэффициентов полезного действия гибкой передачи различных типов ¹⁾.

	I. $1 - \gamma_1'$. Относительная потеря работы от трения в цапфах.	II. $1 - \gamma_1''$. Относительная потеря работы от скольжения.	III. $1 - \gamma_1'''$. Относительная потеря работы от жесткости.	IV. γ_1 . Коэффициент полезного действия.
1. Ременная передача $\left(R = 22,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}, E = 2.000 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}, \frac{\rho}{r} = \frac{1}{15} \right)$	0,04	0,005	0,01	$\sim 0,94$
2. Канатная пеньковая передача $\left(d = 50 \text{ мм.}, \frac{d}{D} = \frac{1}{50}, \frac{\rho}{r} = \frac{1}{15} \right)$	0,04	0	0,03	$\sim 0,93$
3. Канатная проволочная передача $\left(d = 30 \text{ мм.}, \frac{d}{D} = \frac{1}{200}, \frac{\rho}{r} = \frac{1}{30} \right)$	0,02	0	0,0075	$\sim 0,97$

¹⁾ При составлении этой таблицы принято, что среднее значение угла обхвата $\alpha = 2,8$, коэффициент трения (в покое) гибкой передачи по шкиву $f = 0,25$ и коэффициент трения (в движении) цапф валов в подшипниках $f_0 = 0,10$.

Глава IV.

Динамика неравномерного движения машин.

§ 63. Силы инерции в машинах.

Закон инерции. — Касательные и центробежные силы инерции. — Вредное влияние сил инерции. — Деформации и удары. — Условия уравнивания сил инерции. — Приемы устранения вредного влияния сил инерции. — Противовесы.

В предыдущих параграфах неоднократно указывалось, что среди сил, проявляющихся в машине во время ее движения, при известных условиях обнаруживаются так называемые силы инерции, то помогающие (при замедлении движения частей машины) движущей силе, то мешающие (при ускорении движения частей машины) ей. Мало заметные в тихоходных машинах, силы инерции в современных быстроходных машинах при известных условиях достигают громадных значений и могут не только расстроить механизм, но даже совершенно разрушить машину: понятно, поэтому, то особое внимание, которое отводится в современном машиностроении возможному уменьшению вредных последствий проявления сил инерции. В виду особой важности этого вопроса, приходится остановиться несколько подробнее на происхождении и роли этих сил.

Известно, что, согласно первому основному закону движения, установленному Ньютоном под названием закона инерции, всякое тело, при отсутствии действия на него какой-либо внешней силы (т. е. при отсутствии как движущей силы, так и сопротивления движению), будет находиться, будучи предоставлено самому себе, или в состоянии покоя, или в состоянии равномерного прямолинейного движения; таким образом, согласно этому закону, равномерность и прямолинейность движения или, другими словами, отсутствие ускорения служит доказательством отсутствия внешней силы, а неравномерность и криволинейность движения или, другими словами, присутствие ускорения служит признаком присутствия внешней силы.

Из изложенного следует, что первым законом Ньютона устанавливается прямая связь между силой F , действующей на тело, и ускорением w его движения, причем наличие ускорения служит верным признаком присутствия силы, и, обратно, приложение силы неизбежно влечет за собою появление ускорения.

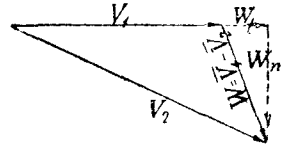
Второй основной закон движения, установленный также Ньютоном, определяет количественный характер этой связи, утверждая, как известно, прямую пропорциональность между величиной силы F и величиной вызываемого ею ускорения w , причем роль коэффициента пропорциональности играет масса m ; закон этот формулируется, как известно, в виде равенства $F = mw$, являющегося, в сущности, определением всякой силы.

Однако, первый закон Ньютона имеет более широкую формулировку, чем та, которая была приведена выше: действительно, согласно закону инерции, всякое тело:

- 1) при отсутствии внешних сил будет по инерции находиться в состоянии равномерного и прямолинейного движения (в частности, в состоянии покоя) и, что особенно для нас важно,
- 2) в присутствии внешних сил будет по инерции стремиться сохранить непрерывно нарушаемое внешними силами состояние равномерного

и прямолинейного движения, т. е. будет пассивно сопротивляться всякому действию внешних сил.

Силу этого-то именно сопротивления, обусловленного законом инерции, и называют силой инерции J , принимая, что во всякий момент движения сила этого сопротивления равна по величине и, разумеется, обратна по направлению (т. е. знаку) той внешней силе, которая это сопротивление вызвала; изложенное приводит нас к основному равенству $J = -mw$, являющемуся, в сущности, определением силы инерции.



Черт. 275.

Таким образом, изучение сил инерции сводится к изучению ускорения, т. е. к выяснению закона изменения скорости во время движения.

Изменение скорости v может, как известно, происходить двояким путем: скорость может меняться, во-первых, по величине и, во-вторых, по направлению; так как направление скорости определяется касательною к траектории, то при изменении скорости только по величине мы будем иметь, очевидно, случай неравномерного, но прямолинейного движения, при изменении скорости только по направлению — случай равномерного, но криволинейного движения и, наконец, при изменении скорости и по величине, и по направлению одновременно, — общий случай неравномерного и криволинейного движения. Таким образом, в общем случае, полное изменение $v_2 - v_1$ скорости v за бесконечно малый промежуток времени dt (т. е. полное ускорение w) может быть геометрически составлено из двух слагаемых (черт. 275):

- 1) изменение скорости v за промежуток времени dt по величине, т. е. в направлении касательной к траектории (касательное ускорение w_t), и
- 2) изменение скорости v за промежуток времени dt по направлению, т. е. по нормали к траектории, в направлении к центру ее кривизны (нормальное ускорение w_n).

Очевидно, при этом, что полное ускорение w представляет собою геометрическую сумму слагаемых w_t и w_n , т. е.

$$w = w_t + w_n, \text{ следовательно}$$

$$w = \sqrt{w_t^2 + w_n^2}.$$

Изложенное, в связи с установленным выше равенством $J = -mw$, приводит нас к заключению, что полная сила инерции $J = -mw$ представляет собою геометрическую сумму слагаемых $J_t = -mw_t$ и $J_n = -mw_n$, т. е.

$$J = J_t + J_n,$$

причем сила J_t действует по касательной к траектории (в сторону, обратную движению) и потому называется касательной силой инерции, а сила J_n действует по нормали к траектории (в сторону от центра кривизны траектории), а потому называется центробежной силой инерции.

В теоретической механике (кинематике) доказывается, что касательное ускорение w_t равно производной скорости v по времени, а нормальное ускорение w_n равно квадрату скорости v , деленному на радиус ρ кривизны траектории, т. е., что

$$w_t = \frac{dv}{dt} \text{ и } w_n = \frac{v^2}{\rho};$$

эти равенства непосредственно приводят нас к следующим выражениям для составляющих полной силы инерции:

$$\text{касательная сила инерции } J_n = -m \frac{dv}{dt};$$

$$\text{центробежная сила инерции } J_n = -m \frac{v^2}{\rho}.$$

Этот результат приводит нас к следующим общим выводам:

- 1) в частном случае равномерного ($v = \text{const.}$) и прямолинейного ($\rho = \infty$) движения, $dv = 0$ и $\frac{1}{\rho} = 0$, а, следовательно, $J_t = J_n = 0$, т. е. при движении по инерции полная сила инерции $J = J_t + J_n$ равна нулю;
- 2) в случае равномерного ($v = \text{const.}$), но криволинейного ($\rho \neq \infty$) движения, $dv = 0$, $\frac{1}{\rho} \neq 0$, а, следовательно, $J_t = 0$, $J_n \neq 0$;
- 3) в случае неравномерного ($v \neq \text{const.}$), но прямолинейного ($\rho = \infty$) движения, $dv \neq 0$, $\frac{1}{\rho} = 0$, а, следовательно, $J_t \neq 0$, $J_n = 0$, и
- 4) в общем случае неравномерного ($v \neq \text{const.}$) и криволинейного ($\rho \neq \infty$), движения, $dv \neq 0$, $\frac{1}{\rho} \neq 0$, а, следовательно, $J_t \neq 0$ и $J_n \neq 0$.

Таким образом, мы видим, что при неравномерности движения какой-либо части машины в ней развивается касательная сила инерции J_t , а при криволинейности этого движения — центробежная сила инерции J_n .

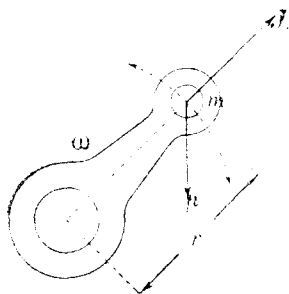
Легко убедиться, что при известных условиях, довольно обычных в современных машинах, силы инерции, развиваемые в отдельных частях ее, могут достигать, как на это указано выше, очень больших значений.

Возьмем, в виде примера (черт. 276), рабочий вал современной паровой турбины, вращающийся со скоростью $n = 20.000$ оборотов в минуту; пусть на валу в расстоянии $r = 4$ см. от оси находится небольшая сравнительно масса m весом ρ в 1 кгр.

Посмотрим, как велика будет центробежная сила инерции J_n , развиваемая при вращении вала, благодаря криволинейности траектории точки m ; обозначая через ω угловую скорость вращения, замечая, что $\omega = \frac{2\pi n}{60}$, и принимая во внимание, что $v = \omega r$ и $m = \frac{\rho}{g}$ (где $g = 981 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}^2}$ представляет собою ускорение силы тяжести), получим:

$$J_n = -m \frac{v^2}{r} = -\frac{\rho}{g} \cdot \omega^2 r = -\frac{1}{981} \cdot \frac{4\pi^2 n^2}{3600} \cdot 4 = \infty 17 \text{ тонн.}$$

Таким образом, присутствие в точке m груза всего в 1 килограмм вызовет, благодаря развивающимся при вращении центробежным силам инерции, громадное добавочное усилие, изгибающее вал, превышающее 17 тонн.



Черт. 276.

Касательные и центробежные силы инерции, развиваемые при движении машины, играют в ее режиме существенно различные роли: касательная сила инерции J_t совпадает по направлению с элементом пути ds , по которому перемещается рассматриваемая нами точка машины, а центробежная сила инерции J_n нормальна к элементу этого пути ds ; поэтому при перемещении точки по ее траектории работа касательной силы J_t равна произведению $J_t \cdot ds$, а работа центробежной силы J_n всегда равна нулю. Таким образом, работа $J_t \cdot ds$ касательных сил инерции требует для своего преодоления затраты эквивалентной работы других внешних сил, действующих на машину (работы движущей силы при ускорении движения и работы сопротивлений при замедлении), а, следовательно, входит в общее уравнение преобразования работ при помощи машины, в то время как работа центробежной силы инерции всегда равна нулю, т. е. в указанное уравнение не входит.

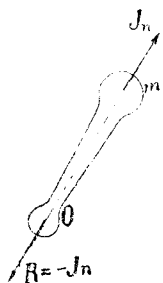
Это весьма существенное обстоятельство, характеризующее роль центробежных сил инерции, находит свое объяснение в следующем. Работа центробежной силы J_n , очевидно, только потому равна нулю, что рассматриваемая нами точка не может двигаться по направлению силы J_n ; невозможность же движения по этому направлению обусловлена, очевидно, тем, что точка эта не свободна, но подчинена действию определенных связей, заставляющих ее двигаться по определенной траектории; центробежная сила инерции J_n и представляет собою ту силу, с которою точка действует на эту связь, стремясь от нее освободиться, т. е. разрушить ее, причем, в силу закона равенства действия и противодействия, связь, в свою очередь, действует на точку с силою, представляющей собою так называемую реакцию связи; эта реакция связи равна по величине и обратна по направлению центробежной силе и носит название центростремительной силы; другими словами, рассматривая систему из двух тел (точки связи), мы видим, что центробежная сила инерции точки и центростремительная сила реакции связи являются внутренними, во всякий момент взаимно уравновешивающимися силами этой системы, дающими в результате эффект в смысле работы, равный всегда нулю.

Не играя, таким образом, никакой роли в процессе преобразования машиною работы действующих на нее внешних сил, центробежная сила инерции имеет громадное значение в машине в смысле силы, стремящейся разрушить целостность связи, т. е. испортить машину.

Выше было указано, что касательные силы инерции J_t возникают только при нарушении равномерности ($dv \neq 0$); таким образом, при равномерном движении машины касательные силы инерции в машине не проявляются. Обратно, центробежные силы инерции, как на это было также указано выше, обязаны своим происхождением исключительно нарушению прямолинейности ($\rho \neq \infty$); таким образом, при равномерном движении по кривым траекториям центробежные силы, несмотря на эту равномерность, неизбежно присутствуют. Имея при этом в виду, что частный случай такого движения, а именно равномерное вращение, представляет собою основное явление во всякой ротационной машине, мы видим, что наличие непрерывно действующих и разрушительных для механизма центробежных сил, достигающих при больших скоростях громадных размеров, представляется неизбежным явлением во всякой машине, имеющей вращающиеся части.

Чтобы выяснить себе характер вредного влияния, оказываемого центробежными силами на конструкцию механизма, вернемся к рассмотренному нами выше случаю равномерного вращения со скоростью 20.000 оборотов в минуту массы $m = 1$ кгр., отстоящей от оси вращения на расстоянии $r = 4$ сант. Мы видели, что благодаря криволинейности движения в точке m возникает громадная центробежная сила J_n (черт. 277), сохраняющая во все время движения значение в 17 тонн.

Очевидно, что эта сила, действующая в точке m на стержень (кривошип) om , играющий роль связи, будет стремиться оторвать этот стержень от оси вращения и вызовет равную по величине и обратную по направлению реакцию $R = -J_n$, действующую в точке O от вала на стержень. Таким образом, центробежная сила, прежде всего, будет стремиться разорвать кривошип om . Если это ей не удастся сделать, сила эта передастся на вал и, вызвав опорные реакции от подшипников вала, будет стремиться изогнуть и сломать его. Если вал обладает достаточной прочностью на изгиб и скалывание, центробежная



Черт. 277.

сила, передавшись на опоры вала, будет стремиться, путем разрушения подшипников, сорвать вал с подшипников или, путем разрушения болтов, скрепляющих подшипники с фундаментом, оторвать подшипник от фундамента, а в случае невозможности сделать это, центробежная сила будет разрушать фундамент. Кроме того, очевидно, что при каждом обороте вала, когда точка m будет находиться внизу, центробежная сила будет целиком передаваться на фундамент, прижимая к нему подшипник, а в дальнейшем, когда точка m придет в верхнее свое положение, центробежная сила будет освобождать фундамент от давления, отрывая от него подшипник. При 20.000 оборотов в минуту подобное явление сведется к ряду частых и тяжелых ударов, непрерывно падающих на подшипники и

фундамент.

Таким образом, даже в столь простом примере, как рассмотренный нами случай равномерного вращения груза m около оси O , мы усматриваем двойное вредное влияние центробежных сил инерции:

1) деформирование и возможное разрушение от появляющихся при этом добавочных напряжений отдельных частей механизма (растяжение кривошипа, изгиб вала) и

2) удары и толчки, появляющиеся в точках опоры, благодаря быстрой и периодической перемене направления вызванных центробежной силой добавочных опорных реакций.

Возможное разрушение отдельных частей механизма от добавочных напряжений, вызванных центробежными силами инерции, предотвращается подбором соответственных этим усилиям размеров этих частей и выбором достаточно прочного материала ¹⁾.

Вредное влияние ударов в точках опоры устраняется так называемым уравниванием центробежных сил инерции; так как удары вызываются наличием добавочных опорных реакций, то уравнивание сводится к отысканию и созданию тех условий, при которых центробежные силы инерции не вызывают добавочных опорных реакций, т. е. добавочных давлений на подшипники.

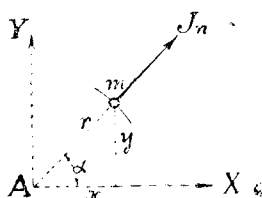
Найдем, прежде всего, величины этих добавочных опорных реакций (давлений на подшипники), вызываемых центробежною силою инерции.

¹⁾ Наиболее ярким примером разрушающего действия центробежных сил инерции служит маховое колесо; при больших скоростях вращения центробежная сила, развиваемая на ободе, начинает уже серьезно грозить целостности колеса, почему на чугунный обод весьма часто нагоняют более прочный стальной бандаж или даже, в быстро движущихся колесах, совсем отказываются от чугуна.

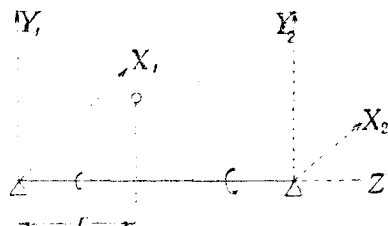
Другим примером может служить шатун; в быстроходных паровозах центробежная сила, развиваемая в шатуне, при 400 оборотов в минуту, в 55 раз больше его веса; сила эта производит изгиб шатуна, причем для лучшего сопротивления этому изгибу шатуну приходится придавать не круглое, а плоское и даже двутавровое сечение (см., напр., Кирпичев, „Беседы о механике“).

Пусть A и B (черт. 278 и 279) представляют собою два подшипника, на которых лежит горизонтально расположенная ось вращающегося с угловой скоростью ω вала AB .

Начало координат поместим в точке A , ось вала AB примем за ось Z , ось Y направим вертикально вверх и ось X перпендикулярно плоскости yz .



Черт. 278.



Черт. 279.

координаты любой точки m , находящейся на расстоянии r от оси вращения и принадлежащей телу, наглухо насаженному на вал и вращающемуся вместе с валом, обозначим через x y z .

Согласно изложенному выше, вращение точки m около оси Z вызовет появление центробежной силы $J_n = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$, действующей от центра по направлению радиуса r , а эта сила, в свою очередь, вызовет появление опорных реакций R_1 и R_2 в подшипниках A и B . Эти три силы J_n , R_1 и R_2 во время движения должны, очевидно, все время взаимно уравновешиваться.

Каждую из этих сил разложим на две составляющих по осям X и Y , обозначив проекции на эти оси силы J_n соответственно знаками $(J_n)_x$ и $(J_n)_y$ и силы R_1 знаками X_1 и Y_1 и силы R_2 — знаками X_2 и Y_2 .

Обозначая переменный угол между направлением J_n и осью X буквою α и замечая, что $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ и $\sin \alpha = \frac{y}{r}$, получим:

$$(J_n)_x = m\omega^2 r \cdot \cos \alpha = m\omega^2 x$$

$$\text{и } (J_n)_y = m\omega^2 r \cdot \sin \alpha = m\omega^2 y.$$

Если мы имеем не одну вращающуюся около оси Z частицу m , а целую систему частиц, составляющих в совокупности вращающееся тело, то вместо сил инерции $m\omega^2 x$ и $m\omega^2 y$ мы получим сумму таких же сил, распространенную на все частицы тела, т. е. в этом случае будем иметь:

$$(J_n)_x = \sum m\omega^2 x \text{ и } (J_n)_y = \sum m\omega^2 y.$$

Очевидно, что полученные нами шесть сил

$$\sum m\omega^2 x, \sum m\omega^2 y, X_1, Y_1, X_2, Y_2$$

взаимно уравновешиваются, т. е. удовлетворяют шести уравнениям равновесия, выражающим равенство нулю суммы проекций и суммы моментов всех сил относительно каждой из трех координатных осей.

Составляя эти шесть уравнений, получим:

1) сумма проекций всех сил на ось X равна нулю, т. е.

$$X_1 + X_2 + \sum m\omega^2 x = 0;$$

2) сумма проекций всех сил на ось Y равна нулю, т. е.

$$Y_1 + Y_2 + \sum m\omega^2 y = 0;$$

3) сумма проекций всех сил на ось Z равна нулю, т. е.

$$0 = 0, \text{ так как все силы перпендикулярны оси } Z;$$

4) сумма моментов всех сил относительно оси X_1 равна нулю, т. е.

$$Y_2 l + \sum m\omega^2 y \cdot z = 0,$$

так как плечи сил Y_2 и $\sum m\omega^2 y$ относительно оси X_1 соответственно равны l и z , а моменты остальных сил X_1 , Y_1 , X_2 и $\sum m\omega^2 x$ относительно оси X_1 , очевидно, равны нулям (силы X_1 и Y_1 пересекают ось X_1 , а силы X_2 и $\sum m\omega^2 x$ параллельны ей);

5) сумма моментов всех сил относительно оси Y_2 равна нулю, т. е.

$$X_1 l + \sum m\omega^2 x \cdot z = 0,$$

так как плечи сил X_1 и $\sum m\omega^2 x$ относительно оси Y_2 соответственно равны l и z , а моменты остальных сил X_2 , Y_2 , Y_1 и $\sum m\omega^2 y$ относительно оси Y_2 , очевидно, равны нулям (силы X_2 и Y_2 пересекают ось Y_2 , а силы X_1 и $\sum m\omega^2 x$ параллельны ей);

и 6) сумма моментов всех сил относительно оси Z равна нулю, т. е. $0 = 0$, так как все силы пересекают ось Z .

Полученные четыре равенства могут служить для определения четырех составляющих X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 двух опорных реакций R_1 и R_2 , вызванных наличием центробежных сил инерции.

Имея в виду, что множитель ω^2 , очевидно, один и тот же для всех точек вращающегося тела, этот множитель можно вынести за знак $\sum$ и представить указанные четыре равенства в следующем виде:

$$X_1 + X_2 + \omega^2 \sum mx = 0,$$

$$Y_1 + Y_2 + \omega^2 \sum my = 0,$$

$$Y_2 l + \omega^2 \sum myz = 0,$$

$$X_1 l + \omega^2 \sum mxz = 0.$$

Отсюда нетрудно видеть, что искомые опорные реакции X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 будут нулями в том, и только в том случае, если будут соблюдены условия:

$$\begin{aligned} \sum mx &= 0, \\ \sum my &= 0, \\ \sum myz &= 0, \\ \sum mxz &= 0. \end{aligned}$$

При этих, и только при этих, условиях, наличие центробежных сил не вызовет добавочных реакций, т. е. вращение не будет сопровождаться непрерывным рядом достигающих весьма значительной силы ударов об опоры, о которых говорилось выше.

Выражения $\sum mx$ и $\sum my$ носят, как известно, название статических моментов тела массы $M = \sum m$ относительно осей Y и X . Из статики известно, что $\sum mx = Mx_0$ и $\sum my = My_0$, где x_0 и y_0 представляют собою координаты центра тяжести тела массы M ¹⁾, в виду чего первые два условия $\sum mx = 0$ и $\sum my = 0$ получают вид:

$$Mx_0 = 0 \text{ и } My_0 = 0,$$

откуда

$$x_0 = 0, y_0 = 0.$$

Эти равенства показывают, что для соблюдения первых двух условий отсутствия ударов необходимо, чтобы центр тяжести вращающегося тела лежал на оси вращения.

Выражения $\sum mxz$ и $\sum myz$ называются, как известно, центробежными моментами инерции; величина их зависит от распределения масс в теле относительно оси Z . В том случае, когда оба центробежных момента $\sum mxz$ и $\sum myz$ равны нулям, ось Z называется главной осью тела. В частности можно показать, что всякая, например, ось симметрии является главной осью тела; действительно, если ось Z есть ось симметрии, то для всякой частицы m , находящейся от оси Z на расстоянии $+x$, можно найти такую же частицу m , находящуюся от оси Z на расстоянии $-x$, т. е. расположенную симметрично данной; очевидно, взяв выражения mxz для этих двух частиц и складывая их, мы получим нуль; но все тело, в силу симметрии относительно оси Z , состоит из таких пар симметричных частиц, а потому для такой оси будем иметь равенство: $\sum mxz = 0$; нетрудно теми же рассуждениями убедиться, что кроме этого равенства будет существовать и другое: $\sum myz = 0$; а эти два равенства и показывают, что всякая ось симметрии есть главная ось тела²⁾.

Поэтому, для соблюдения вторых двух условий отсутствия ударов необходимо, чтобы ось вращения была главной осью тела.

Таким образом, помещая центр тяжести вращающегося тела на оси вращения и выбирая за ось вращения одну из главных осей тела, мы парализуем вредное влияние развивающейся при вращении центробежной силы инерции, обуславливающей удары оси о подшипники; само собой разумеется, что вредное

¹⁾ Действительно, центром тяжести тела массы $M = \sum m$, согласно определению, называется точка, координаты которой x_0, y_0, z_0 удовлетворяют равенствам:

$$x_0 = \frac{\sum mx}{\sum m}, y_0 = \frac{\sum my}{\sum m}, z_0 = \frac{\sum mz}{\sum m}.$$

²⁾ В теоретической механике доказывается, что в каждой точке любого тела можно провести три взаимно перпендикулярных главных оси.

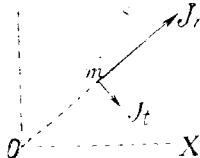
влияние центробежной силы, обуславливающее дополнительные напряжения во вращающемся теле, остается при этом неуничтоженным ¹⁾).

Изложенное приводит к заключению, что наиболее простой и рациональной формой, которую следует придавать вращающимся частям машины для уравнивания центробежных сил инерции, является форма тела вращения, вращающегося около оси симметрии; действительно, в этом случае центр тяжести тела (в случае его однородности) лежит на оси вращения, и осью вращения служит главная ось тела. Однако, в действительности, полной однородности материала никогда не бывает, и части машины, будучи обточены на токарном станке (т. е. будучи геометрически правильными телами вращения), этим условиям не удовлетворяют; приходится путем добавочных поправок исправлять этот недостаток. Если центр тяжести не совпадает с осью вращения, то вращающееся тело, — в случае горизонтального расположения оси вращения, — будет иметь определенное положение устойчивого равновесия, соответствующее самому нижнему положению центра тяжести; если же центр тяжести лежит на оси вращения, то равновесие будет безразличное, и всякое положение будет устойчивым. Этим пользуются для введения одной из указанных выше поправок, сдвигая часть материала со стороны центра тяжести или добавляя часть материала с противоположной стороны до тех пор, пока не установится состояние

¹⁾ Выше было указано, что при равномерном движении касательные силы инерции J_t — как это непосредственно следует из равенства

$$J_t = m \frac{dv}{dt},$$

при $v = \text{const.}$ отсутствуют; таким образом, при равномерном вращении действуют только центробежные силы инерции J_n . В случае же неравномерного вращения,



Черт. 280.

кроме центробежных сил появляются, согласно изложенному выше, также и касательные силы инерции, непрерывно меняющиеся во время вращения не только по направлению, но и по величине; очевидно, что эти переменные силы, так же, как и центробежные, вызовут появление переменных реакций в подшипниках, что при быстром вращении явится новой причиной ударов по опорам. Таким образом, в случае неравномерного вращения, необходимо уравновесить не только центробежные, но и касательные силы инерции. Нетрудно, однако, видеть, что выведенные выше два условия уравнивания центробежных сил инерции (нахождение центра тяжести на оси вращения и вращение около одной из главных осей) являются в то же время условиями уравнивания и касательных сил инерции.

Действительно (черт. 280), сравнивая друг с другом для случая вращения по окружности ($s = \text{const.}$) выражения для центробежной и касательной сил инерции

$$J_n = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r \quad \text{и} \quad J_t = m \frac{dv}{dt} = m r \frac{d\omega}{dt} \quad ? \quad \left(\text{где } \omega = \frac{v}{r} \text{ представ. собою угловую скор.} \right),$$

легко видеть, что обе эти силы пропорциональны произведению $m r$ и отличаются друг от друга по величине лишь множителем $\left(\omega^2 \text{ или } \frac{d\omega}{dt} \right)$ этого произведения, а по направлению — тем, что направлены перпендикулярно друг другу. Поэтому, повернув все центробежные силы инерции на 90° и умножив величину каждой из них на общий для всех

этих сил множитель $\frac{d\omega/dt}{\omega^2}$, мы перейдем от системы центробежных сил J_n к системе касательных сил J_t . Вместе с этим повернем на тот же угол координатные оси Xy . Очевидно, что при этом выведенные выше уравнения, которым должны удовлетворять проекции опорных реакций, сохранят свой прежний вид, а это и покажет, что условия уравнивания касательных сил инерции будут соблюдены при наличии установленных выше условий уравнивания центробежных сил инерции (см. Кирпичев, „Беседы о механике“).

безразличного равновесия: при этом условии мы можем быть уверены, что центр тяжести лежит на оси вращения. Другую из упомянутых выше поправок вводят также опытным путем; для этой цели устанавливают горизонтально расположенную ось с вращающимся телом на подшипниках, опирающихся на рессоры: если ось не является главной осью тела, то при достаточно быстром вращении неуравновешенные центробежные силы инерции вызовут ряд ударов по подшипникам, что может быть обнаружено появлением более или менее заметного колебания рессор; спиливая или добавая в некоторых местах часть материала тела, можно добиться прекращения качаний рессор, что и будет служить гарантией того, что ось вращения стала главной осью тела ¹⁾.

Вопрос значительно усложняется, когда мы имеем дело не с чистым вращением, а с более сложным явлением ряда комбинированных вращательных и поступательных движений. Взяв, в виде примера, главный механизм горизонтальной паровой машины, т. е. механизм кривошип—шатун—ползун, мы видим, что при равномерном вращении рабочего вала этого механизма в нем развиваются следующие силы инерции:

- 1) касательные (горизонтальные) силы инерции неравномерного прямолинейного колебательного движения поршня — поршневого штока — ползуна, объясняемые неравномерностью этого прямолинейного движения;
- 2) касательные и центробежные силы инерции неравномерного и криволинейного движения шатуна;
- 3) центробежные (радиальные) силы инерции равномерного вращения кривошипа, объясняемые криволинейностью этого равномерного движения.

Во всякий момент движения существует некоторая равнодействующая всех этих сил инерции, которую можно разложить на две составляющих: горизонтальную и вертикальную составляющую сил инерции; наличие этих сил и влечет за собою все те вредные последствия для опор (удары), о которых говорилось выше.

С целью устранения, или, по крайней мере, уменьшения вредного влияния этих сил, в машиностроении применяется ряд самых разнообразных мер, которые, в сущности, сводятся к введению в состав машины добавочных частей, расположенных и сконструированных таким образом, чтобы развивающимися при их движении силами инерции возможно было уравновесить силы инерции главного механизма.

Наиболее часто применяемый и далеко не совершенный способ состоит в применении так называемых противовесов; противовес представляет собою массивное тело, добавляемое в определенном месте вращающегося вместе с кривошипом (т. е. рабочим валом) колеса. Очевидно, что, выбирая соответствующим образом массу и место постановки такого противовеса, можно добиться того, что центробежная сила инерции такого противовеса будет постоянно равна и прямо противоположна центробежной силе инерции кривошипа, т. е. уравновесит целиком центробежную силу инерции кривошипа; однако, трудно видеть, что центробежная сила инерции шатуна и касательные силы инерции шатуна и поршня этим противовесом уничтожены не будут. Можно также задаться целью так подобрать противовес, чтобы уничтожить большую или меньшую часть вертикальной или горизонтальной составляющей равнодействующей всех сил инерции главного механизма; однако, легко убедиться, что достигнуть полного уравновешения всех сил инерции главного механизма кривошип—шатун—ползун при помощи поставленных на колесе вала противовесов—нельзя;

¹⁾ Этим путем, например, уравновешиваются вагонные колесные скаты для устранения вредных дрожаний и качаний, появляющихся во время хода вагона в случае неуравновешенности центробежных сил.

это ясно уже из того, что центробежная сила противовеса, будучи направлена всегда радиально, в определенные моменты (верхнее и нижнее положение противовеса) движения становится вертикальной, т. е. теряет свою горизонтальную составляющую и, очевидно, не может в эти моменты уравновешивать развиваемые при прямолинейном движении поршня и ползуна горизонтальные силы инерции ¹⁾.

Другой прием заключается в том, что взамен одного главного механизма в машине применяются одновременно два или четыре, связанных в своем движении таким образом, что силы инерции одного механизма во всякий момент уравновешиваются силами инерции другого механизма. Таков, например, паровоз Гасвеля (Duplex), в котором с каждой его стороны находятся один над другим два паровых цилиндра, действующие на кривошты, расположенные под углом в 180° один к другому; очевидно, что при таких условиях движения обоих поршней будут взаимно противоположны, и горизонтальные силы инерции поршней, поршневых штоков и шатунов—взаимно уравновесятся; кроме того, при угле между кривошипами в 180° , окажутся, очевидно, уравновешенными и центробежные силы инерции кривоштыпов. Иногда вместо двух цилиндров применяются четыре цилиндра, расположенные рядом и действующие при помощи кривоштыпов или колен (поставленных под определенными углами друг к другу) на одну и ту же ось; такова система уравновешивания сил инерции в паровых машинах, известная под именем системы Тэйлор-Шлика, в которой при помощи четырех цилиндров получается почти полное уравновешивание сил инерции поршня, шатуна и кривоштыпа ²⁾.

§ 64. Критическая скорость и резонанс.

Принужденные и свободные колебания частей машины.—Критическая угловая скорость и критическое число оборотов в минуту.—Прочность и устойчивость машины на фундаменте.

Мы видели, что многие из различных сил, действующих на отдельные части машины, во время работы машины (в силу разнообразных динамических и кинематических причин) непрерывно меняют с течением времени свою величину и направление; мы видели также, что изменение это, в большинстве случаев, совершается периодически, т. е. величина силы колеблется, и направление меняется в известных пределах, принимая через определенные промежутки времени прежнее значение.

К числу таких периодически меняющих величину и направление сил можно отнести, например, силу упругости пара под поршнем паровой машины (дви-

¹⁾ При большой скорости движения паровоза развиваемые в главном механизме силы инерции, если оставить их неуравновешенными, расстраивают рельсовый путь, обуславливают качку и виляние и могут, при известных условиях, служить прямой причиной схода подвижного состава с рельс. Обычно, согласно практике американских заводов, противовесами уравновешивают полностью лишь вертикальные силы инерции и ограничиваются уравновешиванием от $\frac{2}{13}$ до $\frac{3}{4}$ горизонтальных сил инерции главного механизма.

²⁾ Следует отметить, что силы инерции,—как это непосредственно показывают равенства $J_n = m \frac{v^2}{r}$ и $J_t = m \frac{dv}{dt}$, —оказываются особо ощутительными при больших скоростях и быстрых изменениях этих скоростей: понятно поэтому, что действие их на машину было замечено лишь тогда, когда начали увеличивать скорость движения машины. В современном машиностроении, где в быстроходных машинах достигаются исключительные скорости вращения рабочего вала, силы инерции играют весьма заметную роль, и конструкторам приходится уделять немало внимания устранению вредного влияния этих сил.

жущую силу под поршнем), тангенциальное усилие, развиваемое на валу кривошипно-шатунной передачи (движущая сила на валу), силу инерции неуравновешенного вращающегося вала, прижимающую вал к станине (удары о полшипник неуравновешенных вращающихся частей), и многие другие.

Все эти силы носят характер периодически меняющихся сил, причем величина периода колебаний их, в большинстве случаев, зависит от скорости движения соответствующей части машины. В частности, период колебаний всех указанных выше периодических сил, очевидно, зависит от угловой скорости ω вращения вала, уменьшаясь с увеличением числа оборотов n , делаемых рабочим валом в минуту.

Силы эти, регулярно и периодически действуя на упругие части машины, принудительно сообщают им зависящие от величины и периода этих сил и размеров и прочности этих частей упругие колебания.

Однако, независимо от этих принужденных колебаний насильственного характера, упругие части машины, выведенные из состояния внутреннего равновесия, могут одновременно совершать и свои собственные свободные колебания естественного характера. Действительно, мы знаем, что всякое упругое тело под влиянием действующих на него внешних сил может, до известной степени, изменять свою форму и, по устранении действия этих сил, вновь полностью (или отчасти) ее восстанавливать. Теория упругости учит нас, что это восстановление прежней формы происходит не сразу, а путем некоторых свободных колебаний около первоначального положения равновесия. Эти колебания могут быть весьма различными при различных деформациях тела: имеются продольные (растяжение и сжатие), поперечные (изгиб) и крутильные (кручение) свободные колебания тела. Строительная механика дает нам способы нахождения как величин упругих деформаций (в зависимости от внешних сил, размеров тела и свойств материала), так и величин полного периода собственных свободных колебаний упругого тела, соответствующего этим деформациям.

Принужденные и свободные колебания данной упругой части машины, конечно, будут суммироваться. Исключительно важен тот частный случай, когда период принужденных колебаний насильственного характера (т. е. толчков, сообщаемых части машины периодически изменяющимися внешними силами), равен периоду свободных колебаний естественного характера данной части машины. Это совпадение, которое может быть случайно осуществлено, носит название явления резонанса.

Теоретическая механика показывает, что, при наступлении резонанса, амплитуда колебаний упругого тела, постепенно нарастая и непрерывно увеличиваясь, стремится при той же внешней (возмущающей) силе, бесконечно возрастать, и опыт подтверждает, что в этом случае последовательным рядом легких толчков можно сообщить упругому телу постепенно нарастающие колебания, достигающие очень большой величины ¹⁾.

Эти колебания, вызванные резонансом, могут вызвать во многих случаях разрушение части машины, т. е. явиться угрозой всему сооружению.

Наблюдались, например, случаи разрушения обладающих малою жесткостью цепных мостов, вызванные исключительно совпадением периода свободных колебаний мостовой цепи с периодом ритмических толчков, производимых, например, идущим по мосту „в ногу“ отрядом, т. е. вызванные случайным возникновением резонанса. Металлический корпус морских судов может под влиянием резонанса от движения поршневых машин заметно и ощутительно вибрировать.

¹⁾ Таким способом, применяя длительный ряд сравнительно слабых усилий, можно легко раскатать тяжелый язык колокола, доску подвесных качелей и т. п.

Так как период вынужденных колебаний, как на это указывалось выше, зависит от скорости движения частей машины, т. е. в большинстве случаев от угловой скорости ω или числа оборотов n в минуту рабочего вала, то для каждой машины, работающей в определенных условиях, наступление резонанса возможно лишь при одной совершенно определенной угловой скорости вращения вала, называемой критической скоростью ω_k , соответствующей критическому числу оборотов n_k в минуту. При скоростях меньших или больших, чем ω_k , накопления колебаний, очевидно, нет, а потому практически возможно работать со скоростями и меньшими, и большими критической скорости; отметим лишь, что в этих двух случаях будут две различные друг от друга формы устойчивого равновесия упругого тела.

Определим, в виде примера, критическую угловую скорость вращения гибкого упругого вала, имеющего в состоянии покоя (под влиянием насаженного на него маховика), статический прогиб h . При вращении вала с угловой скоростью ω , развивающаяся центробежная сила K будет стремиться увеличить этот статический прогиб до величины y , причем, очевидно,

$$K = \frac{mv^2}{y} = m\omega^2 y = \frac{G}{g} \omega^2 y,$$

где m и G есть масса и вес вала с маховиком, а g — ускорение силы тяжести.

Увеличению прогиба, т. е. появлению деформации $[y - h]$, будет, как известно, противодействовать сила S упругого сопротивления вала изгибу, пропорциональная, по закону Гука, величине деформации $[y - h]$, т. е. равная

$$S = a[y - h],$$

где a — коэффициент, зависящий от свойств материала изгибаемого тела.

Очевидно, что при динамическом равновесии центробежная сила будет уравниваться с силой упругого сопротивления, т. е.

$$K = S$$

или

$$\frac{G}{g} \omega^2 y = a[y - h].$$

Отсюда:

$$y = \frac{h}{1 - \frac{G}{a} \cdot \frac{\omega^2}{g}},$$

т. е. при

$$\frac{G}{a} \cdot \frac{\omega^2}{g} = 1 \text{ или } \omega = \sqrt{\frac{ag}{G}}$$

$$y = \infty,$$

т. е. вал разрушится.

Обозначая угловую скорость, при которой динамический прогиб достигает бесконечно большого значения, т. е. критическую угловую скорость, через ω_k и критическое число оборотов через n_k , имеем:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{ag}{G}} = \frac{2\pi n_k}{60}.$$

г. е.

$$n_k = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{ag}{G} - 300} \sqrt{\frac{a}{g}}^{1)}.$$

Так как период свободных колебаний упругих частей машины, вообще говоря, очень мал, то понятно, что явления резонанса приобретают особый интерес в быстроходных машинах; в виду того, что значительную долю возмущающей периодической силы составляют силы инерции, то особое значение получает это явление в быстроходных тяжелых машинах, выдвигая на очередь ряд новых задач при конструировании рациональных форм частей тяжелых машин, например, судовых турбин.

Отметим, что кроме опасности для целостности отдельных частей машины, явление резонанса может угрожать также и фундаменту машины: например, силы инерции вертикально движущихся частей могут вызвать вертикальные вынужденные колебания упругого фундамента, причем в случае совпадения периода этих насильственных колебаний с периодом естественных колебаний машины и фундамента в целом, фундамент может подвергнуться крайне нежелательным воздействиям. При кладке фундамента на упругом грунте, этой опасности могут подвергнуться даже стены соседних зданий.

В виду изложенного, явление это должно быть непременно учтено для быстроходных и тяжелых машин при выяснении размера сил, действующих на их фундамент.

Кроме вопроса о прочности фундамента, во всякой установке должен быть освещен вопрос об устойчивости машины на фундаменте.

Прежде всего, приходится определить так называемый опрокидывающий момент, стремящийся опрокинуть машину около ребра ее станины; действию этого момента сопротивляется вес машины и усилия, развиваемые фундаментными болтами. Затем, в машине действуют вертикальные силы переменного направления, стремящиеся периодически то прижать машину к фундаменту, то оторвать ее от фундамента, и горизонтальные силы переменного направления, пытающиеся сдвинуть машину в горизонтальном направлении по фундаменту.

В поршневых машинах эти силы слагаются из соответствующих составляющих (вертикальных и горизонтальных) движущей силы (переменного давления пара или горючей смеси) на поршень и из соответствующих составляющих сил инерции поступательно движущихся и вращающихся частей машины. Кроме того, необходимо принять во внимание соответствующие составляющие сил, зависящих от способа дальнейшей передачи движения от рабочего вала машины: при гибкой передаче необходимо учесть передающееся фундаменту усилие и опрокидывающий момент от натяжения ветви гибкой передачи, при зубчатой передаче — давление на зубец ведущего колеса и т. д.

¹⁾ При измерениях величин $\bar{g}$ и π в соответствующих единицах. Интересно отметить, что при $n > n_k$, т. е. при $\omega > \omega_k$, $\frac{G}{a} \frac{\omega^2}{g} > 1$ и динамический прогиб $y = \frac{h}{1 - \frac{G}{a} \frac{\omega^2}{g}}$ оказывается изменившим свой знак. Это показывает, что при увеличении угловой скорости, прогиб [если бы вал не разрушился] стал бы опять уменьшаться.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Общие основы элементарного расчета главнейших деталей машин.

Основной расчет прочности неподвижных частей (деталей) машины (болтов, заклепок, скрепляющих винтов и т. п.) производится по правилам, устанавливаемым строительной механикой в зависимости от действующих на эти части сил и свойств материала, из которого эти части изготовляются.

Гораздо сложнее представляется вопрос о расчете подвижных частей машины (цапфы, валы, шкивы и т. п.), в которых необходимо учесть целый ряд дополнительных обстоятельств, зависящих от скорости движения. Размеры этих частей приходится определять, исходя из чисто динамических или кинематических элементов (мощность N , число оборотов n в минуту и т. п.), совершенно отсутствующих в обычном статическом расчете неподвижных частей. С другой стороны, при этом расчете приходится учитывать необходимость соблюдения целого ряда дополнительных требований, вызываемых условиями режима машины (невыжимаемость смазки, недопущение перегрева и т. п.).

Мы ограничимся установлением общего хода расчета в двух очень важных случаях, рассмотрев приемы расчета: 1) цапф, пят и валов и 2) шкивов и элементов гибкой передачи.

§ 65. Расчет валов.

Цапфы и шейки.—Цилиндрическая сплошная цапфа.—Цилиндрическая полая цапфа.—Шаровая цапфа.—Сплошная пятя.—Кольцевая пятя.—Легкие и тяжелые валы.—Кручение и изгиб вала.—Критическая скорость и критическое число оборотов.

Вращающиеся части машины (приводные шкивы, маховики и т. д.) наглухо насаживаются на цилиндрическую часть вала, который, для сохранения неизменного положения своей оси, должен по меньшей мере в двух местах опираться на подшипники допускающие свободное вращение цилиндрических опорных частей вала. Если эти части устраиваются на концах вала, они носят название цапфы и шипа (концевая цапфа или корневой шип); в остальных случаях части эти называются шейками.

Концевая опорная цапфа вертикального вала носит название пятя, а самая опора—подпятника.

Всякая правильно спроектированная цапфа должна удовлетворять трем условиям:

1. Условие прочности.

Предполагается, что нагрузка на цапфу или шип равномерно распределяется по длине l цапфы. Концевую цапфу или шип условно рассматривают, как балку длиной l , закрепленную одним концом в стену и нагруженную равномерно по всей длине; за опорное сечение принимают сечение, отделяющее тело цапфы от тела вала.

Обозначая через P опорную реакцию вала, через M момент внешних сил, изгибающих цапфу, и через W момент сопротивления поперечного сечения цапфы, по правилам строительной механики, имеем:

$$M = kW, \quad ^1)$$

где k есть допускаемое сопротивление на изгиб.

Имея в виду, что для рассматриваемого случая изгиба

$$M = P \frac{l}{2}$$

и для круглого поперечного сечения цапфы

$$W = \frac{\pi}{32} d^3 \approx 0,1 d^3,$$

где d есть диаметр цапфы, получим:

$$P \frac{l}{2} = 0,1 d^3 k.$$

В это условие входят два неизвестных: длина l и диаметр d цапфы; поэтому из этого равенства нельзя получить единственного окончательного решения для величины диаметра d вала, но можно лишь определить d , как функцию отношения $\frac{l}{d}$.

Действительно, из предыдущего равенства мы можем получить:

$$d = \sqrt[3]{\frac{1}{0,1 \cdot 2} \cdot \frac{P}{k} \cdot \frac{l}{d}} \approx 2,24 \sqrt[3]{\frac{P}{k} \cdot \frac{l}{d}}.$$

Обычно, оставляя некоторый запас на изнашивание; принимают условие прочности в виде

$$d = 2,35 \sqrt[3]{\frac{P}{k} \cdot \frac{l}{d}} \dots \dots \dots (1)$$

¹⁾ Иногда моментом сопротивления называют не W , а произведение kW .

2. Условие невыжимаемости смазки.

— согласно которому давление на единицу поверхности между цапфой и вкладышем подшипника или на единицу диаметральной проекции этой поверхности не должно превышать определенного предела. Обозначая допускаемое для невыжимания смазки давление на единицу поверхности через k' , имеем

$$k = \frac{P}{ld}$$

или

$$ld = \frac{P}{k'} \dots \dots \dots (2)$$

3. Условие отсутствия перегрева.

— согласно которому работа трения, во избежание излишнего выделения теплоты, не должна превосходить известного предела.

Считая, что коэффициент трения цапфы и подшипника равен $f = \frac{1}{15}$, получаем возникающую при вращении цапфы тангенциальную силу F трения равной $f = \frac{1}{15} P$, а работу трения в секунду в виде

$$A = \frac{Pv}{15},$$

где v есть линейная скорость на окружности цапфы, т. е.

$$v = \frac{\pi d}{100} \cdot \frac{n}{60},$$

где n есть число оборотов цапфы в минуту, а d — диаметр цапфы в метрах.

Отсюда:

$$A = \frac{P}{15} \cdot \frac{\pi dn}{6000},$$

а средняя работа трения, приходящаяся на единицу горизонтальной проекции ld боковой поверхности цапфы, равна

$$\frac{A}{ld} = a = \frac{P}{15} \cdot \frac{\pi dn}{6000} \cdot \frac{1}{ld}$$

или, округленно:

$$a = \frac{Pn}{30000l}$$

Это выражение должно не превосходить известного предела K , т. е.

$$\frac{Pn}{30000l} < K.$$

Обозначая 30000 K через w , имеем

$$l > \frac{Pn}{w} \dots \dots \dots (3)$$

При расчете цапфы из уравнений (1) и (2) определяют l и d и затем проверяют найденное значение l по формуле (3).

Коэффициенты k , k' и K в этом расчете берутся следующие:

1. Прочное сопротивление изгибу (k):

для литой стали . . . до 600 кг./см²,
 для сварочного железа . до 400 кг./см²,
 для чугуна до 250 кг./см².

2. Допускаемое давление на невыжимание смазки (k') при непрерывно вращающихся цапфах:

закаленная сталь по стали до 150 кг./см²,
 закаленная сталь по бронзе (или белому металлу) . до 90 кг./см²,
 железо по бронзе до 40 кг./см²,
 железо по чугуну до 25 кг./см².

3. Предельная работа трения (значение коэффициента $K = \frac{w}{30000}$ по формуле (3) при l , выраженном в сантиметрах и P в килограммах):

при воздушном охлаждении от 0,5 до 1,25;
 при водяном охлаждении до 2,5.

В случаях полых цилиндрических валов, применяемых при очень больших нагрузках, употребляются полые цилиндрические цапфы наружного диаметра d и внутреннего диаметра d' . Расчет остается прежним, с той только разницею, что момент сопротивления оказывается в этом случае равным

$$W = \frac{\pi}{32} \frac{d^4 - d'^4}{d} = \approx 0,1 \frac{d^4 - d'^4}{d}.$$

Обозначая отношение $\frac{d'}{d}$ между внутренним и наружным диаметрами цапфы через c , получим

$$W = 0,1 (1 - c^4) d^3.$$

Следуя тому же ходу расчета, как и в случае сплошной цилиндрической пяты, для полых цилиндрической пяты получим условие прочности в виде:

$$d = 2,35 \sqrt[3]{\frac{1}{(1 - c^4)} \cdot \frac{P}{k} \cdot \frac{l}{d}} \dots (1')$$

В случае, когда вал должен отклоняться от своего первоначального положения, применяется шаровая цапфа. Опасное сечение этой цапфы, находящееся в месте соединения шара с валом, должно иметь диаметр d , равный диаметру цилиндрической цапфы; длина l цилиндрической цапфы должна полностью помещаться в шаре, в силу чего диаметр D шара определяется по формуле

$$D = \sqrt{d^2 + l^2} = d \sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}.$$

Отсюда, имея в виду, что, согласно вышеизложенному,

$$d = 2,35 \sqrt{\frac{P}{k} \cdot \frac{l}{d}},$$

окончательно для шаровой цапфы получим условие прочности в виде

$$D = 2,35 \sqrt{\frac{P}{k} \cdot \frac{l}{d} \left[1 + \left(\frac{l}{d} \right)^2 \right]} \dots \dots \dots (1'')$$

Условия невыжимаемости смазки и ограничения работы трения остаются в прежнем виде.

Переходя к расчету пята и взяв, прежде всего, случай плоской пяты, мы, обозначая через P общую нагрузку на вертикальный вал и через k'' допускаемую нагрузку на единицу поверхности, имеем:

$$k'' = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}},$$

где $\frac{\pi d^2}{4} = \approx 0,8d^2$ есть площадь опорной плоскости пяты, а d ее диаметр.

Отсюда:

$$d = \sqrt{\frac{P}{0,8k''}} \dots \dots \dots (4)$$

k'' по условиям невыжимания смазки при стальной пяте и бронзовом подпятнике $90 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$.

Принимая силу трения F равной $\frac{1}{2} fP$, где $f = \frac{1}{20}$ представляет собою коэффициент трения, для работы трения в секунду получим

$$A' = Fv = \frac{P}{40} \frac{d\pi n}{100 \cdot 60},$$

где n есть число оборотов пяты в минуту, а d —диаметр пяты в сантиметрах.

Отсюда работа a' трения (в секунду), отнесенная к единице поверхности, будет равна

$$a' = \frac{A'}{\pi d^2} = \frac{Pn}{60000 d}.$$

Эта работа, для недопущения перегрева, должна быть меньше или равна определенной величине, т. е.

$$\frac{Pn}{60000 d} < K'.$$

Обозначая $60000 K'$ через w' , имеем:

$$d > \frac{Pn}{w'} \dots \dots \dots (5)$$

При d , выраженном в сантиметрах, и P в килограммах, коэффициент w' не превосходит величины 0,06.
60000

Таким образом диаметр d плоской пяты, определенный по формуле (4), проверяется по формуле (5).

Так как в действительности давление в пяте не распределяется равномерно, но достигает наибольших (теоретически бесконечно больших) значений в центре, то обычно заменяют сплошную пята кольцевой пятой, делая для этого круговую выточку в центре. Обозначая диаметр выточки через d' , имеем в этом случае опорную поверхность в виде площадки кругового кольца, равной $\frac{\pi}{4} (d^2 - d'^2)$, т. е.

$$K'' = \frac{P}{\frac{\pi}{4} (d^2 - d'^2)}$$

Взяв отношение $\frac{d'}{d}$ равным $\frac{1}{2}$, имеем:

$$d^2 - d'^2 = d^2 - \frac{d^2}{4} = \frac{3}{4} d^2.$$

Откуда:

$$K'' = \frac{P}{\frac{\pi}{4} \cdot \frac{3}{4} d^2}$$

или, примерно,

$$d = 1,3 \sqrt{\frac{P}{K''}} \quad (4')$$

Формула (4') для кольцевой пяты заменяет формулу (4), выведенную для сплошной пяты¹⁾.

Переходя теперь к расчету самих валов, заметим, прежде всего, что нагрузка может действовать на вал двояко: в виде силы, изгибающей вал, и в виде силы, скручивающей вал.

В случаях легких трансмиссионных валов со шкивами и колесами, поставленными (в целях уменьшения изгиба) вблизи подшипников, можно ограничиться расчетом на кручение.

Обозначая скручивающий момент через $M_{\text{скр}}$, момент сопротивления сечения через $W_{\text{скр}}$ и прочее сопротивление скручиванию через $k_{\text{скр}}$, имеем:

$$M_{\text{скр}} = k_{\text{скр}} \cdot W_{\text{скр}}.$$

Имея в виду, что $W_{\text{скр}}$ для сплошного кругового сечения равно

$$W_{\text{скр}} = \frac{\pi}{16} d^3 \approx 0,2 d^3,$$

¹⁾ При очень больших нагрузках применяются иногда гребенчатые пяты, составленные из нескольких опорных колец, расположенных одно над другим; пята эта требует очень тщательной пригонки выделки колец; при расчете за рабочую поверхность принимается кольцевая поверхность всех колец.

и скручивающий момент $M_{\text{скр}}$ равен

$$M_{\text{скр}} = 71620 \frac{N}{n},$$

где N есть число лошадиных сил, развиваемых на валу, а n число оборотов вала в минуту ²⁾, мы получим из предыдущей формулы:

для валов из литой стали, где $k_{\text{скр}} = 600 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$

$$d = \sqrt[3]{1000 \frac{N}{n}} \dots \dots \dots (6)$$

и для валов из сварочного железа, где $k_{\text{скр}} = 240 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$

$$d = \sqrt[3]{3000 \frac{N}{n}} \dots \dots \dots (6')$$

В общем случае, где нельзя пренебречь изгибом вала, приходится рассчитывать валы на одновременное действие изгиба и кручения, т. е. принимать во внимание действие общего момента:

$$M_0 = \frac{3}{8} M + \frac{5}{8} \sqrt{M^2 + (\alpha M_{\text{скр}})^2},$$

где M есть момент от чистого изгиба,

$M_{\text{скр}}$ момент от кручения

$$\text{и } \alpha = \frac{k_{\text{изг}}}{1,3 k_{\text{скр}}}$$

Общий расчет сплошных круговых валов придется производить, исходя из уравнения

$$M_0 = k_{\text{изг}} \cdot w = k_{\text{изг}} \cdot 0,1 d^3,$$

причем

для литой стали $k_{\text{изг}} = 250 - 350 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$ и $k_{\text{скр}} = 250 - 500 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$

и для чугуна $k_{\text{изг}} = 100 - 250 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$ и $k_{\text{скр}} = 100 - 200 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$.

В быстровращающихся тяжелых валах необходимо принять во внимание влияние центробежной силы инерции неуравновешенных масс, увеличивающее прогиб вала.

Обозначая через G вес массы, помещенной на расстоянии r от оси вращения, и через $v = \omega r = \frac{2\pi n}{60}$ линейную скорость этой массы (при вращении

²⁾ См. § 10, где установлено, что $N = \frac{2\pi n M_{\text{скр}}}{60 \cdot 75 \cdot 1000}$ л. сил.

вала с угловой скоростью ω , что соответствует n оборотам в минуту), для центробежной силы C имеем выражение

$$C = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{G}{g} \omega^2 r,$$

где g ускорение силы тяжести.

Достичь того, чтобы $r = 0$, т. е. чтобы центр тяжести всех масс, вращающихся вместе с валом, лежал точно на оси вращения, не всегда практически возможно, поэтому приходится принять во внимание наличие хотя бы малого начального прогиба (начального эксцентритета e), а, следовательно, наличие центробежной силы $\frac{G}{g} \omega^2 e$. Эта сила будет постепенно увеличивать прогиб, так что через некоторое время прогиб будет равен не e , а $e' > e$, благодаря чему центробежная сила тоже возрастает и будет $\frac{G}{g} \omega^2 e'$.

Мы видели выше ¹⁾, что предельное число оборотов, при котором наступает разрушение вала от безграничного увеличения его прогиба, т. е. критическое число n_k оборотов вала (в минуту), выражается в этом случае формулой

$$n_k = 300 \sqrt{\frac{a}{g}},$$

где a есть сила, изгибающая данный вал на один сантиметр его стрелы f , а g вес вала.

Для вала длиной l с нагрузкой P , приложенной в середине пролета, стрела прогиба f определяется, как известно из строительной механики, равенством:

$$f = \frac{1}{48} \cdot \frac{Pl^3}{EJ},$$

где E модуль нормальной упругости материала и J момент инерции сечения.

Отсюда, очевидно, имеем

$$1 \text{ см.} = \frac{1}{48} \cdot \frac{af^3}{EJ},$$

т. е.

$$a = \frac{48 EJ}{l^3}.$$

Таким образом, зная свойства материала (E), из которого сделан вал длиной l , момент инерции (J) поперечного сечения его и вес (G), мы можем определить значение критического числа оборотов n_k вала в минуту.

¹⁾ См. § 64.

§ 66. Общий ход расчета элементов гибкой передачи.

Общая задача расчета ременной передачи заключается в определении размеров b и s поперечного сечения bs ремня и размеров диаметров D_1 и D_2 ведущего и ведомого шкивов по заданной величине работы, которую должен передавать в 1 секунду ремень (т. е. по величине N —мощности передачи, выраженной в паровых лошадах), по заданному числу n оборотов в минуту ведущего вала и по заданному значению передаточного числа m .

Так как передаточное число m , представляющее собой заданное нам постоянное отношение между угловыми скоростями ω_1 и ω_2 ведущего и ведомого шкивов, определяется, как это указано выше, равенством

$$m = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

т. е.

$$m = \frac{D_2}{D_1},$$

то диаметр D_2 ведомого шкива сразу же выражается при помощи передаточного числа в виде известной нам функции диаметра D_1 ведущего шкива

$$D_2 = mD_1,$$

В силу этого, задача сводится к определению размеров величин b , s и D_1 в виде функций мощности передачи N и числа оборотов n ведущего вала в минуту.

Работа движущей силы F кил. за один оборот ведущего шкива (диаметр D_1 метр.) будет равна

$$F \cdot \pi D_1 \frac{\text{кгр.}}{\text{метр.}},$$

где πD есть длина окружности ведущего шкива, т. е. путь, проходимый точкой приложения силы F за один оборот. Та же работа за одну секунду (т. е. мощность передачи) при n оборотов в минуту будет равна

$$F \cdot \pi D_1 \frac{n}{60} \frac{\text{кгр.}}{\text{метр.}}$$

или, будучи выражена в паровых лошадах,

$$N = F \cdot \frac{\pi D_1 n}{60 \cdot 75}$$

Выше ¹⁾ было установлено, что

$$F = Kbs,$$

где

$$K = \left(R - q_1 \frac{v^3}{g} \cdot \frac{e f^2 - 1}{e f^2} \right),$$

¹⁾ См. § 62.

и что K , в среднем,

$$R = 22,5 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. см.}}, \quad q_1 = 0,11 \frac{\text{кг.}}{100 \text{ см.}}, \quad f^2 \approx 2 \cdot 10^{-15} \frac{\text{м.}}{\text{сек.}}$$

равняется $\sim 10 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}$,

поэтому получим:

$$N = K \cdot bs \frac{\pi D_1 n}{60 \cdot 75}$$

откуда

$$bD_1 = \frac{4500}{K\pi s} \cdot \frac{N}{n}$$

или

$$bD_1 = \rho \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{N}{n}, \quad \text{где } \rho = \frac{4500}{K\pi}.$$

Это равенство и представляет собою искомую связь между размерами b и s (в сантиметрах) поперечного сечения ремня, диаметром D_1 (в метрах) ведущего шкива, мощностью N (в паровых лошадах) и числом n оборотов ведущего шкива в минуту.

Таким образом, задавшись определенной толщиной s ремня, находят из последнего равенства (по данным N и n) произведение bD_1 ; задаваясь одним из этих множителей, определяют затем другой. Очевидно, что с уменьшением ширины b ремня увеличивается диаметр D_1 ведущего шкива, а, следовательно, увеличивается и скорость v_1 ремня на окружности этого шкива, так как

$$v_1 = \pi D_1 \cdot \frac{n}{60}.$$

Обозначая через $v_{\max}$ наибольшую допускаемую скорость, получим, что наибольшее значение D_1 будет определяться равенством:

$$D_{\max} = \frac{60v_{\max}}{\pi n}.$$

Для определения $v_{\max}$ заметим, что мощность N передачи находится в определенной зависимости от скорости v_1 ведущего шкива; действительно, согласно установленному выше равенству

$$N = F \cdot \frac{\pi D_1 n}{60 \cdot 75},$$

т. е.

$$75 N = F \cdot \pi D_1 \cdot \frac{n}{60}$$

или, так как

$$\pi D_1 \frac{n}{60} = v,$$

$$75 N = F \cdot v,$$

а, следовательно,

$$N = R - q' \frac{v^2}{g} \cdot \frac{e f^2 - 1}{e f^2} \cdot b \cdot s \cdot v,$$

т. е.

$$N = \varphi(v).$$

Чтобы получить то значение v , которое дает наибольшую мощность N , т. е., чтобы найти $\max. N$, необходимо (по правилам нахождения максимумов функций) приравнять нулю $\frac{dN}{dv}$ и из этого равенства найти соответствующее значение $v = v_1$. Таким образом, для нахождения наивыгоднейшей скорости v получим равенство:

$$\frac{d}{dv} \left(R - q' \frac{v^2}{g} \cdot \frac{e f^2 - 1}{e f^2} \cdot b \cdot s \cdot v \right) = 0,$$

откуда

$$\left(R - q' \frac{v^2}{g} \cdot \frac{e f^2 - 1}{e f^2} \cdot b \cdot s \right) \cdot v - R - q' \frac{v^2}{g} \cdot \frac{e f^2 - 1}{e f^2} \cdot b \cdot s \cdot v = 0,$$

т. е.

$$R - q' \frac{3v^2}{g} = 0,$$

так как R — величина постоянная, а $\frac{dv}{dv} = 1$.

Отсюда получим для наивыгоднейшего значения скорости v величину

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{3q'}}.$$

Увеличивать скорость v выше этого предела оказывается, таким образом, невыгодным, и поэтому значение $v_{\max.}$ можно принять равным v_1 .

Изложенным устанавливается следующий ход расчета ременной передачи:

1) по данному материалу ремня (прочное сопротивление разрыву R и вес единицы объема q') вычисляют скорость на окружности ведущего шкива

$$v_{\max.} = \sqrt{\frac{Rg}{3q'}};$$

2) по данному числу n оборотов в минуту ведущего шкива и по найденной скорости $v_{\max.}$ вычисляют диаметр ведущего шкива

$$D_1 = \frac{60v_{\max.}}{\pi n};$$

3) по данной мощности N и найденному значению D_1 вычисляют, задаваясь определенной толщиной s ремня, его ширину

$$b = p \cdot \frac{1}{D_1} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{N}{n},$$

где

$$p = \frac{4500}{K\pi},$$

а K может быть принято, в среднем, равным $10 \frac{\text{кг.}}{\text{см.}^2}$;

4) по данному передаточному числу m и найденному значению D_1 вычисляют диаметр ведомого шкива $D_2 = mD_1$.

Таким образом, оказываются найденными все искомые элементы передачи (диаметры шкивов D_1 и D_2 , толщина s и ширина b ремня) ¹⁾.

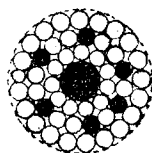
Переходя к расчету канатной передачи, следует указать, что основная задача расчета проволочной канатной передачи состоит в определении диаметра d проволочного каната и размеров диаметров D_1 и D_2 ведущего и ведомого шкивов по тем же заданным величинам мощности N , числа оборотов (в мин.) n и передаточного числа m . Имея в виду, что и в этом случае, очевидно, $D_2 = mD_1$ и $D_1 = \frac{60v}{\pi n}$, задача расчета проволочной передачи сводится к определению диаметра d проволочного каната по заданным величинам N и n и по наивыгоднейшей скорости v ²⁾.

Для установления зависимости между диаметром d каната и наибольшим усилием S_1 , действующим в канате, заметим, что напряжения, т. е. усилия, действующие на квадратную единицу поперечного сечения материала отдельных проволок, образующих канат, зависят от двух причин:

1) от натяжения каната, т. е. от усилия S_1 ;

это напряжение, очевидно, равно $t_1 = \frac{S_1}{\omega} = \frac{S_1}{i \pi \delta^2}$, и

4



Черт. 281.

¹⁾ При взятых нами средних значениях входящих в установленные уравнения коэффициентов, наивыгоднейшая скорость получается равной

$$V_{max.} = \sqrt{\frac{Rg}{3q'}} = \sim 29 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}},$$

причем наибольшее число паровых лошадей, которое может быть передано ремнем, имеющим поперечное сечение в 1 кв. сант., получается равным

$$N_{max.} = \frac{\rho v_{max.}}{75} = \sim 3,5.$$

²⁾ Проволочные канаты (черт. 281) состоят из отдельных прядей, расположенных винтообразно около тела каната, а каждая прядь — из отдельных проволок, расположенных также винтообразно около тела пряди. Тело каната делается из мягкой проволоки или из пеньки. Диаметр δ отдельных проволок колеблется от 0,5 до 2 мм., причем зависимость между диаметром d каната, диаметром отдельных проволок δ и числом i проволок в канате приблизительно может быть установлена в следующем эмпирическом равенстве: $\delta^2 = 0,42 d^2$.

2) от деформации отдельных проволок, обусловленной сгибанием их при проходе проволок по шкиву.

Действительно, срединная линия (ось) проволоки диаметра δ , навитой на шкив радиуса r , будет расположена по окружности радиуса $r + \frac{\delta}{2}$, а наружное волокно (крайнее внешнее волокно) той же проволоки—по окружности радиуса $(r + \delta)$; поэтому, обозначая через α угол обхвата, мы можем считать длину l среднего волокна равной $(r + \frac{\delta}{2})\alpha$, а длину $(l + \Delta l)$ наружного волокна равной $(r + \delta)\alpha$. При таких условиях линейное удлинение Δl наружного волокна будет равно $(r + \delta)\alpha - (r + \frac{\delta}{2})\alpha = \frac{\delta}{2}\alpha$, а относительное удлинение $\frac{\Delta l}{l}$ этого же волокна равно

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\frac{\delta}{2}\alpha}{(r + \frac{\delta}{2})\alpha} \approx \frac{\delta}{2r} = \frac{\delta}{D},$$

если пренебречь величиною $\delta/2$ по сравнению с r .

Обозначая модуль нормальной упругости материала проволоки через E , найдем, что добавочное усилие t_2 в наружном волокне, обусловленное растяжением его при навитии на шкив, будет равно

$$t_2 = E \frac{\Delta l}{l} = E \frac{\delta}{D}.$$

Таким образом, наибольшее напряжение, действующее в канате, будет

$$t_1 + t_2 = \frac{S_1}{i \frac{\pi \delta^2}{4}} + E \frac{\delta}{D}.$$

Очевидно, для прочности необходимо, чтобы напряжение $t_1 + t_2$ не превосходило прочного сопротивления разрыву R , допускаемого для материала проволоки, т. е. чтобы $t_1 + t_2 < R$; следовательно:

$$R = \frac{S_1}{i \frac{\pi \delta^2}{4}} + E \frac{\delta}{D},$$

т. е.

$$S_1 = \left(R - E \frac{\delta}{D} \right) i \frac{\pi \delta^2}{4}.$$

При данных R и E (т. е. при данном материале проволоки) следует подобрать такое значение δ , чтобы канатная передача могла допускать возможно большее усилие S_1 ; дифференцируя, поэтому, для получения значения δ , соответствующего максимуму S_1 , полученное выражение для S_1 (по переменной δ)

и приравнявая производную $\frac{dS_1}{d\delta}$ нулю, для нахождения наивыгоднейшего значения δ , получим условие

$$\begin{aligned} \frac{dS_1}{d\delta} &= R - E \frac{\delta}{D} \cdot i \frac{\pi \delta^2}{4} + R \cdot E \frac{\delta}{D} \cdot i \frac{\pi \delta^2}{4} = \\ &= - \frac{E}{D} \cdot i \frac{\pi \delta^2}{4} - R \cdot i \frac{\pi \delta}{2} - \frac{E}{D} i \frac{\pi \delta^2}{2} = R - \frac{3}{2} \frac{E}{D} \delta \cdot i \frac{\pi \delta}{2} = 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$R - \frac{3}{2} \frac{E}{D} \delta = 0$$

или

$$\frac{\delta}{D} = \frac{2}{3} \frac{R}{E}$$

Этим равенством определяется наивыгоднейшее (т. е. соответствующее наибольшему усилию S_1) отношение $\frac{\delta}{D}$ для данного материала $\frac{R}{E}$ проволоки.

Таким образом, исходя из свойств материала $\frac{R}{E}$ проволоки и определяя значение $\frac{\delta}{D}$, мы можем по выведенной выше формуле $t_2 = E \frac{\delta}{D}$ определить напряжение t_2 , а по формуле $t_1 = R - t_2$ и напряжение t_1 ¹⁾.

Определив t_1 и пользуясь установленными выше формулами

$$t_1 = \frac{S_1}{i \frac{\pi \delta^2}{4}}$$

и

$$i \delta^2 = 0,42 d^2 \text{ } ^2),$$

получим:

$$t_1 = \frac{S_1}{0,42 \frac{\pi}{4} d^2}, \text{ т. е. } S_1 = 0,42 \frac{\pi}{4} t_1 d^2,$$

¹⁾ Приняв, например, для железной проволоки $R = 1800 \frac{\text{кг.}}{\text{см}^2}$ и $E = 2.000.000 \frac{\text{кг.}}{\text{кв. сант.}}$, получим $\frac{\delta}{D} = 0,0006$; при этом условии

$$t_2 = E \frac{\delta}{D} = 1200 \frac{\text{кг.}}{\text{см}^2},$$

и

$$t_1 = R - t_2 = 600 \frac{\text{кг.}}{\text{см}^2}.$$

или, принимая для железных проволок

$$\text{при } \frac{\delta}{D} = 0,006 \quad t_1 = 600 - \frac{\text{кг.}}{\text{см}^2},$$

$$S_1 = K_1 d^2, \text{ где } K_1 = 198^3).$$

Подставляя это значение $S_1 = K_1 d^2$ в выведенное выше выражение для передаваемого усилия $F = \left(S_1 - q \frac{v^2}{g} \right) \frac{e^{f^a} - 1}{e^{f^a}}$ и принимая, в среднем, для железных проволок вес q , в среднем, равным $0,35 d^2$ ⁴⁾, получим:

$$F = \left(K_1 - 0,35 \frac{v^2}{g} \right) \frac{e^{f^a} - 1}{e^{f^a}} d^2,$$

что, при установленных выше средних значениях

$$K_1 = 198 \text{ и } \frac{e^{f^a} - 1}{e^{f^a}} = \frac{1}{2}$$

и при средней скорости

$$v \approx 25 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}},$$

даст:

$$F \approx 90 d^2.$$

Подставляя полученное значение $F = 90 d^2$ в установленное выше выражение для мощности N передачи

$$75 N = F \cdot \pi \frac{D}{100} \frac{n}{60}^5),$$

получим:

$$75 N = 90 d^2 \cdot \frac{D}{100} \cdot \frac{\pi n}{60}$$

Задаваясь отношением $\frac{d}{D} = \frac{1}{200}$, т. е., считая $D = 200 d$, имеем:

$$75 N = \frac{3}{2} \cdot 2\pi n \cdot d^3.$$

Откуда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{50}{2\pi} \cdot \frac{N}{n}}^6).$$

²⁾ См. второе прим. на стр. 350.

³⁾ S_1 выражено в килограммах, а d — в сантиметрах.

⁴⁾ q выражено в килограммах, а d — в сантиметрах.

⁵⁾ В этой формуле P выражено в паровых лошадиных силах, а D — в сантиметрах; поэтому, чтобы получить мощность в паровых лошадиных силах в этой формуле приходится переводить сантиметры в метры, т. е. делить D на сто.

⁶⁾ N выражено в паровых лошадиных силах, n — в числе оборотов в минуту и d — в сантиметрах.

Этой формулой и устанавливается искомая зависимость диаметра d проволочного каната от мощности N передачи и числа оборотов n (в минуту) ведущего шкива.

Изложенным устанавливается следующий ход расчета проволочной канатной передачи при железной проволоке $R = 1800 \frac{\text{кг.}}{\text{см}^2}$, $E = 2.000.000 \frac{\text{кг.}}{\text{см}^2}$, $\varphi = 0,35 d^2$ и при $\frac{\delta}{D} = 0,0006$ и $\frac{d}{D} = \frac{1}{200}$:

1) по данной мощности N и числу оборотов n (в минуту) ведущего шкива вычисляют диаметр каната

$$d = \sqrt[3]{\frac{50}{2\pi} \frac{N}{n}};$$

2) задаваясь определенной скоростью v на окружности ведущего шкива $v = 25 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$, вычисляют диаметр ведущего шкива

$$D_1 = \frac{60v}{\pi n}$$

и 3) по данному передаточному числу m и найденному значению D_1 вычисляют диаметр ведомого шкива $D_2 = mD_1$ ¹⁾.

Переходя к канатной передаче из пеньковых или хлопчатобумажных канатов, следует указать, что к расчету такой передачи почти полностью можно применить изложенный выше способ расчета проволочной

¹⁾ Во всех этих расчетах скорость v на окружности ведущего шкива принималась равной $v = 25 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$. Можно, однако, следуя тем же путем, как и при расчете ременной передачи, установить значение теоретически наивыгоднейшей скорости. Действительно, следуя тому же ходу расчета и исходя из выражения для мощности N :

$$75 N = \rho v \left(K_1 - 0,35 \frac{v^2}{g} \right) \frac{ef^a - 1}{ef^a} d^2 \cdot v,$$

получим, дифференцируя это выражение по переменной v и замечая, что величины $\frac{ef^a - 1}{ef^a}$ и d представляют собою постоянные, следующее уравнение для определения того значения скорости v , которое соответствует максимуму N ,

$$d \left[\left(K_1 - 0,35 \frac{v^2}{g} \right) v \right]_{dv} = K_1 - 0,35 \frac{3v^2}{g} = 0,$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{K_1 g}{3 \cdot 0,35}},$$

что при $K_1 = 198$ дает $v = \infty 43 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$

Эта величина и представляет собою наивыгоднейшую скорость на окружности ведущего шкива, соответствующую максимуму мощности передачи: практически, однако, эту величину не следует брать больше $v = 25 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$

передачи, введя лишь другие численные коэффициенты, зависящие от иных свойств материала.

В предположении, что канаты изготовлены особенно тщательно и сделаны из пеньки лучших качеств, для пенькового каната при нормальных условиях можно принять, что передаваемое усилие F имеет значение

$$F = 4,5d^2.$$

Исходя из этой формулы и принимая отношение между диаметром каната и ведущего шкива $\frac{d}{D} = \frac{1}{60}$, имеем:

$$75 N = F \cdot \pi \cdot \frac{D}{100} \cdot \frac{n}{60} = 4,5 \cdot \pi \cdot \frac{60}{100} d^2 \frac{n}{60},$$

откуда

$$d = \sqrt[3]{\frac{5000}{3\pi} \frac{N}{n}}.$$

Этой формулой и устанавливается искомая зависимость диаметра d пенькового каната от мощности N передачи и числа n оборотов (в минуту) ведущего шкива ³⁾.

¹⁾ Для хлопчатобумажного каната принимают $F = 3d^2$. Для проволочного каната как это установлено выше, $F = 90d^2$. Во всех этих формулах передаваемое усилие F выражается в килограммах и диаметр d каната — в сантиметрах.

²⁾ Тем же путем, как при расчете проволочной передачи, можно установить, что наивыгоднейшее значение скорости v , соответствующее максимуму N мощности пеньковой передачи, будет равно, — при средних значениях коэффициентов, $\approx 23 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$; практи-

чески берут обычно $v \approx 20 \frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$

3387

243